УДК 681.518, 621.391.82

О.В. Шефер

Полтавський національний технічний університет ім. Ю. Кондратюка, Полтава

СУЧАСНИЙ МЕТОД ІДЕНТИФІКАЦІЇ НЕЛІНІЙНИХ СИГНАЛІВ РАДІОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

У статті використано метод нелінійного згладжування сигналів радіотехнічних систем та оцінювання градієнта критерію якості, а також квазін'ютонівська процедура, що дає можливість досягнути збіжність функціонала якості.

Для розв'язання задачі досяжного згладжування використано обернений нелінійний інформаційний фільтр. Розроблений метод ідентифікації сигналів нелінійних систем може бути використаний для побудови математичних моделей стаціонарних та нестаціонарних процесів радіотехнічних пристроїв.

Ключові слова: *радіотехнічна система, нелінійне згладжування, критерій якості, мінімум функціоналу, квазін'ютонівська процедура, інформаційний фільтр.*

Вступ

Постановка проблеми. Пріоритетним завданням програми сталого розвитку «Україна –2020» є створення сучасних радіотехнічних систем та впровадження високотехнологічних систем обробки, моделювання та збереження даних [1]. В умовах стрімкого розвитку складних радіотехнічних систем постійно підвищуються вимоги до ідентифікації нелінійних сигналів. Це обумовлює необхідність розв'язку складних задач ідентифікації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Незважаючи на різноманітність розроблених методів [2], існує порівняно великий клас теоретичних і прикладних задач, що вимагають вирішення. Особливо це стосується нелінійних систем в окремих областях техніки [3], зокрема, подібна проблема виникає під час дослідження сигналів нелінійних радіотехнічних пристроїв.

Мета роботи. З урахуванням досліджень у даній сфері [2–5] та актуальності зазначених питань, метою статті є розроблення методу параметричної ідентифікації нелінійних сигналів радіотехнічних систем за рядом виміряних даних.

Виклад основного матеріалу

Метод параметричної ідентифікації нелінійних радіотехнічних систем будується на основі мінімізації похибки між вимірами вихідного сигналу об'єкта і виходом математичної моделі, за умови подачі на вхід сигналу певного типу.

В більшості випадків це псевдовипадковий сигнал – білий шум, або двійкова послідовність, або гармонійні сигнали різних частот (у тому числі і такої, що періодично змінюється) [4–5].

Динаміка нелінійної системи у загальному випадку:

$$\dot{x}(t) = f_c\left[x(t),\ u(t),\ w(t),\ t,\theta\right]; \qquad (1)$$

$$z(t_i) = S h_m\left[x(t_i),\ u(t_i),\ t_i,\theta\right] + b + v(t_i); \qquad (2)$$

$$x(t_0) = x_0, \quad t_0 \le t \le t_f,$$

де θ – вектор невідомих параметрів;

S – вектор коефіцієнтів масштабування для вимірів;

b – зміщення вектору вимірів відносно середнього значення;

x(t), u(t), w(t), ν(t) – вектори станів, управлінь, збурень станів і шумів вимірів.

Вектор невідомих параметрів будемо знаходити з умови мінімуму функціонала:

$$\begin{aligned} J_0 &= 1/2\left(\bar{\theta}-\bar{\theta}_0\right)^T \Theta^{-1}\left(\bar{\theta}-\bar{\theta}_0\right)+ \\ &+1/2\left(x(t_0)-x_0\right)^T P_0^{-1}\left(x(t_0)-x_0\right)+ \qquad (3)\\ &+1/2\int_{t_0}^{t_f} w^T(t)Q^{-1}w(t)\,dt+1/2\sum_{i=1}^{N} v^T(t_i)R^{-1}v(t_i), \end{aligned}$$

де Θ, P, Q, R – вагові матриці.

Перший член у рівнянні (3) враховує апріорну інформацію про параметри об'єкта, наприклад результати оцінювання параметрів регресійної моделі на основі попередніх експериментальних даних. Якщо рівняння моделі (1–2) розглядати як обмеження, то для розв'язку оптимізаційної задачі можна записати лагранжіан:

$$J = J_o + \int_{t_0}^{t_f} \lambda^T(t)\left\{f_c\left(x(t),u(t),w(t),t,\theta\right)-\dot{x}(t)\right\}dt, \qquad (4)$$

де $\lambda(t)$ – вектор множників Лагранжа.

Мінімізація критерію J еквівалентна мінімізації критерію J_0 при обмеженнях (1–2).

Для розв'язку оптимізаційної задачі скористаємося варіаційним методом.

Перша варіація J по відношенню до малих змін невідомих визначається як:

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_f} \left[\frac{\partial J}{\partial x(t)} \delta x(t) + \frac{\partial J}{\partial w(t)} \delta w(t) \right] dt + \\ + \sum_{i=0}^{N} \frac{\partial J}{\partial x(t_i)} \delta x(t_i) + \frac{\partial J}{\partial \theta} \delta\theta. \quad (5)$$

В стаціонарній точці функціоналу J його перша варіація δJ повинна збігатись до нуля для довільних значень варіацій $\delta x(t_0), \delta w(t)$ і $\delta\overline{\theta}$. Для заданої множини параметрів θ рівняння (4–5) представляють собою задачу нелінійного згладжування.

Задачу згладжування на фіксованому інтервалі часу для дискретної нелінійної радіотехнічної системи поставимо наступним чином. Для нелінійної системи, що описується системою рівнянь:

$$x(k+1) = f_d\left[x(k), u(k), w(k), k, \theta\right]; \quad (6)$$

$$z(k) = S h_m\left[x(k), u(k), k, \theta\right] + b + v(k) \quad (7)$$

і експериментальних даних $\{z_m(k)\}$, $k = \overline{1,N}$ необхідно знайти такі значення $x(0)$ і послідовності $\{w(k)\}$, $k = \overline{0, N-1}$, які мінімізують критерій:

$$J = 1/2\left[x(0) - x_0\right]^T P_0^{-1}\left[x(0) - x_0\right] + \\ + \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{N-1}\left[w^T(k) Q^{-1} w(k) + v^T(k+1) R^{-1} v(k+1)\right]. \quad (8)$$

Це задача нелінійного програмування, тому що обмеження (6–7) і критерій якості нелінійні, відносно невідомих параметрів. На додаток до звичайних квадратичних нелінійностей, що притаманні критерію J, останній член виразу (8) містить інші типи нелінійностей. Це пояснюється тим, що похибка моделі визначається, як

$$v(k+1) = z_m(k+1) - z(k+1) = z_m(k+1) - \\ - \left\{E\ h_m\left[x(k+1),\ u(k+1),\ k+1,\ \theta\right] + b + v(k+1)\right\}. \quad (9)$$

Така нелінійна задача розв'язується шляхом послідовного обчислення сусідніх екстремальних траєкторій, що задовольняють обмеженням (6–7) до тих пір, доки не буде досягнуто мінімум критерію J З цією метою визначається номінальна траєкторія, що також задовольняє рівнянням, котрі утворюють обмеження.

Для розв’язку задачі необхідно задати початкові умови $x(0) = x_0$ і послідовність значень $\left[w(i)\right]$, що в численних випадках розв'язку рівнянь вважаються нульовими. Рівняння (3) використовують для обчислення значення критерію якості, пов'язаного з цією траєкторією. Використовуючи за основу базисну траєкторію, після цього обчислюють сусідні траєкторії таким чином, щоб критерій якості приймав при цьому менше значення ніж на попередньому циклі. Процедура триває до тих пір, доки не буде досягнуто мінімуму критерію.

Для обчислення сімейства траєкторій використовується варіаційний підхід. Варіація другого порядку для критерію якості має вигляд [1; 4]:

$$\delta J = \left[x(0) - x_0\right]^T P_0^{-1} \delta x(0) + 1/2\, \delta x(0)^T P_0^{-1} \delta x(0) + \\ + \sum_{i=0}^{N-1}\left[w^T(i) Q^{-1} \delta w(i) + 1/2\, \delta w^T(i) Q^{-1} \delta w(i)\right] + \\ + \sum_{i=1}^{N}\left[-v^T(i) R^{-1} E h_x(i) \delta x(i) + \right. \\ \left. + 1/2\, \delta x^T(i) h_x^T(i) R^{-1} E h_x(i) \delta x(i)\right]. \quad (10)$$

Варіація обмеження (6), що зв’язує варіації $\delta x(k)$ і $\delta x(0)$:

$$\delta x(k+1) = f_x(k)\delta x(k) + f_w(k)\delta w(k), \\ k = \overline{0, N-1}. \quad (11)$$

Градієнти $f_x(k), f_w(k)$ і $h_x(k)$ у рівняннях (10–11) визначаються за виразами:

$$f_x(k) = \left.\frac{\partial f_d(x, u, w, k, \theta)}{\partial x}\right|_{x(k), u(k), w(k)}; \\ f_w(k) = \left.\frac{\partial f_d(x, u, w, k, \theta)}{\partial w}\right|_{x(k), u(k), w(k)}; \\ h_x(k) = \left.\frac{\partial h_m(x, u, k, \theta)}{\partial x}\right|_{x(k), u(k)}. \quad (12)$$

і оцінюються вздовж номінальної траєкторії, що задається послідовностями величин $\left[x(k)\right], \left[u(k)\right], \left[w(k)\right]$.

Отже, необхідно обчислити сімейство траєкторій, заданих варіаціями $\delta x(0)$ і $\left[\delta w(k)\right]$. При цьому варіація критерію якості повинна приймати більші негативні значення і задовольняти обмеженню (11). Це приводить до розв'язку задачі так званого «досяжного мінімуму». Виходячи з того, що частинні похідні $f_x(k), f_w(k)$ і $h_i(k)$ залишаються приблизно незмінними під час руху вздовж номінальної і сусідніх траєкторій (це підтверджується розкладанням рівнянь, що утворять обмеження, і відкиданням членів розкладу другого порядку і вище), можна стверджувати, що задача мінімізації подібна до задачі згладжування для лінійних систем і може бути розв'язана за допомогою одного із відомих алгоритмів згладжування. Щоб довести цю подібність, модифікуємо критерій якості δJ шляхом введення додаткових членів:

$$\delta J_1 = \delta J + 1/2\left[x(0) - x_0\right]^T P_0^{-1}\left[x(0) - x_0\right] + \\ + \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{N-1}\left[w^T(k) Q^{-1} w(k) + v^T(k+1) R^{-1} v(k+1)\right]. \quad (13)$$

Додаткові члени в (13) не будуть функціями змінних $\delta x(0)$ і $\left[\delta w(k)\right]$, тому вони залишаються константами під час розв'язання задачі мінімізації.

Якщо підставити значення критерію δJ з рівняння (10) в рівняння (13) і виконати відповідні перетворення, отримаємо вираз для розширеного критерію:

$$\delta J_1 = 1/2\left[\delta x(0) + x(0) - x_0\right]^T P_0^{-1}\left[\delta x(0) + x(0) - x_0\right] + \\ + \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{N-1}\left[\left[w(k) + \delta w(k)\right]^T Q^{-1}\left[w(k) + \delta w(k)\right] + v_1^T(k+1) R^{-1} v_1(k+1)\right], \quad (14)$$

де

$$v_1(k) = z_m(k+1) - \\ -E\left\{h_x(k+1)\delta x(k) + h_m\left[x(k+1), u(k+1), k+1, \theta\right]\right\} - b. \quad (15)$$

Мінімізація критерію δJ_1 із врахуванням обмеження (11) являє собою задачу лінійного згладжування, в котрій $\delta x(0)$ – невідомі початкові умови; $\left[\delta w(k)\right]$ – невідомий шум стану об’єкта. Для розв’язання задачі «досяжного» згладжування, скористаємось нелінійним оберненим інформаційним фільтром. Це дає змогу обчислити сусідню траєкторію, для якої зменшується значення критерію J задачі нелінійного згладжування. Сусідні траєкторії (сімейство) обчислюються ітераційно до тих пір, доки зміни варіацій $\delta x(0)$ і $\left[\delta w(k)\right]$ не стануть достатньо малими. З цього витікає, що δJ також «мале» і в результаті досягається мінімум критерію.

Пошук розв’язку за допомогою нелінійного оберненого інформаційного фільтру базується на наступних кроках:

На підставі початкової умови $x(0)$ і послідовності $\left[w(k)\right]$, отриманих на попередній ітерації (або з початкових умов), обчислюється номінальна траєкторія (рівняння (6–7); критерій якості J; рівняння (8) і градієнтні матриці $f_x(k), f_w(k)$ і $h_i(k)$; рівняння (12).

Для нелінійного оберненого інформаційного фільтра покладемо нульові кінцеві умови $y_{N/N} = 0$ і $S_{N/N} = 0$. Для $i = \overline{N,1}$ знайдемо згладжені оцінки в зворотному часі [5, 6]:

$$y_{k/k} = y_{k/k+1} + h_x^T(k) E^T R^{-1} \times \\ \times\left\{z(k) - Eh_m\left[x(k), u(k), k, \theta\right] - b\right\}; \quad (16)$$

$$S_{k/k} = S_{k/k+1} + h_x^T(k) E^T R^{-1} E\, h_x(k); \quad (17)$$

$$K_B(k) = \left[Q^{-1} + f_w^T(k)\, S_{k+1/k+1}\right]; \quad (18)$$

$$w_B(k) = Q\ f_w^T(k)\left[I - f_w(k)\, K_B(k)\right]^T y_{k+1/k+1}; \quad (19)$$

$$y_{i/i+1} = f_x^T(k)\left[I - f_w(k) K_B(k)\right]^T \times \\ \times\left[y_{k+1/k+1} + S_{k+1/k+1}\ f_w(k) w(k)\right]; \quad (20)$$

$$S_{k/k+1} = f_x^T(k)\left[I - f_w(k)\, K_B(k)\right]^T \times \\ \times S_{k+1/k+1} f_x(k). \quad (21)$$

Запам’ятати: $y_{k/k}$, w_B, $S_{k+1/k+1}$ і $K_B(k)$.

Обчислити початкові умови для згладжування в прямому напрямку:

$$\delta x(0) = \left[S_{0/1} + P_0^{-1}\right]^{-1}\left\{y_{0/1} + P_0^{-1}\left[x_0 - x(0)\right]\right\}; \quad (22)$$

$$\theta,$$

де Θ_b попереднє і нове початкове значення.

Для $i = 0,..., N-1$, обчислити

$$w_+(k) = w(k) + \delta x(k) = \\ = w_B(k) - K_B(k)\left[f_x(k)\delta x(k) - f_w(k) w(k)\right]; \quad (23)$$

$$\delta x(k+1) = f_x(k)\ \delta x(k) + f_w(k)\left[w_+(k) - w(k)\right]; \quad (24)$$

$$\lambda(k) = S_{k/k}\delta x(k) - y_{k/k}. \quad (25)$$

Виконувати ітерації до тих пір, доки зміни значень $x(0)$ і $w(k)$ не стануть «достатньо» малими, тобто критерій J досягне мінімального значення.

З рівняння (5) витікає, що після розв’язку задачі згладжування варіація δJ повинна дорівнювати нулю. Але:

$$\delta J = \frac{\partial J}{\partial \theta}\delta\theta \equiv J_\theta\,\delta\theta. \quad (26)$$

Тоді в стаціонарній точці добуток $J_\theta\,\delta\theta$ також повинен збігатися до нуля.

Враховуючи наявність методичних і обчислювальних помилок, останній добуток не буде точно дорівнювати нулю, а тому необхідно знайти нові оцінки вектору параметрів θ, що зменшують значення критерію якості J.

Використовуючи згладжені змінні $\hat{x}(t)$, $\hat{w}(t)$ і $\hat{\lambda}(t)$ можна обчислити градієнт критерію J по відношенню до вектора параметрів θ за допомогою наступної функції:

$$\frac{\partial \bar{J}}{\partial \theta(i)} = \sum_{j=1}^{p} \frac{\theta(j) - \theta_0(j)}{\Theta_\theta(i,j)} - \\ -\sum_{k=1}^{N} \hat{v}^T(t_k) R^{-1} E \frac{\partial h_m\left[\hat{x}(t_k), u(t_k), \hat{w}(t_k), t, \theta\right]}{\partial \theta(i)} + \\ +\int_{t_0}^{t_f} \hat{\lambda}(t) \frac{\partial f_c\left[\hat{x}(t_k), u(t_k), \hat{w}(t_k), t, \theta\right]}{\partial \theta(i)} dt; \quad i = 1, \ldots, p. \tag{27}$$

де E – матриця вимірності ($m \times m$), елементи якої визначаються як $E_i(j,k) = 1$, якщо $j = k = i$, і $E_i(j,k) = 0$ в протилежному випадку. Припускається, що вагова матриця Θ буде блочно-діагональною з блоками Θ_θ, Θ_E і Θ_b, а матриці Θ_E і Θ_b – діагональні.

Оцінювання градієнтної матриці та оновлення критерію якості по відношенню до вектора параметрів будемо виконувати за допомогою дворангової процедури.

Нехай θ_i і $\nabla_\theta J_i$ – вектор параметрів та градієнт критерію якості по відношенню до вектора параметрів на $i-й$ ітерації. Нові оцінки параметрів обчислюються за допомогою наступної квазін'ютонівської процедури [2]:

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \alpha_i B_i^{-1} \nabla_\theta J_i, \tag{28}$$

де B_i – оцінка гессіана для вектора θ_i. Скаляр α_i – ваговий коефіцієнт (величина кроку), який забезпечує збіжність критерію якості до мінімального значення вздовж напрямку пошуку, котрий задається виразом $-B_i^{-1}\nabla_\theta J_i$. Градієнт критерію якості для нових значень параметрів θ_{i+1} визначається як $\nabla_\theta J_i$. Приріст вектора параметрів та градієнта визначається виразами:

$$p_i = \theta_{i+1} - \theta_i; \\ q_i = \nabla_\theta J_{i+1} - \nabla_\theta J_i. \tag{29}$$

Оцінка гессіана B_i оновлюється за допомогою двох зовнішніх добутків векторів p_i і q_i. Завдяки цьому відбувається дворангове оновлення матриці B_i у відповідності з виразом

$$B_{i+1} = B_i + \frac{q_i q_i^T}{q_i^T p_i} - \frac{B_i p_i p_i^T B_i^T}{B_i^T p_i^T p_i}. \tag{30}$$

Для того, щоб показати дворангову властивість цієї процедури, запишемо рівняння (30) у вигляді:

$$B_{i+1} = B_i + \frac{q_i q_i^T}{q_i^T p_i} + \alpha_i \frac{\left(\nabla_\theta J_i\right)\left(\nabla_\theta J_i\right)^T}{\left(\nabla_\theta J_i\right)^T p_i}, \tag{31}$$

де α_i – скаляр, який задає величину кроку для квазін'ютонівської процедури (28).

З рівняння (31) можна зрозуміти, що однорангове оновлення матиме місце тоді, коли оновлення векторного градієнта q_i відбувається одночасно з оновленням вектора $\nabla_\theta J_i$.

Початкове значення матриці B_0 можна задати будь-якою додатньо визначеною симетричною матрицею. Дуже часто для цього використовують одиничну матрицю, що викликає перше оновлення параметрів у напрямку найшвидшого спуску.

В розглянутому методі дворангова процедура використовується як складова частина квазін'ютонівської процедури для оновлення параметрів процесу.

Остаточно метод нелінійної ідентифікації радіотехнічних систем, можна сформулювати наступним чином:

Для множини параметрів θ, отриманої на попередній ітерації (або з початкових умов), розв'язати задачу нелінійного згладжування з метою обчислення часових рядів для згладжених станів і функцій, котрі збурюють, використовуючи наведений вище метод нелінійного згладжування. Необхідно обчислити також оцінку критерію якості J_0, котра визначається рівнянням (3).

Обчислити оцінку градієнта J по відношенню до параметрів θ за допомогою рівнянь (27).

Оновити вектор параметрів θ за допомогою квазін'ютонівської процедури (28), використовуючи при цьому для обернення гессіана дворанговий алгоритм, що оновлює параметри.

Повторювати виконання алгоритму до тих пір, доки критерій якості не досягне мінімального значення.

Висновки

У результаті проведених досліджень запропоновано метод параметричної ідентифікації сигналів нелінійних радіотехнічних систем, на основі мінімізації похибки між вимірами вихідного сигналу об'єкта і виходом математичної моделі, за умови подачі на вхід сигналу певного типу.

Отриманий метод дозволяє побудувати нелінійну математичну модель для стаціонарних та нестаціонарних процесів радіотехнічних пристроїв. Перспективним є застосування розробленого методу для створення математичної моделі сучасних радіотехнічних пристроїв.

Список літератури

1. Стратегія сталого розвитку «Україна – 2020»: Указ Президента України від 12 січня 2015 року № 5/2015 [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/5/ 2015/ paran10# n10.

2. Современные методы идентификации систем / Под ред. П. Эйкхоффа. – М.: Мир, 1983. – 400 с.

3. Василенко В.А. Радионавигационные приборы и системы / В.А. Василенко Б.С. Розен, В.В. Серегин – М.: Агропромиздат, 1986. – 319 с.

4. Киричков В.Н. Идентификация объектов систем управления технологическими процесами / В.Н. Киричков. – К.: Вища школа, 1990. – 145 с.

5. Сизиков В.С. Математические методы обработки результатов измерений / В.С. Сизиков. – Санкт-Петербург: Политехника, 2001. – 240 с.

6. Дэннис Дж. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений / Дж. Дэннис, Р. Шнабель. – М.: Мир, 1988. – 440 с.

7. Галай В.Н. Контроль динамики объектов / В.Н. Галай, Л.Ю. Спинул, А.В. Шефер. – К.: Экономика и право, 2004. – 185 с.

8. Кузовков Н.Т. Модальное управление и оптимальная фильтрация / Н.Т. Кузовков. – М.: Машиностроение, 1976. – 280 с.

9. Brown R.G. Introduction to random signal analysis and Kalman filtering / R.G. Brown. – New York: Wiley & Sons, 1983. – 347 p.

Надійшла до редколегії 05.01.2017

Рецензент: д-р техн. наук проф. Г.В. Худов, Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

СОВРЕМЕННЫЙ МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИГНАЛОВ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А.В. Шефер

В статье использован метод нелинейного сглаживания сигналов радиотехнических систем, оценивание градиента критерия качества, а также квазиньютоновской процедуры, что дает возможность достичь минимума функционала качества. Для решения задачи достижимого сглаживания использован обратный нелинейный информационный фильтр.

Разработанный метод идентификации нелинейных систем может быть использован для построения математических моделей стационарных и нестационарных процессов радиотехнических устройств.

Ключевые слова: *радиотехническая система, нелинейное сглаживание, критерий качества, минимум функционала, квазиньютоновская процедура, информационный фильтр.*

MODERN METHOD OF NON-LINEAR SIGNALS RADIOTECHNICAL IDENTIFICATION

O. Shefer

The article used the method of non-linear signals smoothing of radio technical systems, evaluation of quality criterion gradient as well as quasinewton procedure, that enables reaching a functional quality minimum. For the solution of accessible smoothing effect problem, the inverse non-linear information filter has used.

The obtained method of non-linear technical systems identification can be utilized for the construction of steady and non-steady technological procedure mathematical models.

Keywords: *radio technical system, non-linear smoothing, quality criterion, the functional minimum, quasinewton procedure, the information filter.*