

УДК 621.376.5

В.М. Чинков, Ю.О. Белікова

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

## ОЦІНКА ПОХИБКИ ВИМІРУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ПОТУЖНОСТІ З МОДУЛЯЦІЙНИМ ПЕРЕМНОЖУВАННЯМ НАПРУГИ І СТРУМУ ТИПУ ШІМ-ЧІМ

Досліджено метод вимірювання активної потужності на основі спільного використання широтно-імпульсного і частотно-імпульсного АЦП, та наведено оцінку похибок таких вимірників потужності.

**Ключові слова:** електрична потужність, широтно-імпульсна модуляція, часово-імпульсна модуляція.

### Вступ

**Постановка задачі** У сучасному розвитку вимірювальної техніки впроваджується багато методів виміру електричної потужності. У даній статті розглянемо більш перспективний з існуючих методів - цифровий метод вимірювання електричної потужності, заснований на одному з варіантів модуляційного перемноження напруги і струму є актуальним для промисловості.

**Аналіз літератури** У використаній для цієї статті літературі описується метод безпосереднього перемноження напруги та струму [1]. Зустрічається поняття модуляційних типів ШІМ (або ЧвІМ)-ЧІМ, де ШІМ – широтно-імпульсна (ЧвІМ – часово-імпульсна модуляція), ЧІМ – частотно-імпульсна модуляція [1, 2]. В літературі [3, 4] представлені методики, за допомогою яких виконується оцінка статичних інструментальних похибок.

**Мета даної статті** є оцінка похибки виміру електричної потужності з модуляційним перемноженням напруги і струму типу ШІМ-ЧІМ

### Основний матеріал

Розглянемо випадок коли миттєві значення напруги (або струму) у заданих точках дискретизації  $t_j$  перетворюються в пропорційний часовий інтервал  $\tau_j$ , а заповнення цього тимчасового інтервалу здійснюється імпульсами, миттєва частота  $f_j$  яких пропорційна миттєвим значенням струму (або напруги) у тих же точках дискретизації.  $t_j$ . Такі вимірювальні перетворювачі потужності називають модуляційних типу ШІМ (або ЧвІМ)-ЧІМ, де ШІМ – широтно-імпульсна (ЧвІМ – часово-імпульсна модуляція), ЧІМ – частотно-імпульсна модуляція [1, 2].

На рис. 1 наведено дії такого цифрового вимірювача стосовно активної потужності за спрощеною структурною схемою, наведеною на на якому зображені: ВБ1, ВБ2 – вхідні блоки; ШІМ – широтно-імпульсний модулятор; ЧІМ – частотно-імпульсний модулятор; НД – часовий селектор; РСч – реверсивний лічильник; АЗ – аналізатор знака; БУ – блок управління; БІ – блок індикації. Як ЧІМ може вико-

ристовуватися перетворювач струм-частота або перетворення напруга-частота, при цьому струм  $i(t)$  перетворюється в блоці ВБ2 в пропорційне напругу.

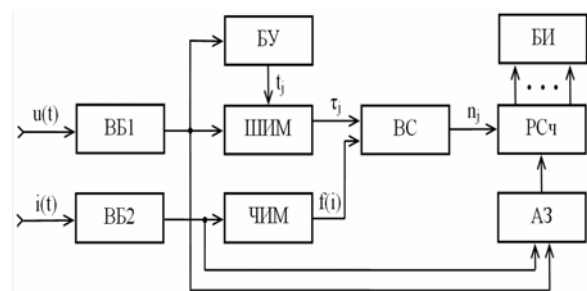


Рис. 1. Структурна схема цифрового модуляційного вимірювача потужності типу ШІМ-ЧІМ

Напруга  $u(t)$  і струм  $i(t)$  подаються з ділянки електричного кола, в якій вимірюється потужність, на вхідні блоки ВБ1 і ВБ2, де здійснюється їх масштабування.

Напруга  $u(t)$  через ВБ1 надходить на ШІМ, що знаходиться в загальмованому стані, і в БО. У режимі вимірювання на ШІМ подаються імпульси запуску з БО в моменти дискретизації  $t_j$ , число яких  $N$  формується рівномірно на період вхідного сигналу  $u(t)$ . Струм  $i(t)$  через ВБ2 надходить на ЧІМ, де він безперервно перетворюється на пропорційну частоту проходження імпульсів  $f_j$ , які надходять на один з входів НД У момент часу  $t_j$  ШІМ запускається і на його виході утворюється прямокутний імпульс тривалістю  $t_j$ , пропорційної миттєвому значенню напруги  $u(t_j)$ .

Цим імпульсом відкривається ЗС на час  $\tau_j$  і через нього на реверсивний лічильник РСч надійде з ЧІМ пакет імпульсів  $n_j$ , який записується з урахуванням знака миттєвої потужності  $u(t_j)i(t_j)$ , що визначається АЗ. Аналогічно процес вимірювань повторюється у всіх  $N$  точках дискретизації  $t_j$ , тобто  $j=1, N$ . Знайдемо результат вимірювання по-

тужності та проведемо оцінку тих же помилок, як і для цифрового методу безпосереднього перемноження напруги та струму, враховуючи, що оцінка статичних інструментальних похибок труднощів не викликає, тому що виконується за добре відпрацьованим методикам [3, 4].

Отже, проведемо оцінку похибки дискретизації, похибки квантування і динамічної похибки датування, причому зробимо це тільки для активної потужності, а для реактивної потужності вона виконується аналогічно.

Для оцінки методичної похибки дискретизації справедливий та ж методика, що і в [1], а, отже, і остаточний вираз для відносного значення похибки дискретизації:

$$\delta P_a = \frac{\Delta P_a}{P} = \frac{2(k_{N-1}^u + k_{N-1}^i)}{\cos \varphi}, \quad (1)$$

де  $P$  – активна потужність;  $\Delta P_a$  абсолютна похибка вимірювання активної потужності, обумовлена дискретизацією вхідних сигналів;  $k_{N-1}^u = U_{N-1}/U_1$ ,  $k_{N-1}^i = I_{N-1}/I_1$ , коефіцієнти спотворення для  $(N-1)$  гармоніки напруги  $u(t)$  і струму  $i(t)$  відповідно;  $U_{N-1}$ ,  $I_1$  середньоквадратичні значення  $(N-1)$  і першої гармоніки напруги  $u(t)$ ;  $I_{N-1}$ ,  $I_1$  середньоквадратичні значення  $(N-1)$  і першої гармоніки струму  $i(t)$ ;  $\cos \varphi$  – коефіцієнт потужності. У чисто активній ланцюга  $\cos \varphi = 1$   
 $\delta P_d = 2(k_{N-1}^u + k_{N-1}^i)$ .

З виразу (1) випливає висновок: якщо амплітуди (або середньоквадратичні значення) напруги  $u(t)$  і струму  $i(t)$  у ланцюзі із збільшенням їх номери убувають, то похибка дискретизації при вимірюванні активної потужності може бути зроблена досить малою вибором числа точок дискретизації  $N$  на період  $T$  сигналів, так як убувають коефіцієнти спотворення  $k_{N-1}^u$  та  $k_{N-1}^i$ .

Оцінка похибки квантування. Запишемо вирази для тимчасового інтервалу  $\tau_j$  і частоти  $f[i(t_j)] = f_j$  в точці дискретизації  $t_j$ :

$$\tau_j = K_\tau U(t_j); \quad (2)$$

$$f_j = k_f i(t_j), \quad (3)$$

де  $k_\tau$  – коефіцієнт перетворення (передачі) ШІМ;  $k_f$  – коефіцієнт перетворення (передачі) ЧІМ.

Число (пакет) імпульсів  $n_j = \tau_j f_j$  на виході ВС в точці дискретизації  $t_j$  є випадковою величиною. Позначимо через  $\lfloor \tau_j f_j \rfloor$  – цілу частину, а через  $\{\tau_j f_j\}$  – дробову частину числа  $(n_j)$ , причому

$0 \leq \{\tau_j f_j\} \leq 1$  Число імпульсів  $n_j$  приймає два значення:  $\lfloor \tau_j f_j \rfloor$  – з імовірністю  $[1 - \{\tau_j f_j\}]$  і  $\lfloor \tau_j f_j \rfloor + 1$  – з імовірністю  $\{\tau_j f_j\}$  Повне число імпульсів  $N_p$  надійшло до РСЧ у всіх  $N$  точках дискретизації  $t_j$ ,  $j = 1, N$ , рівно алгебраїчній сумі

$$N_p = \sum_{j=1}^N n_j.$$

Це число імпульсів також є випадковою величиною, знайдемо його середнє значення, що є оцінкою математичного сподівання.

Беручи до уваги (2), (3), запишемо

$$\langle N_p \rangle = \sum_{j=1}^N \langle n_j \rangle = \sum_{j=1}^N \tau_j f_j = k_\tau k_f \sum_{j=1}^N u(t_j) i(t_j).$$

Або

$$\langle N_p \rangle = k_\tau k_f N \tilde{P} \quad (4)$$

$\tilde{P} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N u(t_j) i(t_j)$  – результат вимірювання активної потужності з урахуванням похибки дискретизації, але без урахування інших складових методичної та інструментальної похибок.

Для активної потужності в ланцюгах синусоїдального струму маємо

$$\langle N_p \rangle = k_\tau k_f N U I \cos \varphi.$$

Обчислимо дисперсію числа імпульсів  $\langle N_p \rangle$  за формулою

$$\langle (N_p)^2 \rangle = \sum_{j=1}^N \langle (\Delta n_j)^2 \rangle = \sum_{j=1}^N \{\tau_j f_j\} (1 - \{\tau_j f_j\}).$$

Так як кожен член суми не перевершує  $1/4$ , то

$$\langle (\Delta N_p)^2 \rangle \leq \frac{1}{2} N. \quad (5)$$

Тому для відносної похибки квантування при вимірюванні активної потужності з урахуванням (4), (5) маємо

$$\delta P_{ea} = \frac{\sqrt{\langle (\Delta N_p)^2 \rangle}}{\langle N_p \rangle} = \frac{1}{2 k_\tau k_f \sqrt{N \tilde{P}}}. \quad (6)$$

Введемо позначення:  $k_\tau U_m = \tau_m$ ,  $k_f I_m = f_m$ , де  $U_m, I_m$  – максимальні значення напруги  $u_t$  і струму  $i(t)$ ; – відповідні їм максимальні значення часового інтервалу  $\tau_j$  і частоти  $f_j$  Тоді вираз (6) приймає вигляд

$$\delta P_{ea} = \frac{1}{\tau_m f_m \sqrt{N \cos \varphi}}. \quad (7)$$

Оскільки  $\tau_m \langle T/N \rangle$ , тоді  $\delta P_{ea} \geq \frac{\sqrt{N}}{f_m T \cos \varphi}$ .

Оцінка динамічної похибки датування. У модуляційних вимірювальних перетворювачах потужності типу ШІМ-ЧІМ динамічна похибка датування (або апертурна похибка) викликається двома причинами. Одна з них полягає в тому, що час імпульсного аналого-цифрового перетворення (або ШІМ) миттєвих значень напруги  $u(t)$  виробляється не ідеально-безпосередньо в моменти часу  $t_j$ , тобто без проміжної операції запам'ятовування та зберігання, а в зміщені моменти часу

$$t'_j = t_j + \tau_j = t_j + k_\tau + k_\tau u(t'_j), \quad (8)$$

які визначаються часом перетворення миттєвих значень напруги  $u(t_j)$ ,  $j=1, N$ , в пропорційні тимчасові інтервали

$$\tau_j = k_\tau u(t'_j) = k_\tau u[t_j + k_\tau u(t'_j)]. \quad (9)$$

де  $k_\tau$  – коефіцієнт перетворення миттєвого значення напруги  $u(t'_j)$  в часовий інтервал  $\tau_j$ .

Друга причина динамічної похибки датування полягає в усередненні частоти  $f(t)$  на виході ЧІМ за час  $t_j$ , причому

$$f(t) = k_f i(t), \quad (10)$$

де  $k_f$  – коефіцієнт перетворення миттєвого значення струму  $i(t)$  в пропорційну частоту проходження імпульсів  $f(t)$ .

Знайдемо середнє значення частоти  $f(t)$  з виходу ЧІМ, яка утворюється на виході ВС за час  $\tau_j$  його відкритого стану в  $j$ -м такті дискретизації,  $j=1, N$ :

$$\bar{f}(t_j) = \frac{1}{\tau_j} \int_{t_j}^{t_j + \tau_j} f(t') dt'$$

або після підстановки (10)

$$f(t_j) = \frac{k_f}{\tau_j} \int_{t_j}^{t_j + \tau_j} i(t') dt'. \quad (11)$$

Кількість імпульсів  $n_j$ , надійшло до  $j$ -й точки дискретизації  $t_j$  з виходу ВС на вхід РСч, з урахуванням (3), (10) і (11) одно

$$n(t_j) = \tau_j \bar{f}(t_j) = k_\tau u(t'_j) \frac{k_f}{\tau_j} \int_{t_j}^{t_j + \tau_j} i(t')$$

Беручи до уваги (9), маємо

$$n(t_j) = k_f \int_{t_j}^{t_j + \tau_j} i(t') dt. \quad (12)$$

Тоді код результату вимірювання активної потужності

$$M_p = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N n(t_j).$$

У цьому виразі перейдемо від суми до інтегралу (без урахування похибки дискретизації) і потім, підставляючи (12), маємо

$$\tilde{P} = \frac{1}{T} \int_0^T n(t_j) dt = \frac{k_f}{T} \int_0^T dt \int_{t_j}^{t_j + \tau_j} i(t') dt'.$$

Змінюючи порядок інтегрування, уявімо інтеграл як суму інтегралів по трьом областям у площині змінних  $(t, t')$  (рис. 2):

$$\tilde{P} = \frac{k_f}{T} \left[ \int_0^{\tau_0} dt i(t') \int_0^{t'} dt + \int_{\tau_0}^T i(t') \int_{t'-\tau}^{t'} dt + \int_T^{T+\tau_T} dt' \left( t' \int_{t'-\tau}^T dt \right) \right]$$

або

$$\tilde{P} = \frac{k_f}{T} \left[ \int_0^{\tau_0} t i(t') dt' + \int_{\tau_0}^T t i(t') + \int_T^{T+\tau_T} (T-t'+\tau) i(t') dt' \right] \quad (13)$$

де величина  $\tau$  є функція, визначається відповідно до формули (8), тобто  $\tau = t' - t = k_\tau u(t)$ .

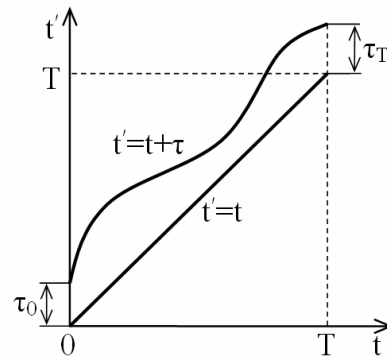


Рис. 2. Области інтегрування у площині  $(t, t')$

Величини  $\tau_0$  і  $\tau_T$  представляють собою час розгортки ШІМ при  $t = 0$  і  $t = T$  відповідно.

Для абсолютної динамічної похибки вимірювання активної потужності маємо

$$\Delta P_t = \tilde{P} - \frac{1}{T} \int_0^T u(t') i(t') dt'.$$

Підставляючи (13), після перетворень отримаємо

$$\Delta P_t = \frac{k_f}{T} \left\{ \int_0^{\tau_0} [t' - k_\tau u(t')] i(t') dt' + \int_T^{T+\tau_T} [T - t' + k_\tau u(t')] i(t') dt \right\}$$

Зсунувши у другому інтегралі початок відліку на час  $T$ , знаходимо

$$\Delta P_t = \frac{k_f}{T} \left[ \int_0^{\tau_0} [t' - k_\tau u(t')] i(t') dt' - \frac{k_f}{N} \int_0^{\tau_T} [t' - k_\tau u(t' + T)] i(t' + T) dt' \right]$$

З даного співвідношення видно, що для періодичних функцій, для яких справедливі рівності  $i(t' + T) = i(t')$ ,  $u(t' + T) = u(t')$  і  $\tau_T = \tau_0$ , динамічна похибка датування звертається в нуль, тобто  $\Delta P_t = 0$ . Це означає, що для періодичних сигналів струму  $i(t)$  і напруги  $u(t)$ , перемноження яких здійснюється модуляційними вимірювальними перетворювачами типу ШІМ-ЧІМ, динамічна похибка датування ЧІМ повністю компенсується похибкою усереднення частоти з виходу ЧІМ. Це є важливою перевагою такого методу вимірювання потужності в порівнянні з цифровим методом безпосереднього перемноження струму і напруги [1].

Оцінка сумарної методичної похибки. Відносне значення сумарної методичної похибки вимірювання потужності, заснованого на модуляційному вимірювальному перетворенні типу ШІМ-ЧІМ, визначимо з виразу  $\delta P = \delta P_D + \delta P_{KB}$ .

Після підстановки в нього співвідношень (1) і (7) для складових  $\delta P_D$  і  $\delta P_{KB}$  маємо

$$\delta P = \left[ 2(k_{N-1}^u + k_{N-1}^i) + \frac{1}{\tau_m f_m \sqrt{N}} \right] \frac{1}{\cos \varphi}. \quad (14)$$

Аналіз цього виразу показує, що при зміні максимального тимчасового інтервалу  $\tau_m$  в допустимих межах мінімум сумарної похибки  $\delta P$  досягається при  $\tau_m = \alpha T/N$ , де коефіцієнт  $\alpha$  визначає час, що відводиться на відновлення ШІМ, при цьому співвідношення (14) набуває вигляду

$$\delta P = \left[ 2(k_{N-1}^u + k_{N-1}^i) + \frac{\sqrt{N}}{\alpha T f_m} \right] \frac{1}{\cos \varphi}. \quad (15)$$

Для ілюстрації можливостей апаратної реалізації цифрового методу вимірювання потужності з модуляційним перетворенням типу ШІМ-ЧІМ проведемо оцінку основних параметрів при проектуванні відповідних вимірників потужності для деяких конкретних вихідних даних.

З виразу (15) видно, що такими параметрами є кількість точок дискретизації  $N$  на період  $T$  напруги  $u(t)$  і струму  $i(t)$  і максимальна частота  $f_m$  на виході ЧІМ. Оскільки кількість точок дискретизації залежить від гармонійного складу кривих напруги  $u_t$  і струму  $i(t)$ , то при синтезі він повинен бути хоча б наближено відомий, що дозволить знайти квазіоптимального числа точок дискретизації  $N$ , що забезпечує мінімум похибки  $\delta P$ . Розглянемо приклади для ті ж трьох характерних варіантів завдання гармонійного складу кривих напруги і струму, що і в [1].

Приклад 1. Нехай в кривих напруги і струму відсутні всі гармоніки з номерами, великими  $N_0 - 1$ . Для визначення максимального значення частоти  $f_m$  на виході ЧІМ скористаємося виразом (15). За умови  $N \geq N_0$ , що, воно приймає вигляд

$$\delta P = \frac{\sqrt{N}}{\alpha T f_m \cos \varphi}. \quad (16)$$

З цього виразу видно, що кількість точок дискретизації  $N$  не має оптимуму. Його необхідно вибирати мінімально можливим, виходячи з гармонічного складу кривих напруги  $u(t)$  і струму  $i(t)$ . Тоді максимальне значення частоти  $f_m$  на виході ЧІМ визначається з виразу (16):

$$f_m = \frac{\sqrt{N}}{\delta P \alpha \cos \varphi}. \quad (17)$$

## Висновок

1 Отримано оцінку похибок дискретизації і квантування, а також динамічної похибки датування цифрових вимірювачів активної потужності, заснованих на модуляційному перемножуванні струму і напруги типу ШІМ-ЧІМ.

2 Показано, що при такій комбінації двох видів модуляції струму і напруги динамічна похибка датування повністю компенсується, тобто дорівнює нулю, що є принципово новим і важливим результатом в області вимірювальних модуляційних перетворювачів потужності.

3 Отримані оцінки методичних похибок дискретизації і квантування дозволяють синтезувати параметри цифрових модуляційних вимірювачів потужності ШІМ-ЧІМ по гармонійного складу кривих напруги та струму і заданої точності вимірювання потужності.

## Список літератури

1. Безикович А.Я., Шапиро Е.З. Измерение электрической мощности в звуковом диапазоне частот / А.Я. Безикович, Е.З. Шапиро. – Л.: Энергия. Ленинградское отделение, 1980.
2. Мартяшин А.М. Преобразователи электрических параметров для систем контроля и измерения / А.М. Мартяшин, Э.К. Шахов, В.М. Шляндин. – М.: Энергия, 1976.
3. Боднер В.А. Приборы первичной информации. – М.: Машиностроение, 1981.
4. Таланчук П.М. Основы теории и проектирования измерительных приборов / П.М. Таланчук, В.Т. Руценко. – К.: Вища шк., 1989.

Надійшла до редколегії 19.01.2011

Рецензент: канд. техн. наук, доц. В.Б. Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ С МОДУЛЯЦИОННЫМ ПЕРЕМНОЖЕНИЕМ НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА ТИПА ШИМ-ЧИМ

В.Н. Чинков, Ю.А. Беликова

Исследован метод измерения активной мощности на основе совместного использования широтно-импульсного и частотно-импульсного АЦП, и приведена оценка погрешностей таких измерителей мощности.

**Ключевые слова:** электрическая мощность, широтно-импульсная модуляция, времяимпульсная модуляция.

## ERRORS ASSESSMENT OF THE ELECTRICAL POWER MEASUREMENT WITH VOLTAGE AND CURRENT MODULATION MULTIPLICATION OF PWM-PFM TYPE

V.N. Chinkov, J.A. Belikova

The active power measurement method that is based on the combined pulse-width and pulse-frequency ADC is investigated, and the errors estimation of such power meters is given.

**Keywords:** electrical power, pulse-width modulation, pulse-frequency modulation.