

УДК 621.391.26.037.372

В.М. Чинков, К.О. Асєєва

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

## МЕТОД ВИМІРЮВАННЯ ПОТУЖНОСТІ НА ОСНОВІ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ

В статті розглянуто метод множення вимірювання активної потужності на основі цифрової обробки сигналів, який є найбільш актуальним методом. тому що зовнішні чинники значно впливають на результат вимірювання.

**Ключові слова:** потужність, метод вимірювання, цифрова обробка сигналів, похибка дискретизації, квантування, динамічна.

### Вступ

**Постановка задачі.** Одним з перспективних напрямків створення автоматизованих багатофункціональних високоточних і швидкодіючих цифрових вимірювальних приладів є побудова їх на методах цифрової обробки сигналів, що виконуються за допомогою класичних мікропроцесорів загального призначення, цифрових сигнальних процесорів і персональних комп'ютерів. Розробка прикладної теорії оцінювання похибок, що заснована на методах обробки сигналів, є актуальною в приладобудуванні.

**Аналіз літератури.** В існуючій літературі [1 – 5] зустрічається поняття широкого впровадження цифрових методів вимірювання, у тому числі характеристик електричної потужності в колах змінного струму [1, 2], а також перспективного напрямку створення автоматизованих, багатофункціональних, високоточних і швидкодіючих цифрових вимірювальних приладів та їх побудова на методах цифрової обробки сигналів [3, 4]. В літературі [5] розглянуто принципи побудови та роботи цифрового ватметра з обробкою кодів миттєвих значень напруги і струму. Але в цієї літературі не розглядаються питання, які пов'язані з вимірюванням потужності на основі цифрової обробки сигналів.

**Метою даної статті** є визначення методу вимірювання потужності, який працює на основі цифрової обробки сигналів.

### Основний матеріал

Розглянемо метод вимірювання потужності за допомогою цифрового ватметра з обробкою кодів миттєвих значень напруги і струму (рис. 1) [1].

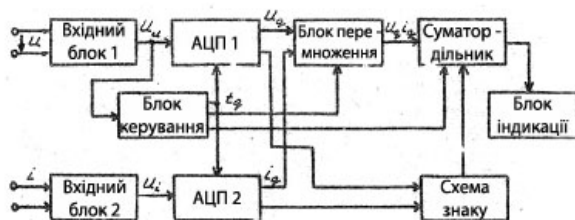


Рис. 1. Цифровий ватметр з обробкою кодів миттєвих значень напруги і струму

Цифрові вимірювачі потужності даного вигляду засновані на безпосередньому аналого-цифровому перетворенні миттєвих значень напруги і струму в пропорційні коди з подальшою цифровою обробкою цих кодів по алгоритмам, визначуваних вимірюваною величиною активної потужності [5]. Якщо вхідна напруга і струм є синусоїдальними, то алгоритми цифрової обробки отримують з відомих формул для активної потужності переходом від інтегралів до сум відповідно до виразів:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T U(t)i(t)dt = \frac{1}{m} \sum_{q=1}^m U_q \cdot i_q; \quad (1)$$

$$Q = \frac{1}{T} \int_0^T U(t)i(t \pm \frac{T}{4})dt = \frac{1}{m} \sum_{q=1}^m U_q i_q \pm \frac{m}{4}, \quad (2)$$

де  $U_q = U(t_q)$ ;  $i_q = i(t_q)$  – миттєві значення напруги і струму в  $m$  точках дискретизації  $t_q, q=1, m$ ;  $i_{q \pm \frac{m}{4}} = i(t_q \pm \frac{T}{4})$  – миттєві значення струму, зрушені

за часом на чверть періоду  $T/4$  або по фазі на  $90^\circ$  по відношенню до моментів часу,  $t_q$  що відповідає  $m/4$  точкам дискретизації  $t_q$ .

Потужність  $P$  в електричному колі є енергією, споживаною навантаженням від джерела в одиницю часу. В колах постійного струму потужність  $P_0$  чисельно дорівнює добутку струму  $I$ , що протікає через навантаження, і напруги  $U$ , прикладеної до неї. Якщо опір навантаження  $R$ , то потужність визначається одним з трьох рівнянь

$$P_0 = IU = RI^2 = \frac{U^2}{R}. \quad (3)$$

В однофазних колах змінного струму при миттєвих напрузі  $u(t)$  і струму  $i(t)$  миттєва потужність  $p = u(t)i(t)$ .

Середнє значення цієї потужності за період:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t)dt, \quad (4)$$

називають активною потужністю.

У найбільш загальному випадку, при періодичному змінному струмі довільної форми, активну потужність визначають, представляючи струм і напругу у вигляді тригонометричних рядів.

Тоді

$$\frac{1}{T} \int_0^T \left[ \sum_{k=0}^{\infty} U_{kM} \sin(k\omega t + \phi_k) \right] \times \left[ \sum_{k=0}^{\infty} I_{kM} \sin(k\omega t + \phi_k - \phi_k) \right] dt. \quad (5)$$

Відомо, що середнє значення добутків миттєвих значень сигналів різної частоти дорівнює нулю, і так як тригонометричні ряди абсолютно сходяться при будь-яких  $\omega$ , то

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=0}^{\infty} U_{kM} I_{kM} \sin(k\omega t + \phi_k) \times \sin(k\omega t + \phi_k - \phi_k) dt = \sum_{k=0}^{\infty} U_k I_k \cos \phi_k = \sum_{k=0}^{\infty} P_k. \quad (6)$$

При  $k = 1$  цей вираз відповідає активній потужності синусоїдального струму

$$P = UI \cos \phi. \quad (7)$$

Зробимо оцінку методичних похибок методу вимірювання потужності.

Проведемо оцінку методичних похибок даного методу: похибок дискретизації і квантування, а також інструментальної динамічної похибки датування, або апертурної похибки, залежної від параметрів дискретизації.

Для визначеності досліджень виконаємо оцінку похибок для активної потужності.

Нехай миттєві значення періодичних, в загальному випадку несинусоїдальних кривих напруги  $u(t)$  і струму  $i(t)$  з періодом  $T$ , перетворюються за допомогою аналого-цифрових перетворювачів (АЦП) в  $N$  – рівновіддалених моментах (крапках) дискретизації  $t_j = t_0 + j\Delta t$  в пропорційні коди

$$i(t_0 + j\Delta t) \text{ і } u(t_0 + j\Delta t),$$

де  $t_0$  – початок відліку,  $j = 0, N-1$ ,  $\Delta t = T/N$  – інтервал дискретизації.

Після перемноження цих код з врахуванням знаків набудемо вимірюваного значення активної потужності

$$\tilde{P} = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} i(t_0 + j\Delta t) u(t_0 + j\Delta t), \quad (8)$$

тоді як дійсне значення потужності визначається виразом

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i(t)u(t)dt. \quad (9)$$

Розрахуємо похибку дискретизації.

Ця похибка, за відсутності інших методичних і інструментальних похибок, визначається різницею

$$\Delta P_D = \tilde{P} - P. \quad (10)$$

Для її оцінки представимо напругу  $u(t)$  і струм  $i(t)$  рядами Фур'є:

$$u(t) = \sum_{k=0}^{\infty} U_{mk} \sin(k\omega t + \psi_{uk}); \quad (11)$$

$$i(t) = \sum_{k=0}^{\infty} I_{mk} \sin(k\omega t + \psi_{ik}), \quad (12)$$

де  $U_{mk}$ ;  $I_{mk}$  – амплітуди  $k$ -ї гармоніки напруги і струму відповідно;  $\psi_{uk}$ ,  $\psi_{ik}$  – їх початкові фази

( $\psi_{u0} = \frac{\pi}{2}$ ,  $\psi_{i0} = \frac{\pi}{2}$ );  $\omega$  – кругова частота основної гармоніки.

Підставимо вирази (11) і (12) в (8), маємо

$$\tilde{P} = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{k'=0}^{\infty} I_{mk'} U_{mk} \sin(k\omega t_0 + jk\omega \Delta t + \psi_{ik'}) \cdot \sin(k'\omega t_0 + jk'\omega \Delta t + \psi_{uk'}). \quad (13)$$

Для подальших обчислень скористаємося тотожністю

$$\sum_{s=0}^{N-1} \cos(s \frac{2\pi}{N} p + a) = \begin{cases} 0 & \text{при } p \neq \text{IN}; \\ N \cos a & \text{при } p = \text{IN}, l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases} \quad (14)$$

З врахуванням (14) перетворюємо (13) до вигляду

$$\begin{aligned} & \tilde{P} \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} I_{mk} U_{mk} \cos \phi_k + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ I_{mk} U_{m(k+\text{IN})} \cos [ \text{IN} \omega t_0 + \psi_{u(k+\text{IN})} - \psi_{ik} ] + I_{m(k+\text{IN})} U_{mk} \cos [ \text{IN} \omega t_0 + \psi_{i(k+\text{IN})} - \psi_{uk} ] \right\} - \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=0}^{\text{IN}} I_{mk} u_{m(\text{IN}-k)} \cos [ \text{IN} \omega t_0 + \psi_{u(\text{IN}-k)} + \psi_{ik} ] + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ I_{mk} U_{m(k+\text{IN})} \cos [ \text{IN} \omega t_0 + \psi_{u(\text{IN}-k)} + \psi_{ik} ] \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

де  $\phi_k = \psi_{uk} - \psi_{ik}$  – фазовий зсув між  $k$ -мі гармоніками напруги і струму.

Перший член в (15) представляє активну потужність  $P$  згідно (9), а останні члени – методичну похибку дискретизації згідно (10). Розглядаючи найбільш несприятливе співвідношення фаз гармонік в цих членах, отримуємо

$$\Delta P_A \leq \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ \sum_{k=0}^{N-l} \left[ I_{mk} U_{m(N+k)} + U_{mk} I_{m(N+k)} \right] + \sum_{k=0}^{N-l} I_{mk} U_{m(N-k)} \right\}. \quad (16)$$

З'ясуємо, які члени в цьому виразі дають основний вклад в похибку дискретизації  $\Delta P_D$ .

Враховуючи різко зменшуючий характер амплітуд гармонік із зростанням їх номера, в першій сумі це, очевидно, члени  $I_1 U_{N+1}$  і  $U_1 I_{N+1}$ , а в другій сумі – члени  $I_1 U_{N-1}$  і  $U_1 I_{N-1}$ . Отже, приймаючи  $U_{N+1} \approx U_{N-1}$  і  $I_{N+1} \approx I_{N-1}$  похибка дискретизації приблизно можна оцінити співвідношенням

$$\Delta P_D \leq 2(I_1 U_{N-1} + I_{N-1} U_1) = 2I_1 U_1 (k_{N-1}^u + k_{N-1}^i) = 2S(k_{N-1}^u + k_{N-1}^i), \quad (17)$$

де  $S \approx I_1 U_1$  – приблизно повна потужність;

$k_{N-1}^u = \frac{U_{N-1}}{U_1}$ ,  $k_{N-1}^i = \frac{I_{N-1}}{I_1}$  – коефіцієнти спотворення для  $N-1$  гармоніки напруги  $u(t)$  і струму  $i(t)$  відповідно.

Відносне значення похибки дискретизації

$$P_D = \frac{\Delta P_D}{P} = \frac{2(k_{N-1}^u + k_{N-1}^i)}{\cos \varphi}. \quad (18)$$

Отже, якщо амплітуди гармонік напруги і струму в ланцюзі із збільшенням їх номера убувають, то погрішність дискретизації  $\Delta P_D$  при вимірюванні активної потужності може бути зроблена досить малою вибором числа точок дискретизації  $N$  на період  $T$  сигналів, оскільки убувають коефіцієнти  $k_{N-1}^u$ ,  $k_{N-1}^i$ .

Як впливає з (18), в першому наближенні гармоніки напруги і струму, номера яких менше  $N-1$ , не дають вкладу в похибку дискретизації. У квадратичному наближенні з'явиться додаткова складова похибки від гармонік з номерами  $N/2$  (з другого члена у формулі (16)), але вона пропорційна добутку коефіцієнтів  $k_{N/2}^u$ ,  $k_{N/2}^i$  і буде досить мала в порівнянні з основною складовою (18).

Відзначимо також, що формула (18) справедлива при точному завданні моментів дискретизації  $t_j$  кривих напруги  $u(t)$  і струму  $i(t)$ . Проте при схемній реалізації завжди має місце інструментальна похибка із-за неточного завдання моментів дискретизації  $t_j$ .

Оцінимо динамічну похибку датування.

Динамічна похибка датування (або апертурна похибка) вимірювання потужності даним методом обумовлена тим, що імпульсне для часу аналогоцифрове перетворення миттєвих значень напруги і струму виробляється не ідеально – безпосередньо у

моменти часу  $t_j$ , тобто без проміжної операції запамятовування і зберігання.

Це призводить до того, що із-за кінцевого (ненульового) часу перетворення код миттєвого значення отримують не в задані моменти часу, а в зміщених

$$t'_j = t_j + k_2 u(t'_j); \quad i(t'_j) = t_j + k_1 i(t'_j), \quad (19)$$

які визначаються часом перетворення миттєвих значень напруги і струму. В цьому випадку вимірюване значення активної потужності буде рівне:

$$\tilde{P}' = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N u(t'_j) i(t'_j). \quad (20)$$

Вважатимемо, що напруга  $u(t)$  і струм  $i(t)$  в ланцюзі змінюються по гармонійному закону:

$$\begin{aligned} u(t) &= U_m \sin(\omega t + \psi_u), \\ i(t) &= I_m \sin(\omega t + \psi_i). \end{aligned} \quad (21)$$

Із-за запізнювання в кривих напруги і струму з'являються вищі гармоніки, які і приводять до похибки датування в (25).

Оцінимо її, рахуючи величини  $k_2 u(t')$  і  $k_1 i(t')$  малими, з точністю до малих членів другого порядку.

Обчислимо значення  $u(t')$  і  $i(t')$ . Для моменту часу  $t'$  маємо:

$$t' \approx t + k_2 u(t') \approx t + k_2 u[t + k_2 u(t')]. \quad (22)$$

Або

$$t' \approx t + k_2 u(t) + k_2^2 u'(t) u(t). \quad (23)$$

Тоді

$$\begin{aligned} u(t') &\approx u(t + k_2 u + k_2^2 u' u) \approx u(t) + \\ &u'(k_2 u + k_2^2 u' u) + 0,5k_2^2 u'' u^2 \approx u(t) + \\ &k_2 u u' + 0,5k_2^2 [u'' u + 2(u')^2 u] \end{aligned} \quad (24)$$

або

$$u(t') = U(t) + 0,5k_2 (u^2)' + 0,5k_2^2 (u' u^2)'. \quad (25)$$

Аналогічно

$$t'' \approx t + k_1 i(t) + k_1^2 i'(t) i(t); \quad (26)$$

$$i(t'') = i(t) + 0,5k_1 (i^2)' + 0,5k_1^2 (i' i^2)'. \quad (27)$$

Підставляючи в (25) і в (26) відповідно  $u(t)$  і  $i(t)$  з (21), отримаємо

$$\begin{aligned} u(t') &= U_m (1 - 0,25\omega^2 k_2^2 U_m^2) \times \\ &\times \sin(\omega t + \psi_u) + 0,5k_2 \omega U_m^2 \sin(2\omega t + 2\psi_u) + \\ &+ 0,75k_2^2 \omega^2 U_m^3 \sin(3\omega t + 3\psi_u) + 0[(k_2 U_m)^3] U_m; \end{aligned} \quad (28)$$

$$i(t) = I_m(1 - 0,25\omega^2 k_1^2 I_m^2) \sin(\omega t + \psi_i) + 0,5k_1 \omega I_m^2 \sin(2\omega t + 2\psi_i) + 0,75k_1^2 \omega^2 I_m^3 \times \sin(3\omega t + 3\psi_i) + 0[(k_1 I_m)^3] I_m. \quad (29)$$

З врахуванням рівності (28) і (29) формула (20) набирає вигляду:

$$\tilde{P}' = UI(1 - 0,5\omega^2 k_2^2 U^2)(1 - 0,5\omega^2 k_1^2 I^2) \times \cos\phi + 0,5k_1 k_2 \omega^2 U^2 I^2 \cos 2\phi + 0(k)^3. \quad (30)$$

Або

$$\tilde{P}' = UI \cos\phi - 0,5 \cos\phi \cdot \omega^2 (k_2^2 U^2 + k_1^2 I^2) + 0,5k_1 k_2 \omega^2 U^2 I^2 \cos 2\phi + 0(k)^3. \quad (31)$$

Позначимо в цьому виразі

$$k_2 U_m = \Delta t_2, k_1 I_m = \Delta t_1$$

$$\tilde{P}' = P \left\{ 1 + \frac{\omega^2}{4} \Delta t_1 \cdot \Delta t_2 \frac{\cos 2\phi}{\cos \phi} - \frac{1}{4} \omega^2 [(\Delta t_1)^2 + (\Delta t_2)^2] \right\}. \quad (32)$$

Відносне значення динамічної похибки датування:

$$\delta P' = \frac{\tilde{P}' - P}{P} = \frac{\omega^2}{4} \left\{ \Delta t_1 \cdot \Delta t_2 \frac{\cos 2\phi}{\cos \phi} - [(\Delta t_1)^2 + (\Delta t_2)^2] \right\}. \quad (33)$$

При  $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t$  маємо

$$\delta P' = \frac{(\omega \Delta t)^2}{4} \left( \frac{\cos 2\phi}{\cos \phi} - 2 \right). \quad (34)$$

Зокрема, при

$$\phi = 0 \delta P' = -0,25(\omega \Delta t)^2;$$

$$\text{і } \delta \phi = \pi/4 \quad \delta P' = -0,5(\omega \Delta t)^2.$$

Як впливає з (34), час перетворення (або запізнення) миттєвих значень напруги і струму не повинен перевершувати  $\Delta t_m$ , рівного:

$$\Delta t_m \leq \frac{2}{\omega} \sqrt{\delta P' / \left( \frac{\cos 2\phi}{\cos \phi} - 2 \right)}. \quad (35)$$

Також для цифрових вимірювальних приладів можна розрахувати похибку квантування.

## ВИСНОВОК

1. Запропоновано метод вимірювання потужності за допомогою цифрового ватметра з обробкою кодів миттєвих значень напруги і струму.

2. Проведено оцінку методичних похибок запропонованого методу.

3. Отримано оцінку похибки дискретизації, а також динамічної похибки датування, які дозволяють синтезувати параметри засобів вимірювання потужності, заснованих на цифровому методі перемножування код миттєвих значень напруги і струму, виходячи із заданої точності і частотного діапазону.

4. Оцінка похибок дискретизації і датування мають універсальний характер, тобто не залежать від методу АЦП.

## Список літератури

1. Безикович А.Я. Измерение электрической мощности в звуковом диапазоне частот / А.Я. Безикович, Е.З. Шапиро. – Л.: Энергия. Ленинградское отделение, 1980. – 168 с.
2. Стадник В.В., Чинков В.Н. Микропроцессорные мультиметры, основанные на цифровой обработке сигналов / В.В. Стадник, В.Н. Чинков // Измерительная техника. – 1995. – № 9. – С. 53-57.
3. Компьютерные измерительные устройства: Обзорная информация ИНФОРМПРИБОР. Сер. ТС-5. – М., 1990. – Вып. 2. – 48 с.
4. Современные цифровые мультиметры системного назначения: Обзорная информация ИНФОРМПРИБОР. Сер. ТС-5. – М., 1988. – Вып. 5. – 52 с.
5. Цифровые измерительные приборы / В.Н. Чинков. – Министерство обороны, 1992. – 546 с.

Надійшла до редколегії 19.01.2011

**Рецензент:** канд. техн. наук, доц. В.Б. Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ МОЩНОСТИ НА ОСНОВЕ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

В.Н. Чинков, Е.А. Асеева

*В статье рассмотрен метод умножения измерения активной мощности на основе цифровой обработки сигналов, который является наиболее актуальным методом. потому что внешние факторы значительно влияют на результат измерения.*

**Ключевые слова:** мощность, метод измерения, цифровая обработка сигналов, погрешность дискретизации, квантования, динамическая.

## A METHOD OF MEASURING OF POWER IS ON THE BASIS OF DIGITAL TREATMENT OF SIGNALS.

V.N. Chinkov, K.O. Aseeva

*In the article the method of increase of measuring of active-power is considered on the basis of digital treatment of signals, which is the most actual method. because external factors considerably influence on the result of measuring.*

**Keywords:** power, measurement method, digital signal processing, discretization, quantization, dynamic error.