УДК 621.391

О.С. Бойченко, В.В. Воротніков, І.О. Канкін

Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова НАУ, Житомир

ЙМОВІРНІСНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ ВТРАТ ПАКЕТІВ У ВУЗЛІ БАГАТОКАНАЛЬНОЇ МЕРЕЖІ З НЕОДНОРІДНИМ ВХІДНИМ ПОТОКОМ

В статті запропоновано ймовірнісну модель вузла багатоканальної мережі з неоднорідним вхідним потоком (мультисервісної мережі) для дослідження характеристик мережі та визначення втрат інформаційних пакетів.

***Ключові слова**: ймовірнісна модель, мультисервісна мережа, втрати пакетів.*

Вступ

Постановка проблеми. Сучасні збройні конфлікти (в Афганістані, Іраці, Грузії) свідчать про те, що система управління міжвидовими угрупуваннями не здатна забезпечити інтеграцію усіх джерел радіолокаційної, навігаційної, гідроакустичної та розвідувальної інформації у єдину інформаційну систему забезпечення бойових дій міжвидових компонентів збройних сил. Проблема об’єднання всіх видів інформації до єдиного інформаційного простору є актуальною задачею.

Огляд останніх досліджень і публікацій. В останніх наукових роботах [2, 7] проведено розробку структури інтегрованої інформаційної системи управління міжвидовими угрупуваннями, де визначені категорії джерел інформації.

В системах спеціального призначення для передачі різних джерел інформації та інтеграції їх у єдиний інформаційний простір використовують мультисервісні мережі [5]. Використання цих мереж надає певні переваги:

доступ до багатьох служб: телефонної, служби передачи даних, тексту, зображень [4];

можливість організації телеконференцій [3];

вихід абонентів локальних ІКМ до ІКМ загального користування [4].

В багатьох випадках обслуговування інформаційних пакетів характеризується одночасним представленням декількох (1, 2,…V, в залежності від виду доступу) типових цифрових каналів з відповідною швидкістю передачі, що забезпечує фіксовану та постійну у часі пропускну здатність.

Однією з головних задач при побудові сучасних мультисервісних мереж є мінімізація втрат пакетів певної інформаційної категорії [2].

Формулювання завдання та цілей статті. Метою роботи є розробка математичної моделі для оцінки втрат пакетів певної інформаційної категорії.

Виклад основного матеріалу

Математична модель спрямована на дослідження зміни ймовірностей втрат пакетів відповідної категорії.

Розглянемо повнодоступний вузол мережі ємністю у V каналів, на який поступають потоки пакетів від джерел N різних категорій. Кожний інформаційний пакет і-ої категорії $(i = 1..N)$ вимагає для свого обслуговування m_i каналів $(m_i \geq 1)$, які одночасно займаються при установці з’єднання та також одночасно вивільняються після завершення сеансу зв’язку. Припустимо, що [5]:

1. Інформаційні пакети і-ої категорії утворюють Пуасонівський потік з інтенсивністю λ_i.

2. Інтенсивність обслуговування одного інформаційного пакету дорівнює μ_i.

3. Потоки інформаційних пакетів різних категорій статистично незалежні.

Поведінку вузла мультисервісної мережі, яка розглядається як система масового обслуговування

(СМО), пропонується описати Марківським ланцюгом, зображеним на рис. 1. Мережа може знаходитись в одному з N станів. Стан мережі, для якого всі канали вільні – X_0. Решта станів описують поведінку мережі, коли певна кількість каналів зайнята:

X_1 – зайнятий 1 канал;

…

X_k – зайнято k каналів;

…

X_N – зайнято N каналів.

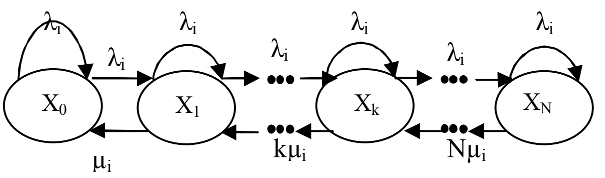

Рис. 1. Ланцюг Маркова,
що відображає стани мережі

Точний стан мережі визначається вектором станів $\left(X = x_1, x_2, ..., x_N\right)$, де x_i – кількість інформаційних пакетів і-ої категорії, що обслуговуються. Ймовірності знаходження мережі у відповідному стані пропонується представити у вигляді [6]:

$$p_o(t), p_1(t), ..., p_k(t), ..., p_N(t). \tag{1}$$

Ймовірності $p_i(t)$ складають несумісну групу подій і для будь-якого моменту часу:

$$\sum_{i=1}^{N} p_i(t) = 1.$$

Необхідно скласти диференційні рівняння для всіх ймовірностей (1), починаючи з p_0. Зафіксуємо момент часу t та знайдемо ймовірність $p_0(t + \Delta t)$ того, що мережа буде знаходитись у стані X_0. Таке може трапитись лише у двох випадках:

А – в момент t мережа знаходилась в стані X_0, а за час Δt не перейшла в стан X_1 (не поступило жодного інформаційного пакету),

В – в момент t мережа знаходилась в стані X_0, а за час Δt канал звільнився та мережа перейшла у стан X_1.

Можливістю перескоку мережі через стан за малий проміжок часу можна знехтувати, як величиною вищого порядку меншості у порівнянні з $P(A)$ та $P(B)$ [6]. За теоремою додавання ймовірностей отримаємо:

$$p_0(t + \Delta t) \approx P(A) + P(B).$$

Ймовірність події А знайдемо за теоремою множення. Ймовірність того, що в момент t мережа була у стані X_0, дорівнює $p_0(t)$. Ймовірність того, що за час Δt не надійде жодного інформаційного пакету дорівнює $e^{-\lambda_i \Delta t}$. З точністю до величин вищого порядку меншості:

$$e^{-\lambda_i \Delta t} \approx 1 - \lambda_i \Delta t.$$

Тоді як наслідок:

$$P(A) \approx p_0(t)(1 - \lambda_i \Delta t).$$

Знайдемо $P(B)$. Ймовірність того, що в момент t мережа була у стані X_1, дорівнює $p_1(t)$. Ймовірність того, що за час Δt канал звільниться дорівнює $1 - e^{-\mu_i \Delta t}$. З точністю до величин вищого порядку меншості: $1 - e^{-\mu_i \Delta t} \approx \mu_i \Delta t$

Внаслідок з цього: $P(B) \approx p_1(t)\mu_i \Delta t$.

Звідки

$$p_0(t + \Delta t) \approx p_0(t)(1 - \lambda_i \Delta t) + \mu_i p_i(t) \Delta t \,/$$

Переносячи $p_0(t)$ до лівої частини, і поділивши на Δt, при наближенні до межі $\Delta t \to 0$ отримаємо диференційне рівняння для $p_0(t)$:

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda_i p_0(t) + \mu_i p_1(t). \tag{2}$$

Аналогічні диференційні рівняння складено й для інших ймовірностей станів. Таким чином, отримана система диференційних рівнянь для станів (1) має вигляд:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda_i p_0(t) + \mu_i p_1(t) \\ ... \\ \dfrac{dp_k(t)}{dt} = -\lambda_i p_{k-1}(t) + (\lambda_i + k\mu_i) p_k(t) + \\ + (k+1)\mu_i p_{k+1}(t) \\ ... \\ \dfrac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda_i p_{N-1}(t) + N\mu_i p_N(t), \end{cases} \tag{3}$$

Рівняння (3) мають назву рівняння Ерланга[8]. Інтегрування системи рівнянь (3) при початкових умовах $p_0(0) = 1, p_1(0) = ... = p_N(0) = 0$ дає залежність $p_k(t)$. Для того, щоб знайти граничні ймовірності $p_0, p_1 ... p_N$ (ймовірності станів мережі в сталому режимі) необхідно провести заміну в рівняннях (3) всіх ймовірностей $p_k(t)$ їх граничними значеннями p_k, а всі похідні прирівняти до нуля. Тоді отримуємо систему не диференційних, а алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} 0 = -\lambda_i p_0 + \mu_i p_1 \\ ... \\ 0 = -\lambda_i p_{k-1} + (\lambda_i + k\mu_i) p_k + \\ (k+1)\mu_i p_{k+1} \\ ... \\ 0 = -\lambda_i p_{N-1} + N\mu_i p_N. \end{cases} \tag{4}$$

Множина Ω станів мережі створюється сукупністю векторів X_i, компоненти яких задовольняють умовам $(x_i \ge 0)$ при $(i = 1..N)$ та $Z_x \le V$, де Z_x – загальне число зайнятих каналів, що розраховуються за формулою [5]:

$$Z_x = \sum_{i=1}^{N} \mu_i x_i .$$

Для стану $X \in \Omega$ ймовірність p_x має наступний вигляд [5]:

$$p_x = p_0 \prod_{i=1}^{N} \frac{y_i^{x_i}}{x_i!}, \qquad (5)$$

де $y_i = \lambda_i \mu_i$, а ймовірність p_0 розраховується за наступною формулою:

$$p_0 = \left(\sum_{X \in \Omega} \prod_{i=1}^{N} \frac{y_i^{x_i}}{x_i!} \right)^{-1}, \qquad (6)$$

яка є наслідком з умови нормування ймовірностей $\sum_{X \in \Omega} p_x = 1$.

Вхідний інформаційний пакет k-ої категорії $(k = 1..N)$ буде втрачений, якщо в момент надходження цього пакету стан мережі задовольняє умові:

$$Z_x > V - m_k, \qquad (7)$$

тобто число вільних каналів у вузлі менше, ніж необхідно для обслуговування вхідного інформаційного пакету.

Таким чином, індивідуальна ймовірність втрат для інформаційних пакетів k-ої категорії дорівнює:

$$\pi_k = \sum_{X \in \Omega_k^*} p_x , \qquad (8)$$

де $\left(X \in \Omega_k^*\right)$ – підмножина тих станів мережі $X \in \Omega$, для яких виконана нерівність (7).

Тоді з урахуванням (5) та (6) для виразу (8) отримуємо:

$$\pi_k = \sum_{X \in \Omega_k^*} \prod_{i=1}^{N} \frac{y_i^{x_i}}{x_i!} \Bigg/ \sum_{X \in \Omega} \prod_{i=1}^{N} \frac{y_i^{x_i}}{x_i!} . \qquad (9)$$

В кожному стані X втрачаються вхідні інформаційні пакети тих категорій, для яких виконується умова (7). Порядкові номери цих категорій створюють множину $J_x^* = \left\{ j : 1 \le j \le N,\ X \in \Omega_j^* \right\}$, що дозволяє визначити загальне втрачене навантаження [5]:

$$Y_{втрат} = \sum_{X \in \Omega} \sum_{j \in J_x^*} y_j m_j p_x .$$

Подання сумарного вхідного навантаження [5] у вигляді: $Y_{вх} = \sum_{j=1}^{N} y_j m_j$ дає можливість розрахувати загальну ймовірність втрат за навантаженням:

$$\pi_k = \frac{\sum_{X \in \Omega} \left(\sum_{j \in J_x^*} y_j m_j p_x \right) \prod_{i=1}^{N} \frac{y_i^{x_i}}{x_i!}}{\left(\sum_{j=1}^{N} y_j m_j \right) \sum_{X \in \Omega} \prod_{i=1}^{N} \frac{y_i^{x_i}}{x_i!}} . \qquad (10)$$

Аналогічним чином отримується формула для загальної ймовірності втрат по інформаційним категоріям:

$$\pi_k = \frac{\sum_{X \in \Omega} \left(\sum_{j \in J_x^*} y_j \right) \prod_{i=1}^{N} \frac{y_i^{x_i}}{x_i!}}{\left(\sum_{j=1}^{N} y_j \right) \sum_{X \in \Omega} \prod_{i=1}^{N} \frac{y_i^{x_i}}{x_i!}} . \qquad (11)$$

Приведений математичний апарат дозволяє оцінювати втрати пакетів у вузлах ІКМ для різних етапів її розвитку. Однак записані формули є дуже складні та незручні для застосування на практиці. Тому для знаходження характеристик ІКМ пропонується наближений метод розрахунку – метод еквівалентних замін. Цей метод заснований на використанні властивостей навантаження в мережі [5].

Навантаженням називають сумарний час зайняття каналів вузла на визначеному інтервалі часу. На практиці частіше користуються інтенсивністю навантаження, яке розраховується як математичне очікування навантаження в одиницю часу [3,5].

Для знаходження обслуговуваного навантаження застосовано теоретичне положення [4]: значення інтенсивності обслуговуваного навантаження в момент часу t кількісно дорівнює числу зайнятих каналів вузла у розглянутий час – i(t). Тоді вираз для середнього значення інтенсивності обслуговуваного навантаження має вигляд:

$$M[i(t)] = \sum_{i=1}^{V} i p_i ,$$

де p_i – ймовірність того, що в будь-який момент часу у вузлі з V каналів зайнято і каналів, $(i = 1..V)$.

Іншою важливою характеристикою випадкового процесу, що описує функціонування вузла є дисперсія обслуговуваного навантаження:

$$D[i(t)] = \sum_{i=1}^{V} (i - M[i(t)])^2 p_i ,$$

Якщо вхідний потік пакетів є простим, то навантаження створене ним, як випадкова величина має розподіл Пуасона. Для такого розподілу характерна рівність дисперсії та математичного очікування. Таке навантаження називається Пуасонівським навантаженням першого роду та вважається рівномірним.

Якщо дисперсія навантаження менше ніж математичне очікування, то навантаження має назву згладженого. В іншому випадку навантаження називається скупченим [5]. Скупченість навантаження вимірюється відношенням дисперсії навантаження (D) до її математичного очікування (Y): $z = D/Y$.

Коефіцієнт скупченості навантаження z дорівнює одиниці для рівномірного навантаження, менше одиниці для вирівняного (згладженого) навантаження та більше одиниці для скупченого (надлишкового) навантаження.

Якщо на вузол надходять відразу N потоків пакетів, то математичне очікування Y_i та дисперсія D_i додаються. Тоді коефіцієнт скупченості об'єднаного навантаження визначається виразом:

$$z = \frac{\sum_{i=1}^{N} D_i}{\sum_{i=1}^{N} Y_i}. \qquad (12)$$

Якщо потік пакетів Пуасонівський та характеризується параметром λ_i, то навантаження буде теж Пуасонівським. Математичне очікування та дисперсію можна розрахувати з наступного співвідношення:

$$Y_i = m_i \lambda_i \mu_i; \qquad D_i = m_i^2 \lambda_i \mu_i.$$

Підставляючи ці співвідношення до формули (12) можна знайти коефіцієнт скупченості сукупного навантаження на канали:

$$z_k = \frac{\sum_{i=1}^{N} D_i}{\sum_{i=1}^{N} Y_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i^2 \lambda_i \mu_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i \lambda_i \mu_i}, \qquad (13)$$

Фізичний зміст цього виразу наступний: коефіцієнт скупченості навантаження дорівнює середньозваженому числу каналів m, які необхідні для обслуговування пакетів певної інформаційної категорії з вагами $m_i \lambda_i \mu_i$, рівними інтенсивності навантаження на канали, що створюється пакетами цих інформаційних категорій.

При визначенні ймовірності втрати пакету π для описаної вище системи S застосування першої формули Ерланга [8] неможливе. Це випливає з неординарності потоку заняття каналів [6,8]. Тоді пропонується дослідити модифіковану систему S', що складається з $\upsilon = V/m$ комплектів [5], кожний з яких об'єднує m каналів. Таким чином, для окремого пакету для обслуговування необхідний один комплект, з чого слідує ординарність потоку заняття каналів. Навантаження в мережі S' визначається числом зайнятих комплектів та є Пуасонівським з інтенсивністю $Y_{Bi} = \lambda_i \mu_i$. Звідси слідує, що для розрахунку ймовірності втрати пакету в системі S' можна використовувати першу формулу Ерланга [8]:

$$\pi' = E(\upsilon, Y_B) = \frac{Y_B^{\upsilon}}{\upsilon!} \Bigg/ \sum_{k=1}^{\upsilon} \frac{Y_B^{\upsilon}}{k!}.$$

З точки зору статистичних характеристик процесу обслуговування пакетів [6], системи S та S' повністю еквівалентні, тобто $\pi = \pi'$ Звідки слідує: $\pi = E\left(\frac{V}{z_k}, \frac{Y_k}{z_k}\right)$.

Для розрахунку індивідуальних втрат, тобто ймовірності втрати пакету i-ої інформаційної категорії пропонується користуватися наближеним співвідношенням:

$$\pi_i = \frac{m_i}{z_k} \pi. \qquad (14)$$

Таким чином, при обслуговувані навантаження в ІКМ, яке має непуасонівський характер, розрахунок втрат пакетів у вихідній системі замінюється аналогічною задачею для еквівалентної системи, де така задача може бути вирішена з використанням положень теорії Ерланга.

Працездатність запропонованої моделі була перевірена на наступному прикладі. Вхідні дані наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Вихідні дані для експерименту

Категорія	λ_i, пакетів/год	m_i	μ_i, сек
1	100	1	120
2	100	2	90
3	100	3	60

Метою експерименту було отримання індивідуальних ймовірностей втрат для пакетів певної інформаційної категорії при роботі мережі в режимі завантаженості від 0 до 80% у вузлі з 40 каналами.

При зміні інтенсивності потоку пакетів першої інформаційної категорії отримано значення ймовірностей втрат трьох інформаційних категорій, що зображено на рис. 2.

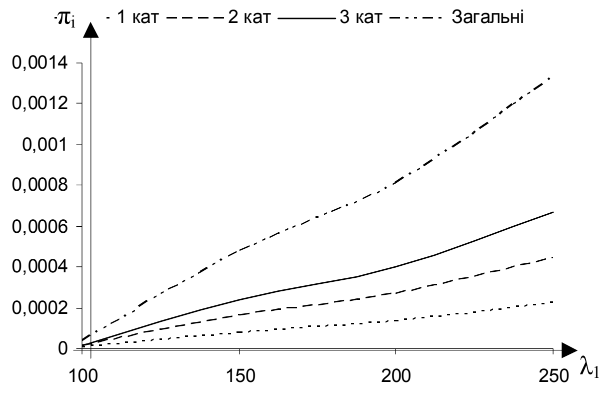

Рис. 2. Залежність втрат від інтенсивності потоку пакетів першої категорії

З рис. 2 видно, що зі збільшенням інтенсивності потоку пакетів першої інформаційної категорії збільшуються й індивідуальні ймовірності втрат пакетів всіх інформаційних категорій.

Результати експерименту при зміні інтенсивності потоку третьої інформаційної категорії зображено на рис. 3.

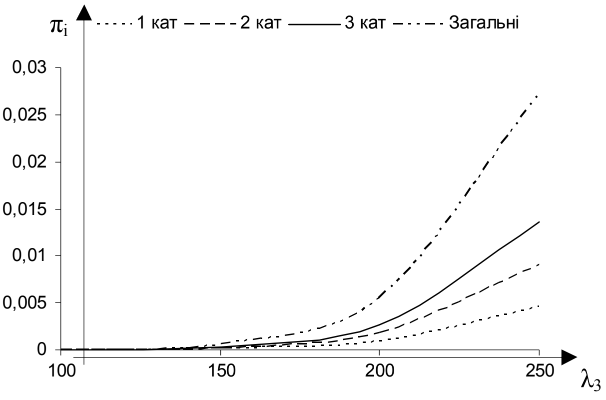

Рис. 3. Залежність втрат від інтенсивності потоку пакетів третьої категорії

Зміна індивідуальних ймовірностей втрат пакетів інформаційних категорій для третьої інформаційної категорії пакетів більше ніж в першому та другому випадках. Це зумовлено тим, що для передачі пакетів третьої інформаційної категорії використовується найбільше число каналів, а час обслуговування найменший.

Висновки

1. Розроблена ймовірнісна модель оцінки втрат пакетів надає можливості щодо проведення розрахунків та визначення ймовірностей втрат пакетів інформаційних категорій в залежності від зміни параметрів самої мережі.

2. Визначення загальної ймовірності втрат пакетів будь-якої інформаційної категорії в залежності від ймовірностей втрат пакетів визначеної категорії надає можливості щодо оптимального вибору комутатора для розглянутого вузла мультисервісної мережі.

3. Використання даної моделі дозволить на етапі проектування ефективно проводити оптимізацію структури мережі з метою зменшення ймовірності втрат пакетів.

Список літератури

1. *Бойченко О.С. Аналіз технічної ефективності перспективних бездротових інформаційно-комунікаційних мереж командних пунктів / О.С. Бойченко, В.В Воротніков, П.В. Поздняков // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації інформаційних систем: зб. наук. праць. – Житомир: ЖВІ НАУ, 2010. – Вип. 3. – С. 30-34.*

2. *Гузько О.М. Основні шляхи розвитку систем управління військами та зброєю на сучасному етапі / О.М. Гузько, Ю.Ф. Кучеренко // Системи озброєння і військової техніки: наук. ж. – Х.: ХУ ПС, 2008. – Вип. 4(16). – С. 73-76.*

3. *Вишневський В.М. Широкополосные беспроводные сети передачи информации / В.М. Вишневський, А.И. Ляхов, С.Л. Портной, И.В. Шахнович. – М.: Техносфера, 2005. – 592 с.*

4. *Пахомов С. Анатомия беспроводных сетей / С. Пахомов // КомпьютерПресс. – 2002. – № 7. – С. 167-175.*

5. *Телекоммуникационные системы и сети: учеб. пособ. в 3 томах. Т. 3. – Мультисервисные сети / В.В. Величко, Е.А.Суботин , В.П. Шугалов, А.Ф. Ярославцев — М.: Горячая линия – Телеком, 2005. – 592 с.*

6. *Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М., 1969. – 576 с.*

7. *Міночкін А.І. Архітектура перспективної мобільної компоненти тактичних мереж зв'язку Збройних сил України / А.І. Міночкін, В.А. Романюк // Збірник наукових праць. – К.: ВІТІ НТУУ „КПІ”. – 2004. – № 5.– С. 107-115.*

8. *Клейнрок Л. Коммуникационные сети (Стохастические потоки и задержки сообщений) / Л. Клейнрок. – М.: Наука, 1970. – 256 с.*

Надійшла до редколегії 22.12.2010

Рецензент: канд. фіз..-мат. наук, с.н.с. О.О. Можаєв, Національний технічний університет «ХПІ», Харків.

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ПОТЕРЬ ПАКЕТОВ В УЗЛЕ МНОГОКАНАЛЬНОЙ СЕТИ С НЕОДНОРОДНЫМ ВХОДЯЩИМ ПОТОКОМ

О.С. Бойченко, В.В. Воротников, И.О. Канкин

В статьи предложена вероятностная модель узла многоканальной сети с неоднородным входным потоком (мультисервисной сети) для исследования характеристик сети и определения потерь информационных пакетов.

Ключевые слова: *вероятностная модель, мультисервисная сеть, потеря пакетов*

PROBABILISTIC MODEL OF ESTIMATION OF LOSSES OF PACKAGES IN THE KNOT OF MULTICHANNEL NETWORK WITH A HETEROGENEOUS INCOMING STREAM

O.S. Boychenko, V.V. Vorotnikov, I.O. Kankin

In the articles the probabilistic model of knot of multichannel network is offered with a heterogeneous input stream (to the multiservice network) for research of descriptions of network and determination of losses of informative packages.

Keywords: *probabilistic model, multiservice network, loss of packages.*