

УДК 623.4.011

А.Б.Скорик<sup>1</sup>, О.В. Гаврентюк<sup>1</sup>, А.А.Скорик<sup>2</sup>, П.А. Дранник<sup>3</sup><sup>1</sup> Харківський університет Воздушних Сил ім. І. Кожедуба, Харків<sup>2</sup> Національний університет радіоелектроніки, Харків<sup>3</sup> Національний університет оборони України, Київ

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БОРТОВОГО ВЫЧИСЛИТЕЛЯ ЗУР. АНАЛИЗ ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ УПРАВЛЕНИЯ ЗУР С ВЕРТИКАЛЬНЫМ СТАРТОМ НА ЭТАПЕ СКЛОНЕНИЯ

В статье рассматриваются вопросы построения математической модели функционирования бортового вычислителя ЗУР с комбинированным наведением (инерциальное с радиокоррекцией + полуактивное самонаведение). Проводится анализ этапов функционирования бортового вычислителя в процессе предстартовой подготовки, пуска и наведения ракеты. Рассматриваются основные математические соотношения и алгоритмы выработки команд наведения ЗУР на этапе склонения.

**Ключевые слова:** контур наведения, бортовой вычислитель, холодный старт с помощью обтюратора, матрица направляющих косинусов, склонение ракеты.

### Введение

#### Постановка проблемы и анализ литературы.

В высшей военной школе одной из актуальных задач является повышения уровня научности в обучении. Сегодня существует ряд проблемных вопросов преподавания системотехнических основ построения вооружения и теории наведения ЗУР [1, 2], связанных в первую очередь с тем, что в известной литературе очень слабо освещаются вопросы функционирования современных систем управления высокоточным оружием. На первый взгляд информации по данной тематике очень много. Однако эта информация имеет общий характер не позволяющий изучать информационные процессы, протекающие в контуре наведения ЗУР. Одной из лучших книг, посвященных вопросам построения ЗУР является работа [3]. Однако и здесь мы можем найти только наиболее общие сведения по формированию команд управления ЗУР. Вопросы построения и моделирования функционирования бортовых вычислителей ЗУР практически не описаны в открытой печати.

**Цель статьи.** Рассмотрение математической модели функционирования бортового вычислителя ЗУР с комбинированным наведением (инерциальное с радиокоррекцией + полуактивное самонаведение) в процессе предстартовой подготовки, пуска и наведения ракеты. Анализ основных математических соотношения и алгоритмов выработки команд наведения ЗУР на этапе склонения.

### Основной материал

На примере бортового вычислительного устройства (БВУ) ЗУР ЗРК С-300В рассмотрим информационные процессы, протекающие в контуре наведения. В современных ЗУР БВУ осуществляет автоматическую реализацию всех алгоритмов управле-

ния, наведения и подрыва ракеты на следующих этапах полета:

- предпусковым;
- пусковым;
- движение в контейнере;
- склонения;
- инерциального управления;
- самонаведения;
- доворота;
- ближнего взведения и подрыва.

При моделировании функционирования БВУ следует учитывать, что решение основных управляющих алгоритмов осуществляется с разными частотами, зависящими от этапа полета ракеты. Отсутствует также жесткая привязка выполняемых программ к временным меткам. Внутри цикла начало счета алгоритмов также не синхронизируется метками времени, а каждый алгоритм начинает выполняться после окончания предыдущего. Выдача управляющей информации в ракету осуществляется сразу же после ее вычисления.

Моделируя вертикальный старт и полет ракеты на этапе склонения необходимо использовать 4 системы координат: ЗСК - земная система координат (СК); ЗСК-ПУ - земная СК связанная с пусковой установкой; ИСК-Р - инерциальная СК ракеты; РСК - ракетная система координат (или иначе - связанная СК, прим. авт).

При математическом описании работы БВУ ЗУР часто возникает задача пересчета данных из одной СК в другую, для чего используются матрицы направляющих косинусов (МНК), задающие вращение в соответствии с выражениями:

$$\text{Rot}(X, \theta_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ 0 & -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix}; \quad (1.1)$$

$$\text{Rot}(Y, \theta_2) = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & 0 & -\sin \theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 \end{pmatrix}; \quad (1.2)$$

$$\text{Rot}(Z, \theta_3) = \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 \\ -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

Рассмотрим СК, используемые при моделировании. ЗСК – это неврращающаяся относительно Земли СК, направления осей которой могут быть выбраны в зависимости от решаемых при моделировании задач. В отечественной литературе наиболее популярна ЗСК-СВВ - север, вверх, восток ( $Ox_3y_3z_3$ ) [3]. Однако в рассматриваемой задаче предпочтительней ось  $Ox_3$  направить вдоль продольной оси пусковой установки. Тогда, соответственно, оси  $Oy_3$  и  $Oz_3$  направлены вверх и вправо.

РСК ( $Ox_p y_p z_p$ ) связана с центром масс ракеты. Ось  $Ox_p$  направлена по продольной оси ракеты, ось  $Oy_p$ , направлена вверх, ось  $Oz_p$  – вправо (рис. 1).

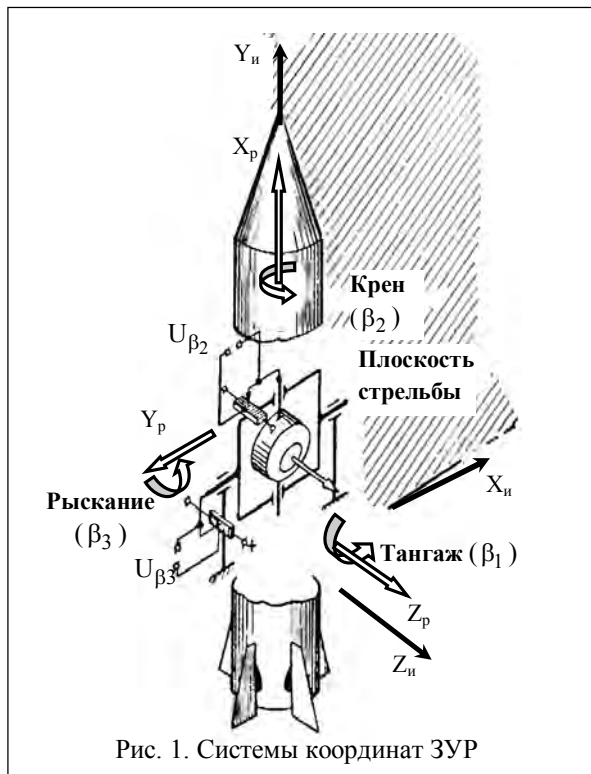


Рис. 1. Системы координат ЗУР

При инициализации модели положение ЗСК-ПУ ( $Ox_g y_g z_g$ ), ИСК-Р ( $Ox_n y_n z_n$ ) и РСК можно рассматривать как совпадающее с положением ЗСК.

Ракета 9М83 стартует из вертикально установленного контейнера. Перевод ракеты из исходного в боевое положение (подъем контейнера с ракетой на угол старта, равный  $90^\circ$ ) может рассматриваться как задание нового положения для РСК. В боевом положении ИСК-Р и РСК связаны между собой следующим выражением:

$$(x_u y_u z_u)^T = C(x_p y_p z_p)^T, \quad (2)$$

где МНК  $C=C_0 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Выражение (2) получено при повороте ИСК-Р относительно оси  $Z_n$  (преобразование (1.3)). Углы рыскания, тангажа и крена определяют положение РСК по отношению к опорной – инерциальной СК. Для измерения этих углов с помощью свободных гироскопов необходимо произвести начальное согласование инерциальной СК с земной СК, т.е. необходима начальная выставка гироскопов. Здесь следует отметить, что инерциальный базис формируется в системе управления ракетой на основе измерений 3-х свободных гироскопов, установленных на подвижном основании. Информация о нормальных ускорениях и угловых скоростях получается от 3-х акселерометров и 4-х датчиков угловых скоростей (ДУС). Датчики установлены на блоке ИСУ, имеющем жесткую связь с корпусом ракеты ((именно поэтому инерциальная система названа *бесплатформенной*)).

При решении в ЗРК задачи пуска ЗСК-ПУ и ИСК-Р ориентируется в направлении упрежденной точки встречи с целью, для чего разворачиваются (относительно ЗСК) на заданный угол плоскости стрельбы  $\gamma_m$ . Ось  $Ox_g$  проходит через проекцию упрежденной точки встречи ракеты с целью на плоскость горизонта. Разворот ИСК-Р в плоскость стрельбы осуществляется механическим разворотом гироскопа с находящимися на нем гироскопами (зарретированными). Данное преобразование можно представить как поворот ИСК-Р относительно оси  $Y_n$  (преобразование (1.2)) на угол  $\gamma_m$ :  $\text{Rot}(Y, \gamma_m)$ . В результате такого преобразования МНК  $C$  в выражении (2) будет приведена к виду

$$C = C_\gamma = \begin{pmatrix} 0 & -\cos \gamma_\mu & -\sin \gamma_\mu \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \gamma_\mu & \cos \gamma_\mu \end{pmatrix}. \quad (3)$$

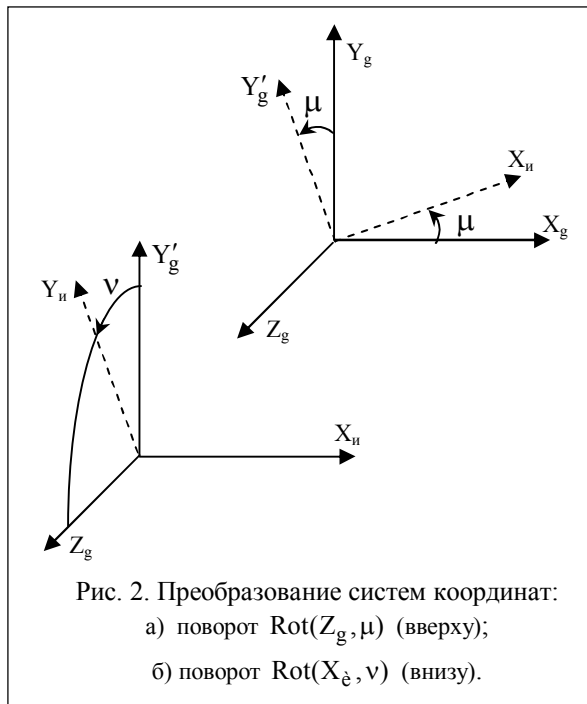
При переводе пусковой установки в боевое положение отклонение контейнера с ракетой от вертикали может достигать  $4...6^\circ$ . Это приведет к тому, что фактическое положение ракеты (ИСК-Р) на ПУ будет иметь углы наклона  $\nu, \mu$  относительно ЗСК-ПУ (рис. 2). При нахождении МНК  $P$ , задающей преобразование из ЗСК-ПУ в ИСК-Р последовательность вращения должна быть следующей:

1) поворот ЗСК-ПУ относительно оси  $Z_g$  (преобразование (1.3)) на угол  $\mu$ :  $T_\mu = \text{Rot}(Z_g, \mu)$ ;

2) поворот относительно нового положения оси  $X_n$  на угол  $\nu$ :  $T_\nu = \text{Rot}(X, \nu)$  (преобразование (1.1)).

Алгоритм формирования матрицы  $P$ :

$$P = T_\nu T_\mu = \begin{pmatrix} \cos \mu & \sin \mu & 0 \\ -\sin \mu \cos \nu & \cos \mu \cos \nu & \sin \nu \\ \sin \mu \sin \nu & -\cos \mu \sin \nu & \cos \nu \end{pmatrix}. \quad (4)$$



Вычисления углов неперпендикулярности и коэффициентов матрицы  $\mathbf{P}$  в бортовом вычислителе ракеты осуществляется на основе измерения проекций силы тяжести. Пересчет измеренных в РСК составляющих ускорения земного тяготения в инерциальную СК осуществляется по формуле

$$\begin{pmatrix} g_{xu} \\ g_{yu} \\ g_{zu} \end{pmatrix}^T = C_\gamma \begin{pmatrix} g_{xp} \\ g_{yp} \\ g_{zp} \end{pmatrix}^T, \quad (5)$$

где  $g_{xp}, g_{yp}, g_{zp}$  – составляющие ускорения земного тяготения в РСК,  $g_{xu}, g_{yu}, g_{zu}$  – составляющие ускорения земного тяготения в ИСК-Р.

Коэффициенты матрицы  $\mathbf{P}$  определяются следующими выражениями:

$$\sin \nu = \text{tg} \nu = -g_{zu} / g_{yu}, \quad (6)$$

$$\sin \mu = g_{xu} / g, \quad (7)$$

$$\cos \mu = \sqrt{1 - g_{xu}^2 / g^2}, \quad (8)$$

$$\cos \nu = \sqrt{1 - g_{zu}^2 / g_{yu}^2}; \quad (9)$$

$$g = \sqrt{g_{xu}^2 + g_{yu}^2 + g_{zu}^2}. \quad (10)$$

После прохождения команды «Пуск» происходит разаретирование гироскопов и запоминание положения осей ИСК-Р (из инерциального блока в БВУ поступают углы поворота внешних рамок гироскопа:  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ). Ракета в ЗРК С-300В двухступенчатая. Первой (стартовой) ступенью является ступень ракеты, совершающая полет до сбрасывания отделяемой части. Второй (маршевой) ступенью является ступень ракеты, совершающая полет на заданном участке траектории после сбрасывания отделяемой части первой ступени. В хвостовом блоке отделяющейся части установлен импульсный двигатель склонения (ИДС). В ЗРК С-300В реализован холодный старт

ракеты с помощью обтюатора. Выход ракеты из контейнера ПУ производится под действием пороховых газов газогенератора контейнера. После выхода ракеты из ТПК осуществляется предварительное склонение ее с помощью импульсного двигателя склонения для обеспечения безопасности ПУ при запуске стартового двигателя. На этапе склонения разворот ракеты по крену не производится. ИДС жестко закреплен на корпусе ракеты и склоняет ракету всегда в одном и том же направлении вдоль оси пусковой установки, независимо от направления плоскости стрельбы. После достижения ракетой безопасной высоты ( $y_u \geq 10\text{м}$ ) и времени 0,3с от начала движения, производится запуск стартового двигателя и БВУ начинает формировать сигналы  $\lambda_{yp}, \lambda_{zp}$  на управление ракетой. При этом в плоскости тангажа реализуется склонение ракеты на угол  $\vartheta_m$  обеспечивающий полет ракеты по оптимальной траектории в заданную точку зоны, а в плоскости курса разворот ракеты в плоскость стрельбы.

Указанные особенности процесса стрельбы ЗУР делают предпочтительным формирование команд управления ракетой, обеспечивающих вывод ее в плоскость стрельбы и наведение ракеты в плоскости стрельбы, обеспечивающее реализацию требуемых значений угла склонения  $\vartheta_m(t)$ . Для реализации такого управления в БВУ ЗУР рассчитываются следующие углы:

$$\sin \alpha_1 = \frac{y}{\sqrt{(\cos \beta_2 \cos \beta_3)^2 + y^2}}; \quad (11)$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{\cos \beta_2 \cos \beta_3}{\sqrt{(\cos \beta_2 \cos \beta_3)^2 + y^2}}; \quad (12)$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{\cos \beta_2 \cos \beta_3}{\sqrt{1 - (\sin \beta_2 \sin \beta_3)^2}}; \quad (13)$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{\cos \beta_3}{\sqrt{1 - (\sin \beta_2 \sin \beta_3)^2}}; \quad (14)$$

где  $y = \cos \beta_1 \cos \beta_2 \sin \beta_3 - \sin \beta_1 \sin \beta_2 \cos \beta_3$ .

В процессе полета происходит вращение ракеты по тангажу, крену и курсу. МНК  $\mathbf{C}$  (см. выражение (2)) в БВУ ракеты вычисляется, с учетом введенных углов  $\alpha_1, \alpha_2$ , в следующем виде:

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} c_{21} &= \cos \beta_1 \cos \alpha_1; \\ c_{22} &= \cos \gamma_m \sin \beta_1 \cos \alpha_1 + \sin \gamma_m \sin \alpha_1; \\ c_{23} &= \cos \gamma_m \sin \alpha_1 + \sin \gamma_m \sin \beta_1 \cos \alpha_1; \\ c_{31} &= \sin \alpha_2; \quad c_{32} = -\cos \alpha_2 \sin(\gamma_m + \beta_2); \\ c_{33} &= \cos \alpha_2 \cos(\gamma_m + \beta_2); \end{aligned}$$

$$c_{11} = c_{22}c_{33} - c_{32}c_{23};$$

$$c_{12} = c_{31}c_{23} - c_{21}c_{33};$$

$$c_{13} = c_{21}c_{32} - c_{22}c_{31}.$$

В БВУ ЗУР, вимірювані в РСК нормальні прискорення  $n_x, n_y, n_z$ , з використанням виражень (2), (15) пересчитуються в ИСК-Р і використовуються для знаходження відповідних координат і швидкості їх зміни.

$$\dot{x}_{\text{ри}} = \int n_{\text{xi}} dt + \dot{x}_{\text{p0}}, \quad x_{\text{ри}} = \int \dot{x}_{\text{ри}} dt + x_{\text{p0}} \quad (16)$$

$$\dot{y}_{\text{ри}} = \int n_{\text{yi}} dt + \dot{y}_{\text{p0}}, \quad y_{\text{ри}} = \int \dot{y}_{\text{ри}} dt + y_{\text{p0}} \quad (17)$$

$$\dot{z}_{\text{ри}} = \int n_{\text{zi}} dt + \dot{z}_{\text{p0}}, \quad z_{\text{ри}} = \int \dot{z}_{\text{ри}} dt + z_{\text{p0}} \quad (18)$$

Команди управління ракетою на етапі схилення для кожної з площин управління ( $\lambda_{\text{ур}}^{\text{СКЛ}}, \lambda_{\text{зр}}^{\text{СКЛ}}$ ) вивчаються в бортовому обчислювачі ракети по формулам:

$$\lambda_{\text{ур}} = \lambda_{\text{ур}}^{\text{СКЛ}} = \left( \begin{array}{l} (v - \beta_1 + 57.3 \sin \mu) \cos(\beta_2 + \gamma_m) + \\ 57.3(-\sin \alpha_2 - \text{tg} v \sin v) \sin(\beta_2 + \gamma_m) \end{array} \right) K^v; \quad (19)$$

$$\lambda_{\text{зр}} = \lambda_{\text{зр}}^{\text{СКЛ}} = \left( \begin{array}{l} (\beta_1 - v - 57.3 \sin \mu) \sin(\beta_2 + \gamma_m) + \\ 57.3(-\sin \alpha_2 - \text{tg} v \sin v) \cos(\beta_2 + \gamma_m) \end{array} \right) K^v, \quad (20)$$

де  $v = v^K = v_m \left( 1 + K^{\text{КОР}} \mu(t_n) \right);$

$$\mu(t_n) = \frac{\dot{x}_{\text{ри}}(t_n)}{a_2^K t^2 + a_1^K t + a_0^K} - 1;$$

$$|v - \beta_1|_{\text{огр}} = 40^0; \quad |v - \beta_1| \leq |v - \beta_1|_{\text{огр}};$$

$$K_0 = 0.18 \text{ град/м}; \quad a_0^K = 54 \text{ м/сек};$$

$$a_1^K = 370.53 \text{ м/сек}^2; \quad a_2^K = 24.24 \text{ м/сек}^3.$$

Після обмеження, команди, знайдені згідно виражень (19) і (20) використовуються для наведення ракети.

## Вывод

В статті розглянуті особливості передстартової підготовки і пуску ЗУР з вертикальним стартом.

Приведені основні математичні співвідношення, використовувані при описанні математичної моделі бортового обчислювача сучасних ЗУР.

Отримані результати можуть бути використані як навчальний матеріал.

## Список литературы

1. Скорик А.Б. Проблемные вопросы изучения принципов построения зенитных управляемых ракет и стрельбы ЗУР / А.Б. Скорик, С.В. Ольховиков, А.С. Кирилюк // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2008. – Вип. 5 (72). – С. 111-115.

2. Скорик А.Б. Актуальні питання викладання методів наведення ЗКР під час підготовки офіцерів ЗРВ / А.Б. Скорик, А.С. Кирилюк, О.Ф. Галицький // Навчально-виховний процес: Методика, досвід, проблеми. – Х.: ХУПС, 2008. – Вип. 3-4 (109-110). – С. 34-41.

3. Проектирование зенитных управляемых ракет // Под ред. Голубева И.С., В.Г.Светлова. – М.: МАИ, 1999. – 728с.

Поступила в редколлегию 16.02.2011

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.П. Малайчук, Днепропетровский национальный университет им. О. Гончара, Днепропетровск.

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ БОРТОВОГО ОБЧИСЛЮВАЧА ЗКР. АНАЛІЗ ЗАВДАННЯ МОДЕЛЮВАННЯ КЕРУВАННЯ ЗКР З ВЕРТИКАЛЬНИМ СТАРТОМ НА ЕТАПІ СХИЛЕННЯ

А.Б. Скорик, О.В. Гаврентюк, О.А. Скорик, П.А. Дранник

У статті розглядаються питання побудови математичної моделі функціонування бортового обчислювача ЗКР з комбінованим наведенням (інерціальне з радіокорекцією + напівактивне самонаведення). Проводиться аналіз етапів функціонування бортового обчислювача в процесі передстартової підготовки, пуску і наведення ракети. Розглядаються основні математичні співвідношення і алгоритми вироблення команд наведення ЗКР на етапі схилення.

**Ключові слова:** контур наведення, бортовий обчислювач, холодний старт за допомогою обтюратору, матриця напрямляючих косинусів, схилення ракети.

### MATHEMATICAL MODELLING OF AIRBORNE COMPUTER SAM. THE ANALYSIS OF THE PROBLEM OF MODELLING OF CONTROL SAM WITH VERTICAL LAUNCH AT THE DECLINATION STAGE

A.B. Skorik, O.V. Gavrentjuk, A.A. Skorik, P.A. Drannik

In article questions of construction of mathematical model of functioning of airborne computer SAM with the combined prompting (inertial with radio correction + semiactive homing) are considered. The analysis of stages of functioning of an airborne computer in the course of prestarting preparation, start-up and rocket prompting is carried out. The basic mathematical parities and algorithms of development of commands of prompting SAM at a declination stage are considered.

**Keywords:** a prompting contour, an airborne computer, cold start with the gas-check, a matrix directional cosines, rocket declination.