УДК 621.396

Г.Б. Жиров[1], Є.С. Лєнков[2], І.В. Толок[1]

[1] *Військовий інститут Київського національного університету ім. Т. Шевченка, Київ*
[2] *Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації, Київ*

АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

В статті проводиться аналіз найбільш розповсюджених математичних моделей технічного обслуговування. Визначення переваг та недоліків відомих моделей необхідно для створення нових моделей технічного обслуговування, які будуть взяті за основу при створенні загальної інформаційної технології технічного обслуговування і ремонту.

Встановлено, що відомі на теперішній час математичні моделі і методики розрахунку оптимальних параметрів процесів технічного обслуговування мало придатні для застосування до реальних технічних об'єктів. Основний недолік цих моделей полягає в тому, що в них не враховується складна структура об'єкта, або є можливість враховувати тільки деякі найпростіші структури.

Ключові слова: *технічне обслуговування, математична модель, технічний стан.*

Вступ

Складні технічні об'єкти в сучасному суспільстві мають виключно важливе значення. У першу чергу йдеться про різноманітні радіоелектронні комплекси, радіолокаційні станції, автоматизовані системи управління (повітряним рухом, об'єктами енергетики і т.п.). Від рівня безвідмовності таких об'єктів залежить обороноздатність держави, економічна безпека та життя людей.

Складні технічні об'єкти відносяться до класу відновлюваних об'єктів тривалого багаторазового застосування. Вони, як правило, є дорогими і вимагають значних витрат на їх експлуатацію. Для забезпечення необхідного рівня безвідмовності в процесі їх експлуатації зазвичай проводиться технічне обслуговування (ТО).

Характерною особливістю складних технічних об'єктів є наявність в їх складі великої кількості різнотипних комплектуючих елементів, які мають різний рівень надійності, різні закономірності процесів їх зносу, старіння та деградації. Ця особливість вимагає більш тонкого підходу до організації і планування ТО в процесі їх експлуатації.

Проблема полягає в тому, що при розробці таких об'єктів всі питання, що пов'язані з ремонтопридатністю і технічним обслуговуванням повинні вирішуватися вже на ранніх етапах проектування об'єкта. Якщо не передбачити заздалегідь необхідні апаратні і програмні засоби вбудованого контролю технічного стану (ТС) об'єкта, або не створити автоматичну (автоматизовану) систему технічного діагностування, не розробити і не "вбудувати" в об'єкт технологію проведення ТО, то реалізувати в майбутньому можливий виграш в безвідмовності об'єкта за рахунок проведення ТО у повній мірі не вдасться. Оскільки всі ці питання повинні вирішуватися на етапі створення об'єкта, то виникають задачі щодо створення математичних моделей процесу ТО, за допомогою яких можна було б прорахувати можливий виграш в рівні безвідмовності об'єкта за рахунок проведення ТО, оцінити необхідні для цього вартісні витрати. Потім на підставі таких розрахунків, необхідно прийняти рішення щодо проведення ТО для даного типу об'єктів і, якщо таке рішення прийнято, розробити структуру системи ТО, вибрати найбільш прийнятну стратегію ТО, визначити її оптимальні параметри.

Постановка завдання. У статті ставить завдання провести аналіз математичних моделей технічного обслуговування, які найбільш часто цитуються у науковій літературі. Визначення переваг та недоліків відомих моделей необхідно для створення нових моделей ТО, які будуть взяті за основу при створенні загальної інформаційної технології ТОіР.

Результати дослідження

Розробкою математичних моделей ТО займалися багато вчених, таких як: Барзилович Е.Ю., Барлоу Р., Каштанов В.А., Кокс Д., Креденцер Б.П., Прошан Ф., Смит В., Ушаков И.А. тощо. Розглянемо сутність деяких найбільш цитуємих математичних моделей ТО.

Модель Е.Ю. Барзиловича [1–3]. Розглядається елемент старіючого типу. Елемент може бути замінений в порядку профілактичного обслуговування, і при цьому час заміни дорівнює T_2, або в аварійному порядку, час аварійної заміни складає T_1. Вважається, що $T_1 \geq T_2$, так як при аварійній заміні, як правило, виконуються додаткові перевірки.

Задача полягає в тому, щоб визначити величину ресурсу (наробітку), після витрати якого, елемент повинен бути замінений (відновлений). Як показник, за яким вибирається оптимальне значення ресурсу до профілактичної заміни, прийнятий коефіцієнт оперативної готовності $k_{or}(t,x)$ – ймовірність того, що елемент буде перебувати в справному стані в довільний момент часу t і пропрацює безвідмовно в інтервалі $(t, t+x)$. Функція розподілу напрацювання до відмови елемента дорівнює $F(t)$.

Спочатку приймається припущення про те, що час до планової заміни є випадковою величиною, що має функцію розподілу $G(t)$.

Передбачається тривала експлуатація об'єкта, тому розглядається показник $k_{or}(t,x)$ при $t \to \infty$, тобто, $k_{or}(x) = \lim\limits_{t\to\infty} k_{or}(x,t)$.

З використанням вузлової теореми відновлення [4] для ймовірності $p(x)$ записується наступний вираз:

$$k_{or}(x) = \frac{1}{\mu}\int_0^\infty [1-G(t)][1-F(t+)]dx\,, \quad (1)$$

де μ – математичне очікування інтервалу між замінами елемента (після відмови, або після профілактичної заміни).

Величина μ, за формулою повного математичного очікування дорівнює:

$$\mu = \int_0^\infty [1-G(t)][1-F(t)]dt + \\ +T_1\int_0^\infty F(t)dG(t) + T_2\int_0^\infty G(t)dF(t). \quad (2)$$

Перший доданок виразу є математичне очікування часу роботи елемента без відмов і замін, другий доданок – частка часу (від величини T_1), яка припадає на відновлення елемента, що відмовив, а останній доданок – частка часу (від величини T_2), яка припадає на попереджувальні заміни.

З урахуванням (2) вираз (1) переписується у вигляді:

$$k_{or}(x) = \frac{\int_0^\infty [1-G(t)][1-F(t+x)]dt}{\int_0^\infty [1-G(t)][1-F(t)]dt + T_1\int_0^\infty F(t)dG(t) + T_2\int_0^\infty G(t)dF(t)}. \quad (3)$$

При припущенні щодо випадковості періодичності замін задача, що розглядається, по суті, полягає у визначенні оптимальної функції $G(t)$, при якій ймовірність $k_{or}(x)$ приймала б максимальне значення. У такій постановці, дане завдання є складним завданням варіаційного числення.

Тому вихідне загальне завдання зводиться до задачі дослідження на екстремум функції однієї змінної наступним чином.

Клас, в якому шукається шукана функція, звужується до розподілів такого вигляду:

$$G(t,\tau) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq \tau; \\ 1 & \text{при } t > \tau. \end{cases} \quad (4)$$

Далі в [2] показується, що з урахуванням (4) вираз (2) можна перетворити до наступного вигляду:

$$k_{or}(x,\tau) = \frac{\int_0^\tau [1-F(t+x)]dt}{\int_0^\tau [1-F(t)]dt + T_2 + (T_1 - T_2)F(\tau)}\,. \quad (5)$$

В результаті диференціювання виразу (5) по τ і прирівнювання результату до нуля, знаходиться умова екстремуму функції $k_{or}(x,\tau)$. Після деяких спрощень умову максимуму функції $k_{or}(x,\tau)$ по τ можна представити наступним наближеним рівнянням:

$$\frac{T_2}{T_1 + x} \cong 1 - \frac{1}{1 - F(\tau) + \lambda(\tau)\int_0^\tau [1-F(t)]dt}\,. \quad (6)$$

Перевагою розглянутої моделі, є її математична строгість і спільність припущень про можливий вид функції $F(t)$. Недоліком моделі є те, що в якості об'єкта, який обслуговується розглядається окремий елемент, або, що одне і те ж, система без урахування її структури. Таким чином, даний недолік фактично знецінює її переваги, так як модель виявляється непридатна в практичних випадках.

Модель Каштанова [5–6]. Система складається з N послідовно з'єднаних різних елементів. Відмови в системі проявляються миттєво.

У системі можливе проведення непланової попереджувальної профілактики (ПП) і непланового аварійного ремонту (АР). При ПП відбувається повне оновлення системи, а при АР проводиться тільки заміна елемента, що відмовив. ПП проводиться в момент часу, коли напрацювання системи досягає величини η, яка розподілена за законом $G(x)=P(\eta<x)$. Якщо до цього часу відбувається відмова, то проводиться оновлення елемента, що відмовив, після чого експлуатація системи триває.

Таким чином, процес експлуатації системи описується регенеруючим випадковим процесом, який може перебувати в одному з наступних трьох станів: e_0 – система працездатна; e_1 – проводиться неплановий АР; e_2 – проводиться неплановий ПП.

Завдання оптимізації ТО формулюється в такий спосіб. Потрібно визначити показник якості (ПЯ) функціонування системи, встановити залежність цього ПЯ від функції $G(x)$ і знайти таку функцію $G_0(x)$, при якій ПЯ приймає екстремальне значення.

Показник якості є функціоналом наступного виду: $I(G,F_1,F_2,...,F_N)$, де F_i – функція розподілу напрацювання до відмови i-го елемента. З огляду на це завдання оптимізації ТО формально можна записати у вигляді умови:

$$I(G_0,F_1,F_2,...,F_N)=\underset{G}{\text{extr}}\, I(G,F_1,F_2,...,F_N). \qquad (7)$$

Також в [5] доводиться, що в разі регенеруючого випадкового процесу функціонал є дрібно-раціональним функціоналом щодо функції $G(x)$. В цьому випадку оптимальну функцію $G_0(x)$ можна шукати в класі вироджених функцій розподілу:

$$G(x)=\begin{cases}0 \ \text{ при } \ x\le\tau;\\ 1 \ \text{ при } \ x>\tau.\end{cases}$$

З урахуванням цього можна записати наступні вирази для найбільш важливих і поширених ПЯ.

Коефіцієнт технічного використання:

$$K_{\text{тв}}(\tau)=\frac{\tau}{\tau+\overline{T}_{\text{пп}}+\sum\limits_{i=1}^{N}\overline{T}_{\text{ар i}}H_i(\tau)}, \qquad (8)$$

де $\overline{T}_{\text{пп}}$ – математичне очікування тривалості ПП; $\overline{T}_{\text{ар i}}$ – математичне очікування тривалості АР i-го елемента; $H_i(t)$ – функція, яка знаходиться, як рішення інтегрального рівняння відновлення, що має такий вигляд:

$$H_i(t)=F_i(t)+\int_0^t F_i(t-x)\,dH_i(x). \qquad (9)$$

Середні питомі витрати вартості на експлуатацію системи:

$$c(\tau)=\frac{c_{\text{пп}}\overline{T}_{\text{пп}}+\sum\limits_{i=1}^{N}c_{\text{ар i}}\overline{T}_{\text{ар i}}H_i(\tau)}{\tau}, \qquad (10)$$

де $c_{\text{пп}}$ – витрати в одиницю часу при проведенні непланової ПП;

$c_{\text{ар i}}$ – витрати в одиницю часу при проведенні позапланового АР i-го елемента.

Ймовірність виконання завдання:

$$R_z(\tau)=\frac{\int_0^{\tau}\prod\limits_{j=1}^{N}\left[\overline{F}_j(x+z)+\int_0^{x}\overline{F}_j(x+z-y)\,dH_j(y)\right]dx}{\tau+\overline{T}_{\text{пп}}+\sum\limits_{i=1}^{N}\overline{T}_{\text{ар i}}H_i(\tau)}, \qquad (11)$$

де z – час виконання завдання; $\overline{F}_i(x)=1-F_i(x)$.

Алгоритм розв'язання задачі (7) зводиться до наступного:

1) розробити процедуру вирішення інтегрального рівняння (9);

2) визначити значення часу τ_0, при яких досягаються максимуми функцій $K_{\text{ти}}(\tau)$ та $R_z(\tau)$ (мінімум $c(\tau)$).

Перевагою моделі є відсутність обмежень на вид функцій розподілу $F_i(x)$. Головним недоліком моделі є припущення про повне оновлення системи під час проведення профілактики, що є нереальним для складних технічних об'єктів РЕТ. Крім того, при вирішенні даного завдання виникають обчислювальні труднощі, пов'язані з необхідністю багаторазового рішення інтегрального рівняння (10) для довільних функцій розподілу $F_i(x)$.

Модель Ушакова [7]. Вирішується задача визначення оптимального періоду профілактичної заміни елемента (пристрою). Пристрій експлуатується протягом тривалого часу t. У разі відмови пристрою проводиться його заміна (тобто АР), при цьому система (в якій використовується пристрій) несе економічні втрати c_1. Якщо пристрій пропрацює безвідмовно протягом часу θ, проводиться його попереджувальна (профілактична) заміна і втрати системи в цьому випадку становлять c_2 одиниць вартості. Тоді протягом інтервалу часу [0, t] середні сумарні витрати дорівнюють

$$C(t,\theta)=c_1M\{N_1(t,\theta)\}+c_2M\{N_2(t,\theta)\}, \qquad (12)$$

де $N_1(t,\theta)$ – число аварійних відмов пристрою за час t;

$N_2(t,\theta)$ – число профілактичних замін пристрою за час t, зроблених після безвідмовної роботи протягом часу θ;

$M\{.\}$ – символ операції визначення математичного очікування.

Якщо розглядати досить великий проміжок часу, то можна перейти до розгляду задачі щодо мінімізації середніх втрат в одиницю часу на нескінченному інтервалі, тобто

$$c_{\text{пит}}(\theta)=\lim_{t\to\infty}\frac{C(t,\theta)}{t}. \qquad (13)$$

Замість розгляду питомих витрат на нескінченному інтервалі часу можна розглядати середні питомі витрати на одному циклі роботи пристрою від заміни до заміни. Середні сумарні витрати на такому циклі дорівнюють:

$$C(\theta) = c_1 F(\theta) + c_2 P(\theta), \qquad (14)$$

де $P(\theta)$ – ймовірність того, що буде проведена попереджувальна заміна пристрою;

$F(\theta)$ – ймовірність того, що буде проведена аварійна заміна пристрою.

Середня довжина циклу заміни дорівнює

$$T_ц(\theta) = \int_0^\theta P(t)dt. \qquad (15)$$

Тоді питомі витрати на одному циклі рівні

$$c_{пит}(\theta) = \frac{C(\theta)}{T_ц(\theta)}. \qquad (16)$$

Оптимальне значення періоду попереджувальних замін можна знайти в результаті рішення рівняння:

$$\frac{dc_{пит}(\theta)}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\left(\frac{c_1F(\theta)+c_2P(\theta)}{\int_0^\theta P(t)dt}\right) = 0. \qquad (17)$$

В [7] показано, що інтенсивність відмов, яке відповідає оптимальній періодичності замін пристрою дорівнює:

$$\lambda(\theta^*) = \frac{c_1F(\theta^*)+c_2P(\theta^*)}{(c_1+c_2)\int_0^{\theta^*} P(t)dt}. \qquad (18)$$

Крім розглянутих математичних моделей ТО, які можна вже вважати «класичними», існує досить велика кількість робіт, присвячених різним підходам до побудови моделей ТО, тобто різним аспектам даної проблематики.

В роботі [8] зроблена одна з перших спроб побудови моделей ТО «за станом» на основі застосування математичного апарату напівмарковських випадкових процесів. В [9–10] була побудована математична теорія обслуговування складних технічних систем, яка в тій чи іншій мірі використовувалася в розглянутих вище класичних моделях. Робота [11] присвячена суворим математичним моделям надійності і ТО відновлюваних систем, що мають складну структуру надійності. Однак, при розгляді процесів ТО система представляється без урахування її внутрішньої структури, що істотно обмежує можливості практичного застосування запропонованих моделей ТО.

Крім того, різноманітні часткові питання побудови моделей ТО розглядаються також в роботах [12–16]. В роботі [17] розглядаються питання побудови меделей технічного обслуговування для систем з надлишковістю.

Висновки

Узагальнюючі вищенаведене, можна зробити висновки, що більшість відомих в даний час моделей ТО, на жаль, не дозволяють застосовувати їх до вирішення практичних завдань для реальних складних технічних об'єктів.

Технічне обслуговування є необхідною складовою процесу експлуатації складного технічного об'єкта, призначеного для тривалої експлуатації. Обсяг, зміст і терміни проведення ТО повинні повністю визначатися властивостями надійності об'єкта, умовами і режимами його застосування. Ефективне виконання будь-якої операції ТО можливо тільки в тому випадку, якщо в конструкції об'єкта передбачені спеціально призначені для цього кошти (для вимірювання визначальних параметрів) і забезпечені доступність і зручність виконання операції.

На жаль, відомі в даний час математичні моделі і методики розрахунку оптимальних параметрів процесів ТО мало придатні для застосування до реальних технічних об'єктів. Основний недолік цих моделей полягає в тому, що в них або взагалі не враховується складна структура об'єкта, або є можливість враховувати тільки деякі найпростіші структури.

Наведені твердження цілком обґрунтовують висновок про необхідність визначення основних характеристик системи ТО на ранніх стадіях його проектування, коли ще є можливість внесення змін в конструкцію об'єкта.

Визначення та оптимізація параметрів системи ТО можливі тільки на основі застосування математичних моделей процесів ТО. Такі моделі повинні застосовуватися в процесі проектування на всіх етапах по мірі уточнення складу, структури і конструкції об'єкта. Відомі аналітичні моделі ТО, на жаль, мало придатні для застосування до реальних складних технічних об'єктів. Одним з виходів є розробка моделі ТО на основі методу імітаційного статистичного моделювання.

Список літератури

1. Барзилович Е.Ю. Модели технического обслуживания сложных систем / Е.Ю. Барзилович. – М.: Высш. школа, 1982. – 231 с.

2. Барзилович Е.Ю. Некоторые математические вопросы теории обслуживания сложных систем / Е.Ю. Барзилович, В.А. Каштанов. – М.: Сов. радио, 1971. – 272 с.

3. Барзилович Е.Ю. Организация обслуживания при ограниченной информации о надежности системы / Е.Ю. Барзилович, В.А. Каштанов. – М.: Сов. радио, 1975. – 136 с.

4. Кокс Д. Теория восстановления / Д. Кокс, В. Смит; под ред. Ю.К. Беляева.– М.: Советское радио, 1967.

5. Каштанов В.А. Оптимальные задачи технического обслуживания / В.А. Каштанов. – М.: Знание, 1981.

6. Вопросы математической теории надежности / Е.Ю. Барзилович, Ю.К. Беляев, В.А. Каштанов и др.; под ред. Б.В. Гнеденко. – М.: Радио и связь, 1983. – 376 с.

7. Ушаков И.А. Вероятностные модели надежности информационно-вычислительных систем / И.А. Ушаков. – М.: Радио и связь, 1991. – 132 с.

8. Герцбах И.Б. Модели профилактики (теоретические основы планирования профилактических работ) / И.Б. Герцбах. – М.: Сов. радио, 1969. – 216 с.

9. Барлоу Р. Математическая теория надежности: пер. с англ. / Р. Барлоу, Ф. Прошан; под ред. Б.В. Гнеденко. – М.: Советское радио, 1969. – 488 с.

10. Barlow R.E. Mathematical models for system reliability / R.E. Barlow, L.G. Yfntel. Part 1. – Sylvan: Technol, 1980. – 217 p.

11. Байхельт Ф. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход / Ф. Байхельт, П. Франкин. – М.: Радио и связь, 1988. – 198 с.

12. С.В. Степанов Профилактические работы и сроки их проведения / С.В. Степанов. – М.: Сов. радио, 1972.

13. Методика оптимизации периодичности проведения замен технических устройств. – М.: Изд. стандартов, 1975. – 32 с.

14. Абраменко Б.С. Критерии оптимизации стратегий технического обслуживания / Б.С. Абраменко, Н.А. Трихонюк // Основные вопросы теории и практики надежности. – Мн.: Наука и техника, 1982. – С. 188-193.

15. Лямин П.М. Решение задачи оптимизации параметров системы технического обслуживания сложных систем / П.М. Лямин // Основные вопросы теории и практики надежности. – Мн.: Наука и техника, 1982. – С. 194-198.

16. Волох О.П. Методика обґрунтування раціональних значень періодичності технічного обслуговування машин інженерного озброєння під час експлуатації / О.П. Волох // Збірник наукових праць ВІКНУ ім. Т. Шевченка. – К.: ВІКНУ, 2005. – Вип. 2. – С. 29-32.

17. Модели технического обслуживания систем с избыточностью / Б.П. Креденцер, С.В. Ленков, М.И. Резников, В.В. Зубарев. – К.: Феникс, 2002. – 192 с.

Надійшла до редколегії 11.04.2017

Рецензент: д-р техн. наук проф. Г.В. Пєвцов, Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Г.Б. Жиров, Е.С. Ленков, И.В. Толок

В статье проводится анализ наиболее распространенных математических моделей технического обслуживания. Определение преимуществ и недостатков известных моделей необходимо для создания новых моделей технического обслуживания, будут взяты за основу при создании общей информационной технологии технического обслуживания и ремонта.

Установлено, что известные в настоящее время математические модели и методики расчета оптимальных параметров процессов технического обслуживания мало пригодны для применения в реальных технических объектов. Основной недостаток этих моделей заключается в том, что в них не учитывается сложная структура объекта, или есть возможность учитывать только некоторые простейшие структуры.

Ключевые слова: *техническое обслуживание, математическая модель, техническое состояние.*

ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODELS OF COMPLEX TECHNICAL MAINTENANCE FACILITIES

G. Zhyrov, E. Lenkov, I. Tolok

The article analyzes the most common mathematical models maintenance. Determining the advantages and disadvantages of the known models necessary to create new models of maintenance that will be taken as the basis for creating a common information technology technical service and repair.

Found that known at present mathematical models and methods of calculating the optimum process parameters maintenance unsuitable for application to real engineering objects. The main drawback of these models is that they do not take into account the complex structure of the object, or have the opportunity to consider only some simple structures.

Keywords: *maintenance, mathematical model, the technical condition.*