Обробка інформації в складних технічних системах

УДК 621.396.98 DOI: 10.30748/soi.2017.151.01

В.П. Деденок[1], Г.В. Певцов[1], Д.В. Карлов[1], Ю.В. Рєзников[1], О.Ю. Чернявський[2]

[1] *Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків*
[2] *Факультет військової підготовки національного технічного університету "ХПІ", Харків*

ЗАСТОСУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНОГО ПІДХОДУ ДО СИНТЕЗУ НЕПАРАМЕТРИЧНИХ ВИРІШАЛЬНИХ ПРАВИЛ ВИЯВЛЕННЯ ТА ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ СИГНАЛУ НА ФОНІ ЗАВАД З НЕВІДОМИМ ЗАКОНОМ РОЗПОДІЛУ

Узагальнено і розгорнуто ідеї інформаційного підходу до синтезу вирішальних правил виявлення й оцінювання параметрів сигналів на фоні адитивних завад з невідомим законом розподілу. Введені нові базові теоретичні поняття та на їх основі сформовані підходи до синтезу непараметричних вирішальних правил оцінювання дискретних і безперервних параметрів спостережень. Доведено, що запропоновані алгоритми виявлення й оцінювання параметрів сигналів для класу ґауссових і широкого класу неґауссових завад, щільність розподілу яких може бути представлена полігаусовими моделями, повністю еквівалентні оптимальним за критерієм максимальної правдоподібності параметричним алгоритмам.

Ключові слова: *статистика відношення інформативності спостережень, принцип максимуму інформативності спостережень, непараметрична невизначеність, інформаційні міри, інформаційні статистики, асимптотично оптимальний алгоритм виявлення сигналу, оцінка інформації по Фішеру.*

Вступ

Постановка проблеми. Синтез будь-яких (оптимальних, квазіоптимальних, евристичних) алгоритмів виявлення сигналів і оцінки їх параметрів на фоні завад обов'язково включає правило формування статистики: функції вибіркових значень $y(\underline{X})$, яка використовується для прийняття однієї з гіпотез щодо наявності сигналу і (або) для оцінки його невідомих параметрів [1].

У ситуації, коли апріорна невизначеність щодо імовірнісної математичної моделі опису процесу прийому сигналів на фоні завад не враховується, формування статистики $y(\underline{X})$ є одним з результатів синтезу вирішального правила за обраним критерієм якості.

В [1–2] визначено, що незалежно від обраного критерію якості такою універсальною достатньою статистикою є відношення правдоподібності, або деяка монотонно пов'язана з нею функція. У ситуаціях параметричної невизначеності пропонується узагальнене (оцінне) відношення правдоподібності, у якому невідомі параметри відповідних функцій правдоподібності $W(\underline{X}/\underline{\upsilon})$ заміняються їх деякими оцінками ($\hat{\underline{\upsilon}}$). Часто ці оцінки є оцінками максимальної правдоподібності. Якщо ж апріорна невизначеність включає сам вид функції правдоподібності вибірки спостережень $W(\underline{X})$ (непараметрична апріорна невизначеність), то, як зазначено в [2], вирішальна статистика $y(\underline{X})$ вибирається на евристичній основі.

Синтез вирішальних правил виявлення та оцінювання параметрів сигналів на фоні завад з невідомим законом розподілу є найбільш складною та недостатньо дослідженою проблемою в теорії статистичних рішень. До цього часу відсутня загальна методологія синтезу непараметричних вирішальних правил [2], що вимагає пошуку нових підходів до вирішення цієї проблеми та визначає актуальність таких досліджень.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Найбільш відомі та знайшли практичне використання при синтезі непараметричних правил перевірки статистичних гіпотез наступні статистики: знакові, рангові, порядкові та їх комбінації [1–2].

Всі зазначені вище висновки базуються на використанні методів і аналітичному апараті класичної математичної статистики і, зокрема, теорії статистичних рішень, які забезпечують загальну методологію статистичного синтезу [1–2; 7; 12]. Але з розвитком теорії інформації як окремої гілки теорії ймовірностей та математичної статистики з'явилося теоретичне підґрунтя для застосування інформаційних підходів в задачах синтезу вирішальних правил виявлення та оцінювання параметрів сигналів на фоні завад. Найбільш досліджені можливості і шляхи застосування методів теорії інформації і інформаційних статистик за умови параметричної апріорної невизначеності [1–2; 11–12]. Це цілком зрозуміло, оскільки для визначення кількості інформації, що міститься у вибірці спостережень, необхідно знання закону розподілу вибіркових значень [12]. При непараметричній апріорній невизначеності сам вид функції правдоподібності вибірки спостережень є невідомим. За цих умов визначення інформаційних статистик та їх оцінок можливо лише за рахунок встановлення функціональних залежностей інформаційних мір від класичних числових характеристик законів розподілу спостережень та непараметричних оцінок характеристик, начальних і центральних моментів. Одна з можливостей використання інформаційних статистик для синтезу непараметричного алгоритму виявлення сигналу на фоні завад з невідомим законом розподілу розглянута в [3]. Однак при цьому вважалося, що сигнал не має невідомих параметрів, а завада являє собою центрований «білий» шум. У реальних умовах необхідно врахувати, що сигнали, прийняті на фоні завад, як правило, мають невідомі параметри, частина з яких може цікавити споживача [13]. Крім того, завада не обов'язково є центрованим шумом з невідомим середнім значенням $m_п(t)$.

Тому **метою статті** є визначення можливостей та шляхів застосування інформаційного підходу в задачах синтезу вирішальних правил виявлення та оцінювання параметрів сигналу на фоні завад з невідомим законом розподілу.

Основна частина

У більшості випадків при синтезі алгоритмів виявлення й оцінювання параметрів сигналів, прийнятих на фоні завад, як це визначено в [4] цілком припустимо використання адитивної моделі суміші завади й сигналу виду:

$$x(t) = \xi(t) + \gamma \cdot S(\underline{\upsilon}, t), \qquad (1)$$

де $\xi(t)$ – завадова складова спостережень;

$S(\underline{\upsilon}, t)$ – сигнальна складова спостережень;

$\underline{\upsilon}$ – вектор невідомих параметрів сигналу;

$\gamma = [0;1]$ – дискретний параметр наявності сигналу у вибірці спостережень.

З урахуванням дискретизації за часом адитивна модель спостережень може бути представлена у вигляді:

$$\underline{X} = \underline{\xi} + \gamma \cdot \underline{S}(\underline{\upsilon}), \qquad (2)$$

де $\underline{\xi}$ – вектор завадової складової спостережень, закон розподілу якого невідомий;

$\underline{S}(\underline{\upsilon})$ – вектор сигнальної складової спостережень з невідомими параметрами ($\underline{\upsilon}$):

$$\underline{S}^T(\underline{\upsilon}) = \left\| S(\underline{\upsilon}; t_1)\ \ S(\underline{\upsilon}; t_2) \ldots S(\underline{\upsilon}; t_i) \ldots S(\underline{\upsilon}; t_N) \right\|. \qquad (3)$$

Тут модель сигналу $S(\underline{\upsilon}, t)$ в загальному випадку подається як нелінійна функція невідомих параметрів ($\underline{\upsilon}$).

Доречно відзначити, що у розглянутому нами випадку повної апріорної невизначеності щодо закону розподілу завади ми задаємо модель очікуваного сигналу як відому з точністю до значень параметрів ($\underline{\upsilon}$) функцію часу $S(\underline{\upsilon}, t)$, або її дискретний аналог – вектор $\underline{S}(\underline{\upsilon})$.

У цьому розумінні ми допускаємо, що апріорна невизначеність щодо очікуваного сигналу може бути зведена до параметричної невизначеності. З урахуванням зроблених зауважень будемо розрізняти дві компоненти апріорної невизначеності: відносно завадової складової (закон розподілу завади) і щодо сигнальної складової (вид очікуваного сигналу $S(\underline{\upsilon}, t)$). При цьому залежно від ступеня невизначеності щодо закону розподілу завадової компоненти (повністю відомий, відомий з точністю до параметрів, невідомий) можуть бути різні сполучення відносно завадової і сигнальної апріорної невизначеності. Так, наприклад, в [3] розглянуто випадок непараметричної апріорної невизначеності відносно завадової складової при відсутності невизначеності щодо сигнальної складової (детермінований сигнал). У даній статті розгляд проведемо для умов непараметричної апріорної невизначеності відносно завадової складової при параметричній невизначеності щодо сигнальної складової (структура сигналу відома з точністю до параметрів ($\underline{\upsilon}$)). Це означає, що функція правдоподібності вибірки спостережень (закон розподілу завадової складової) формально може бути будь-якою ненегативною функцією $W(\underline{X})$, що задовольняє умові нормування.

При цьому, якщо $\gamma = 1$ (тобто у складі спостережень є сигнальна складова $\underline{S}(\underline{\upsilon})$):

$$W(\underline{X} / \underline{\upsilon}; \gamma = 1) = W(\underline{X} - \underline{S}(\underline{\upsilon})), \qquad (4)$$

де $\underline{S}(\underline{\upsilon})$ – з урахуванням дискретизації за часом розглянутий раніше (3) вектор сигнальної складової, відомий з точністю до значень параметрів ($\underline{\upsilon}$).

Для визначеності обмежимося незалежними однорідними вибірками спостережень. У цьому випадку [2] непараметричний клас функцій правдоподібності має вигляд:

$$W(\underline{X}) = \prod_{i=1}^{N} w(x_i), \qquad (5)$$

де $w(x)$ – довільна одномірна щільність ймовірностей.

Відповідно при наявності сигнальної складової у вибірці спостережень (тобто при $\gamma = 1$) функція правдоподібності має вигляд:

$$W(\underline{X}/\upsilon;\gamma=1)=\prod_{i=1}^{N}w(x_i-S_i(\upsilon)), \qquad (6)$$

де $S_i(\upsilon)=S(\upsilon,t_i)$ – значення корисного сигналу в момент часу t_i при фіксованому значенні вектору параметрів (υ).

Скористаємося відомими результатами [2], які дозволяють одержати вираз для обчислення інформації по Фішеру про заваду в наступному вигляді:

$$J_п=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[f(x)\right]^2 w(x/\gamma=0)\partial x=\frac{\rho_п}{D_п}, \qquad (7)$$

де
$$f(x)=-\frac{\partial\left[\ln w(x/\gamma=0)\right]}{\partial x}; \qquad (8)$$

$D_п$ – дисперсія завади, яка в залежності від γ визначається відомими співвідношеннями:

$$D_п=D_{п_0}=\int_{-\infty}^{+\infty}(x-m_i)^2 w(x/\gamma=0)\partial x; \qquad (9)$$

$$D_п=D_{п_1}=\int_{-\infty}^{+\infty}(x-m_i-S_i(\upsilon))^2 w(x/\gamma=1)\partial x; \qquad (10)$$

$\rho_п=\lim\limits_{\left(\substack{N_г\to\infty\\ N_п\to\infty}\right)}\left[\dfrac{N_г(\alpha^*,\beta^*)}{N_п(\alpha^*,\beta^*)}\right]$ – коефіцієнт асимптотичної відносної ефективності (КАВЕ), що залежить від конкретного закону розподілу завади $w(x/\gamma=0)$. Фізичний зміст КАВЕ полягає в наступному. Нехай є два варіанти вирішальних правил (алгоритмів) виявлення детермінованого сигналу на фоні завади з відомим законом розподілу $W(\underline{X})=\prod_{i=1}^{N}w(x_i)$. Один із цих алгоритмів (позначимо його $\delta_п$) є асимптотично оптимальним для виявлення сигналу на фоні завади з довільним відомим законом розподілу $W(\underline{X})$ [2], а другий (позначимо його $\delta_г$), є лінійним алгоритмом, що, як відомо, був би оптимальним для ґауссової завади:

$$\delta_п(\alpha^*,\beta^*):\sum_{i=1}^{N_п(\alpha^*,\beta^*)}f(x_i)\cdot S_i\ge П_п(\alpha^*); \qquad (11)$$

$$\delta_г(\alpha^*,\beta^*):\sum_{i=1}^{N_г(\alpha^*,\beta^*)}x_i\cdot S_i\ge П_г(\alpha^*), \qquad (12)$$

де α^* й $(1-\beta^*)$ – відповідно, імовірність хибної тривоги й імовірність правильного виявлення сигналу, які забезпечують вирішальні правила $\delta_п(\alpha^*,\beta^*)$ і $\delta_г(\alpha^*,\beta^*)$;

$П_п(\alpha^*)$ і $П_г(\alpha^*)$ – пороги виявлення для відповідних вирішальних правил, що забезпечують той самий рівень хибної тривоги (α^*);

$N_п(\alpha^*,\beta^*)$ і $N_г(\alpha^*,\beta^*)$ – об'єми вибірок спостережень, що забезпечують задані значення (α^* і β^*) для вирішальних правил $\delta_п(\alpha^*,\beta^*)$ і $\delta_г(\alpha^*,\beta^*)$ відповідно;

$f(x)$ – вагова функція, що залежить від виду закону розподілу завади $w(x/\gamma=0)$ й обумовлена виразом (8).

По суті, величина $\rho_п$ показує в скільки разів у граничному значенні буде потрібно більший об'єм вибірки $N_г(\alpha^*,\beta^*)$ для лінійного алгоритму в порівнянні з об'ємом вибірки $N_п(\alpha^*,\beta^*)$ асимптотично оптимального до даної завади алгоритму за умови, що кожний з них забезпечує задані значення імовірності хибної тривоги (α^*) й імовірності пропуску цілі β^*. Природно, якщо завада буде мати ґауссовий закон розподілу, то $\rho_п=1$. Як показано в [2] для всіх інших (неґауссових) завад $\rho_п>1$.

З урахуванням зроблених зауважень і припущень уточнимо прийняті нами в [3] визначення інформаційних статистик для розглянутих умов параметричної невизначеності щодо сигнальної складової при непараметричній апріорній невизначеності щодо закону розподілу завадової складової спостережень.

Насамперед, має потребу в уточненні уведене в [3] поняття оцінки інформації по Фішеру про заваду $\hat{J}_п(\underline{X}/\gamma,\upsilon,m_п)$, оскільки в розглянутому випадку сигнал, що виявляється, містить вектор невідомих параметрів (υ), а середнє значення вибірки завади $\underline{M}_п=\underline{\exists}\cdot m_п$ невідомо. Тут завадова складова на інтервалі спостереження вважається стаціонарною і $\underline{\exists}=\|1\ \ 1\ \ \ldots\ \ 1\ \ \ldots\ \ 1\|$. Відповідно повинні бути уточнені й умовні (по гіпотезах) оцінки дисперсії завади:

$$\hat{D}_{п_0}=\frac{1}{N}\left(\underline{X}-\underline{\exists}\cdot m_п\right)^т\left(\underline{X}-\underline{\exists}\cdot m_п\right); \qquad (13)$$

$$\hat{D}_{п_1}=\frac{1}{N}\left(\underline{X}-\underline{\exists}\cdot m_п-\underline{S}(\upsilon)\right)^т\left(\underline{X}-\underline{\exists}\cdot m_п-\underline{S}(\upsilon)\right). \qquad (14)$$

З урахуванням (13) і (14) вирази для умовних (по гіпотезах) оцінок інформації по Фішеру про заваду приймуть вид:

$$\hat{J}_{п_0}=\frac{\rho_п\cdot N}{\left(\underline{X}-\underline{\exists}\cdot m_п\right)^т\left(\underline{X}-\underline{\exists}\cdot m_п\right)}; \qquad (15)$$

$$\hat{J}_{п_1}=\frac{\rho_п\cdot N}{\left(\underline{X}-\underline{\exists}\cdot m_п-\underline{S}(\upsilon)\right)^т\left(\underline{X}-\underline{\exists}\cdot m_п-\underline{S}(\upsilon)\right)}. \qquad (16)$$

Зрозуміло, що оцінки інформаційних мір $\hat{J}_{п_0}$ й $\hat{J}_{п_1}$, обумовлені відповідно співвідношеннями (15) і

(16), є ще й функціями невідомих параметрів сигналу ($\underline{\upsilon}$) і завади ($m_п$) на додаток до розглянутої в [3] залежності від параметра ($\rho_п$).

Для подолання цієї невизначеності щодо невідомих параметрів сигналу і завади будемо використовувати "деякі" оцінки цих параметрів. Такий підхід традиційно використовується при синтезі параметричних вирішальних правил, коли вид функції правдоподібності спостережень відомий. Часто при цьому використовують оцінки максимальної правдоподібності замість невідомих параметрів сигналу і завад [1–2]. У нашому випадку, коли вид функції правдоподібності невідомий, методом максимальної правдоподібності скористатися не можна. Необхідно запропонувати такий принцип одержання оцінок невідомих параметрів, який би дозволив поширити запропонований нами [3] інформаційний підхід на більш загальний випадок, коли сигнальна складова та складова завади вектору спостережень містять невідомі параметри.

Цим вимогам може задовольнити пропонуємий нами метод одержання оцінок невідомих параметрів сигналу й завади за принципом максимуму інформативності спостережень, відповідно до якого оцінки невідомих параметрів повинні відшукуватися з умови максимізації інформаційних мір, визначених співвідношеннями (15) і (16).

З урахуванням цього принципу вирази для оцінок вектора сигнальної і завадової складових можуть бути представлені у вигляді співвідношень:

$$\hat{\underline{\upsilon}} = \arg\max\left\{\hat{J}_п(\underline{X}/\rho_п, \hat{m}_{п_1}, \hat{\underline{\upsilon}}, \gamma=1)\right\}; \quad (17)$$

$$\hat{m}_{п_1} = \arg\max\left\{\hat{J}_п(\underline{X}/\rho_п, \hat{m}_{п_1}, \hat{\underline{\upsilon}}, \gamma=1)\right\}; \quad (18)$$

$$\hat{m}_{п_0} = \arg\max\left\{\hat{J}_п(\underline{X}/\rho_п, \hat{m}_{п_0}, \gamma=0)\right\}. \quad (19)$$

Отримані таким методом оцінки параметрів будемо називати оцінками "максимуму інформативності" (за аналогією з оцінками "максимальної правдоподібності").

Вирази (17–19) для оцінок параметрів з урахуванням (15) і (16) можуть бути представлені в еквівалентному виді:

$$\left\{\hat{\underline{\upsilon}}, \hat{m}_{п_1}\right\} = \arg\min\left\{\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_1} - \underline{S}(\hat{\upsilon})\right)^{т}\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_1} - \underline{S}(\hat{\upsilon})\right)\right\}; \quad (20)$$

$$\hat{m}_{п_0} = \arg\min\left\{\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_0}\right)^{т}\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_0}\right)\right\}. \quad (21)$$

Не важко помітити, що введений нами принцип "максимуму інформативності" встановлює, що відшукування оцінок невідомих параметрів сигнальної і завадової складових треба здійснювати за методом найменших квадратів, який не потребує, як відомо, знання функції правдоподібності.

Зробимо ще один крок у напрямку розвитку результатів [2–3] на розглянутий нами випадок синтезу непараметричного вирішального правила виявлення квазідетермінованого сигналу $S(\underline{\upsilon})$ з невідомими параметрами ($\underline{\upsilon}$) на фоні випадкових завад з довільним невідомим законом розподілу й відсутності апріорної інформації про середнє $m_п$ та дисперсію $D_п$ завади. Уведемо в розгляд узагальнену (оцінну) інформаційну статистику $y(\underline{X}/\hat{\underline{\upsilon}}, \hat{m}_{п_1}, \hat{m}_{п_0})$ як відношення умовних по гіпотезах мір $\hat{J}_{п_1}(\underline{X})$ й $\hat{J}_{п_0}(\underline{X})$, що визначаються співвідношеннями (16) і (15), у яких замість невідомих параметрів сигнальної і завадової складових підставлені їхні оцінки "максимуму інформативності", що визначаються співвідношеннями (17–21):

$$y(\underline{X}/\hat{\underline{\upsilon}}, \hat{m}_{п_1}, \hat{m}_{п_0}) = \frac{\max\limits_{\hat{\underline{\upsilon}}, \hat{m}_{п_1}}\left\{\hat{J}_п(\underline{X}/\rho, \hat{m}_{п_1}, \hat{\underline{\upsilon}}, \gamma=1)\right\}}{\max\limits_{\hat{m}_{п_0}}\left\{\hat{J}_п(\underline{X}/\rho, \hat{m}_{п_0}, \gamma=0)\right\}} = \frac{\min\limits_{\hat{m}_{п_0}}\left\{\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_0}\right)^{т}\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_0}\right)\right\}}{\min\limits_{\hat{\underline{\upsilon}}, \hat{m}_{п_1}}\left\{\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_1} - \underline{S}(\hat{\upsilon})\right)^{т}\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_1} - \underline{S}(\hat{\upsilon})\right)\right\}}. \quad (22)$$

Формування статистики $y(\underline{X}/\hat{\underline{\upsilon}}, \hat{m}_{п_1}, \hat{m}_{п_0})$, обумовленої співвідношенням (22), по суті являє собою 2-х етапну процедуру обробки прийнятої реалізації вектора спостережень ($\underline{X}$). На першому етапі визначаються умовні по гіпотезах оцінки невідомих параметрів завадової і сигнальної складової відповідно до принципу "максимуму інформативності" (співвідношення (20–21)). На другому етапі ці оцінки підставляються в чисельник і знаменник правої частини виразу (22). При цьому з урахуванням (13–14) неважко помітити, що чисельник і знаменник правої частини виразу (22) з точністю до множника, що визначається об'ємом вибірки (N), є, відповідно, умовними по гіпотезах непараметричними оцінками дисперсії завади:

$$\hat{D}_{п_0}(\underline{X}/\hat{m}_{п_0}) = \frac{1}{N}\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_0}\right)^{т}\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_0}\right); \quad (23)$$

$$\hat{D}_{п_1}(\underline{X}/\underline{\upsilon}, \hat{m}_{п_1}) = \frac{1}{N}\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_1} - \underline{S}(\hat{\upsilon})\right)^{т}\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_1} - \underline{S}(\hat{\upsilon})\right). \quad (24)$$

З урахуванням цього вираз для узагальненої статистики відношення інформативності прийме вид:

$$y(\underline{X}/\hat{\underline{\upsilon}}, \hat{m}_{п_1}, \hat{m}_{п_0}) = \frac{\hat{D}_{п_0}(\underline{X}/\hat{m}_{п_0})}{\hat{D}_{п_1}(\underline{X}/\hat{\underline{\upsilon}}, \hat{m}_{п_1})} = \frac{\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_0}\right)^{т}\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_0}\right)}{\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_1} - \underline{S}(\hat{\upsilon})\right)^{т}\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{п_1} - \underline{S}(\hat{\upsilon})\right)}. \quad (25)$$

Для подальшої деталізації двухфункціональної процедури прийняття рішення про виявлення квазідетермінованого сигналу $S(\underline{\upsilon})$ з невідомими параметрами при відсутності апріорних відомостей як про закон розподілу завадової складової, так і її числові характеристики (середнє і дисперсію) необхідно більш конкретно описати модель сигнальної складової.

Найбільш простою моделлю очікуваного сигналу $S(\underline{\upsilon}, t)$ може бути модель з флуктуаціями по амплітуді (b) сигналу, структура (вид) якого $S_0(t)$ відома [1; 4]. За такою моделлю вектор параметрів ($\underline{\upsilon}$) містить тільки невідомий амплітудний множник b>0. При цьому, модель сигнальної складової може бути представлена у вигляді $S(\underline{\upsilon}, t) = b \cdot S_0(t)$.

З урахуванням дискретизації за часом вектор сигнальної складової $\underline{S}(\underline{\upsilon})$ прийме вид:

$$\underline{S}(\underline{\upsilon}) = b \cdot \underline{S}_0 , \qquad (26)$$

де $\underline{S}_0^{\mathrm{T}} = \left\| S_0(t_1) \ldots S_0(t_i) \ldots S_0(t_N) \right\|$.

При цьому $\underline{S}_0^{\mathrm{T}} \cdot \underline{S}_0 = E_0$ – енергія відомого еталонного (нормованого по амплітуді) сигналу.

Більш складною є ситуація, коли і структура еталонного сигналу $S_0(t)$, а звідси і вектор $\underline{S}_0$ відомі лише з точністю до деяких параметрів ($\underline{\upsilon}_0$).

Без істотних втрат спільності будемо вважати, що модель сигналу $\underline{S}_0(\underline{\upsilon}_0)$ задана у вигляді розкладання в системі базисних функцій $\phi_k(t)$:

$$\underline{S}_0(\underline{\upsilon}_0) = \underline{F} \cdot \underline{\upsilon}_0 , \qquad (27)$$

де $\underline{F} = \left\| \underline{F}_0 \; \underline{F}_1 \ldots \underline{F}_k \ldots \underline{F}_m \right\|$;

$\underline{F}_k^{\mathrm{T}} = \left\| \phi_{k_1} \; \phi_{k_2} \ldots \phi_{k_i} \ldots \phi_{k_N} \right\|$;

$\phi_{k_i} = \phi_k(t_i)$ – діскретизовані за часом відомі базисні функції;

$\underline{\upsilon}_0^{\mathrm{T}} = \left\| \upsilon_{00} \; \upsilon_{01} \ldots \upsilon_{0k} \ldots \upsilon_{0m} \right\|$ – вектор невідомих параметрів моделі еталонного сигналу.

З урахуванням цього повна модель сигналу $\underline{S}(\underline{\upsilon})$ прийме вид:

$$\underline{S}(\underline{\upsilon}) = b \cdot \underline{S}_0(\underline{\upsilon}_0) = b \cdot \underline{F} \cdot \underline{\upsilon}_0 = \underline{F} \cdot \underline{\upsilon} , \qquad (28)$$

де $\underline{\upsilon}^{\mathrm{T}} = b \cdot \underline{\upsilon}_0^{\mathrm{T}} = \left\| \upsilon_0 \; \upsilon_1 \ldots \upsilon_k \ldots \upsilon_m \right\|$;

$\upsilon_k = b \cdot \upsilon_{0k}$.

У запису узагальненої моделі сигнальної складової (28) амплітудний множник (b) врахований у векторі параметрів ($\underline{\upsilon}$). Зручно використати ортогональний базис для представлення моделі сигнальної складової, наприклад, ортогональний базис поліномів Чебишева [5]. У цьому випадку базисними функціями розкладання $\phi_k(t)$ є поліноми ступеня (k), що мають властивість ортогональності:

$$\sum_{i=1}^{N} \phi_k(t_i) \cdot \phi_s(t_i) = 0 , \text{ при } k \neq s . \qquad (29)$$

При цьому $\phi_0(t_i) \equiv 1$, а відповідно:

$$\underline{F}_0^{\mathrm{T}} = \left\| \phi_0(t_1) \ldots \phi_0(t_i) \ldots \phi_0(t_N) \right\| = \underline{\exists}^{\mathrm{T}} .$$

Варто зазначити, що все сказане із приводу ортогонального базису Чебишева повністю стосується й інших ортогональних базисів. Доцільно також прийняти звичайне для радіолокаційних сигналів припущення про відсутність в сигналі постійної складової. Це означає, що в моделі сигналу (27–28) можуть бути виключені вектор стовпець ($\underline{F}_0$) і параметр υ_0. З урахуванням цього матриця базисних функцій ($\underline{F}$) і вектор невідомих параметрів сигналу ($\underline{\upsilon}$) відповідно будуть мати вигляд:

$$\underline{F} = \left\| \underline{F}_1 \; \underline{F}_2 \ldots \underline{F}_k \ldots \underline{F}_m \right\| ; \qquad (30)$$

$$\underline{\upsilon}^{\mathrm{T}} = \left\| \upsilon_1 \; \upsilon_2 \ldots \upsilon_k \ldots \upsilon_m \right\| . \qquad (31)$$

Після зроблених уточнень щодо можливих моделей сигнальної складової вектора спостережень легко можуть бути отримані вирази для оцінок "максимуму інформативності" невідомих параметрів.

Так використовуючи співвідношення (20–21) одержуємо вирази для шуканих оцінок параметрів для прийнятої моделі сигналу (28) з урахуванням (30) і (31) у вигляді:

$$\underline{\hat{\upsilon}} = \left(\underline{F}^{\mathrm{T}} \cdot \underline{F} \right)^{-1} \cdot \underline{F}^{\mathrm{T}} \cdot \underline{X} ; \qquad (32)$$

$$\hat{m}_{\text{п}_1} = \left(\underline{\exists}^{\mathrm{T}} \cdot \underline{\exists} \right)^{-1} \cdot \underline{\exists}^{\mathrm{T}} \cdot \underline{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i ; \qquad (33)$$

$$\hat{m}_{\text{п}_0} = \hat{m}_{\text{п}_1} = \hat{m}_{\text{п}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i . \qquad (34)$$

З урахуванням цих співвідношень можуть бути конкретизовані співвідношення (23) і (24) у вигляді:

$$\hat{D}_{\text{п}_0}(\underline{X} / \hat{m}_{\text{п}_0}) = \hat{D}_{\text{п}_0}(\underline{X} / \hat{m}_{\text{п}}) = = \frac{1}{N} \left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{\text{п}} \right)^{\mathrm{T}} \left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{\text{п}} \right) ; \qquad (35)$$

$$\hat{D}_{\text{п}_1}(\underline{X} / \underline{\hat{\upsilon}}, \hat{m}_{\text{п}}) = = \frac{1}{N} \left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{\text{п}} - \underline{F} \cdot \underline{\hat{\upsilon}} \right)^{\mathrm{T}} \left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{\text{п}} - \underline{F} \cdot \underline{\hat{\upsilon}} \right) . \qquad (36)$$

Відповідно вираз для узагальненої (оцінної) статистики відношення інформативності $y(\underline{X} / \underline{\hat{\upsilon}}, \hat{m}_{\text{п}_1}, \hat{m}_{\text{п}_0})$ прийме вид:

$$y(\underline{X} / \underline{\hat{\upsilon}}, \hat{m}_{\text{п}_1}, \hat{m}_{\text{п}_0}) = y(\underline{X} / \underline{\hat{\upsilon}}, \hat{m}_{\text{п}}) = = \frac{\left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{\text{п}} \right)^{\mathrm{T}} \cdot \left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{\text{п}} \right)}{\left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{\text{п}} - \underline{F} \cdot \underline{\hat{\upsilon}} \right)^{\mathrm{T}} \cdot \left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{\text{п}} - \underline{F} \cdot \underline{\hat{\upsilon}} \right)} = \qquad (37)$$

$$= \frac{\overset{\circ}{\underline{X}}{}^{\mathrm{T}} \cdot \overset{\circ}{\underline{X}}}{(\overset{\circ}{\underline{X}} - \underline{F} \cdot \underline{\hat{\upsilon}})^{\mathrm{T}} \cdot (\overset{\circ}{\underline{X}} - \underline{F} \cdot \underline{\hat{\upsilon}})} ,$$

де $\overset{\circ}{\underline{X}} = \underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{п}$ – вектор центрованої складової завади.

З урахуванням наших припущень про модель сигналу не важко переконатися, що оцінка параметрів сигнальної складової ($\hat{\underline{\upsilon}}$) може бути приведена до виду:

$$\hat{\underline{\upsilon}} = \left(\underline{F}^{т} \cdot \underline{F}\right)^{-1} \cdot \underline{F}^{т} \cdot \overset{\circ}{\underline{X}} = \left(\underline{F}^{т} \cdot \underline{F}\right)^{-1} \cdot \underline{F}^{т} \cdot \underline{X}. \quad (38)$$

Тут враховано, що $\underline{F}^{т} \cdot \underline{\exists} \equiv \underline{0}$, де $\underline{0}^{т} = \|0 \ldots 0 \ldots 0\|$.

Завершальною операцією правила прийняття рішення про наявність сигналу на фоні завади з невідомим законом розподілу, синтез якого ми провели на основі інформаційного підходу, є традиційне порівняння отриманої статистики (37) з порогом виявлення:

$$y(\underline{X}/\hat{\underline{\upsilon}}, \hat{m}_{п}) = \frac{\hat{D}_{п_0}(\underline{X}/\hat{m}_{п})}{\hat{D}_{п_1}(\underline{X}/\hat{\underline{\upsilon}}, \hat{m}_{п})} = \frac{\overset{\circ}{\underline{X}}{}^{т} \cdot \overset{\circ}{\underline{X}}}{(\overset{\circ}{\underline{X}} - \underline{F} \cdot \hat{\underline{\upsilon}})^{т} \cdot (\overset{\circ}{\underline{X}} - \underline{F} \cdot \hat{\underline{\upsilon}})} > П. \quad (39)$$

Приведемо без детальних пояснень вираз узагальненої (оцінної) статистики відношення інформативності $y(\underline{X}/\hat{b}, \hat{m}_{п})$ для спрощеної моделі сигналу, що визначається виразом (26), зберігши припущення про відсутність постійної складової в сигналі, що виявляється:

$$y(\underline{X}/\hat{b}, \hat{m}_{п}) = \frac{\hat{D}_{п_0}(\underline{X}/\hat{m}_{п})}{\hat{D}_{п_1}(\underline{X}/\hat{b}, \hat{m}_{п})} = \frac{\overset{\circ}{\underline{X}}{}^{т} \cdot \overset{\circ}{\underline{X}}}{(\overset{\circ}{\underline{X}} - \hat{b} \cdot \underline{S}_0)^{т} \cdot (\overset{\circ}{\underline{X}} - \hat{b} \cdot \underline{S}_0)} > П, \quad (40)$$

де, як і раніше, $\overset{\circ}{\underline{X}} = \underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{п}$;

$$\hat{m}_{п} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i;$$

$\hat{b} = \dfrac{\underline{S}_0^{т} \cdot \overset{\circ}{\underline{X}}}{E_0}$ – оцінка невідомої амплітуди сигналу;

$E_0 = \underline{S}_0^{т} \cdot \underline{S}_0$ – енергія нормованого (еталонного) сигналу.

Вираз для статистики $y(\underline{X}/\hat{b}, \hat{m}_{п})$ може бути перетворений до еквівалентного виду:

$$y(\underline{X}/\hat{b}, \hat{m}_{п}) = \frac{\overset{\circ}{\underline{X}}{}^{т} \cdot \overset{\circ}{\underline{X}}}{\overset{\circ}{\underline{X}}{}^{т} \cdot \overset{\circ}{\underline{X}} - \hat{b}^2 \cdot E_0} > П. \quad (41)$$

Таким чином, ми з урахуванням [3] у першому наближенні одержали методику синтезу непараметричних вирішальних правил виявлення сигналів на фоні адитивних завад з апріорі невідомим законом розподілу (функцією правдоподібності) вектора спостережень. При цьому розглянуті особливості синтезу непараметричних вирішальних правил при досить загальних апріорних відомостях про моделі сигналів, що виявляються.

Разом з тим неминучий для розглянутої нами ситуації непараметричної апріорної невизначеності елемент "евристики" у виборі вирішальної статистики не дає можливості говорити про те, що нам вдалося обґрунтувати строгу теорію синтезу непараметричних вирішальних правил. Фактично синтез такого типу вирішальних правил це більш "мистецтво", чим звичайна технічна робота з готових рецептів, і, як правило, зводиться до "угадування" структури рішення [1]. Одним з вагомих доводів на користь уведених нами статистик "відношення інформативності" і методу знаходження невідомих параметрів за принципом "максимуму інформативності" може бути доказ їхньої збіжності до оптимальних правил (алгоритмів) виявлення і оцінювання параметрів сигналів, які отримуються на основі відомих методів синтезу при заданих з точністю до деяких параметрів законах розподілу завад. Зокрема, в [3] уже відзначалося, що для найпростішої детермінованої моделі сигналу статистика "відношення інформативності" в умовах, коли завада ґауссова з апріорі невідомою дисперсією повністю еквівалента оптимальній для цих умов [2] статистиці "відношення правдоподібності".

Покажемо, що й для більш широкого, ніж ґауссовий клас завад і більш складних моделей сигналу, зберігається властивість еквівалентності уведених нами інформаційних статистик і методів оцінки параметрів відомим й оптимізованим для цих умов параметричним статистикам і правилам прийняття рішень.

Розглянемо клас завад, функція правдоподібності яких може бути задана поліґауссовою моделлю, що дозволяє описати досить широкий клас неґауссових розподілів завади [6].

Нехай функція правдоподібності завадової складової вектора спостережень представлена поліґауссовою моделлю і відома з точністю до значень математичних очікувань (m_l) і дисперсій (D_l) ґауссових складових моделі:

$$W_{п}(\underline{X}/\underline{M}, \underline{D}) = \sum_{l=1}^{L} P_l \cdot N_l(\underline{X}/m_l, D_l), \quad (42)$$

де:

$$N_l(\underline{X}/m_l, D_l) = C_l \cdot \exp\left(-\frac{1}{2D_l}\left[\underline{X} - \underline{\exists} \cdot m_l\right]^{т} \cdot \left[\underline{X} - \underline{\exists} \cdot m_l\right]\right); \quad (43)$$

$$\underline{D}^{т} = \|D_1\ D_2\ \ldots\ D_l\ \ldots\ D_L\|;$$

$$\underline{M}^{T} = \| m_1\ m_2\ \ldots\ m_l\ \ldots\ m_L \|;$$

$$0 < P_l \le 1;\ \sum_{l=1}^{L} P_l = 1;\ C_l = (2\pi D_l)^{-\frac{N}{2}}.$$

Відповідно функція правдоподібності для адитивної суміші завадової і сигнальної складових буде мати вигляд:

$$W_{сп}(\underline{X}/\underline{M},\underline{D},\underline{\upsilon}) = \\ = \sum_{l=1}^{L} P_l \cdot C_l \cdot \exp\left(-\frac{1}{2D_l} \left[\underline{X} - \underline{\exists} \cdot m_l - \underline{S}(\underline{\upsilon}) \right]^{T} \cdot \left[\underline{X} - \underline{\exists} \cdot m_l - \underline{S}(\underline{\upsilon}) \right] \right). \quad (44)$$

Тут $\underline{S}(\underline{\upsilon})$ вектор сигнальної складової спостережень, відомий з точністю до вектора параметрів $(\underline{\upsilon})$. Варто врахувати, що функції правдоподібності (42; 44) при L=1 описують ґауссовий (нормальний) закон розподілу завад.

Подальший розгляд проведемо зберігши усі раніше прийняті припущення щодо моделі сигнальної складової, що дасть можливість зіставлення результатів синтезу з раніше отриманими нами непараметричними алгоритмами прийняття рішень.

Дотримуючись класичного підходу до подолання параметричної апріорної невизначеності [1–2; 7], що вимагає використання замість невідомих параметрів їхніх оцінок максимальної правдоподібності одержимо з урахуванням (42–44) узагальнене (оцінне) відношення правдоподібності у вигляді:

$$y(\underline{X}/\hat{\underline{\upsilon}},\hat{\underline{D}}_1,\hat{\underline{D}}_0,\hat{\underline{M}}_1,\hat{\underline{M}}_0) = \\ = \frac{\max\limits_{(\hat{\underline{\upsilon}},\hat{\underline{D}}_1,\hat{\underline{M}}_1)} \left\{ W_{сп}(\underline{X}/\hat{\underline{D}}_1,\hat{\underline{M}}_1,\hat{\underline{\upsilon}}) \right\}}{\max\limits_{(\hat{\underline{D}}_0,\hat{\underline{M}}_0)} \left\{ W_{п}(\underline{X}/\hat{\underline{D}}_0,\hat{\underline{M}}_0) \right\}}, \quad (45)$$

де $\hat{\underline{D}}_1,\hat{\underline{D}}_0,\hat{\underline{M}}_1,\hat{\underline{M}}_0$, $\hat{\underline{\upsilon}}$ – відповідно оцінки максимальної правдоподібності невідомих параметрів завадової і сигнальної складових при альтернативних гіпотезах щодо наявності сигналу в складі вектора спостережень ($\underline{X}$). Як відомо, ці оцінки можуть бути отримані з рішення відповідних систем рівнянь правдоподібності.

По гіпотезі H0 (тобто $\gamma = 0$):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \left[W_{п}(\underline{X}/\underline{D},\underline{M}) \right]}{\partial D_l} = 0; \\ \dfrac{\partial \left[W_{п}(\underline{X}/\underline{D},\underline{M}) \right]}{\partial m_l} = 0. \end{cases} \quad (46)$$

По гіпотезі H1 (тобто $\gamma = 1$):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \left[W_{сп}(\underline{X}/\underline{D},\underline{M},\underline{\upsilon}) \right]}{\partial D_l} = 0; \\ \dfrac{\partial \left[W_{сп}(\underline{X}/\underline{D},\underline{M},\underline{\upsilon}) \right]}{\partial m_l} = 0; \\ \dfrac{\partial \left[W_{сп}(\underline{X}/\underline{D},\underline{M},\underline{\upsilon}) \right]}{\partial \underline{\upsilon}} = 0. \end{cases} \quad (47)$$

Тут з урахуванням прийнятих моделей сигналу й завади відповідні по гіпотезах функції правдоподібності спостережень мають вигляд:

$$W_{п}(\underline{X}/\underline{D},\underline{M}) = \\ = \sum_{l=1}^{L} P_l \cdot C_l \cdot \exp\left(-\frac{1}{2D_l} \left[\underline{X} - \underline{\exists} \cdot m_l \right]^{T} \cdot \left[\underline{X} - \underline{\exists} \cdot m_l \right] \right); \quad (48)$$

$$W_{сп}(\underline{X}/\underline{D},\underline{M},\underline{\upsilon}) = \\ = \sum_{l=1}^{L} P_l \cdot C_l \cdot \quad (49) \\ \cdot \exp\left(-\frac{1}{2D_l} \left[\underline{X} - \underline{\exists} \cdot m_l - \underline{F} \cdot \underline{\upsilon} \right]^{T} \cdot \left[\underline{X} - \underline{\exists} \cdot m_l - \underline{F} \cdot \underline{\upsilon} \right] \right).$$

З рішення системи рівнянь (46) одержуємо оцінки параметрів завади $\hat{D}_{0_l}, \hat{m}_{0_l}$ в припущенні відсутності в складі вектора спостережень сигнальної складової (тобто $\gamma = 0$). Відповідно рішення системи рівнянь (47) дозволяє одержати оцінки параметрів завади ($\hat{D}_{1_l}, \hat{m}_{1_l}$) і параметрів сигналу ($\hat{\underline{\upsilon}}$) у припущенні, що вектор спостережень містить сигнальну складову (тобто $\gamma = 1$). Опускаючи проміжні перетворення приведемо кінцеві вирази для обчислення відповідних умовних оцінок максимальної правдоподібності невідомих параметрів завадової і сигнальної складових:

$$\left.\begin{aligned} \hat{D}_{0_l} &= \frac{1}{N} \left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{0_l} \right)^{T} \cdot \left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{0_l} \right) = \hat{D}_{п_0}, \\ \hat{m}_{0_l} &= \frac{1}{N} \underline{\exists}^{T} \cdot \underline{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i = \hat{m}_0 = \hat{m}_{п}; \end{aligned}\right\} \quad (50)$$

$$\left.\begin{aligned} \hat{D}_{1_l} &= \frac{1}{N} \left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{1_l} - \underline{F} \cdot \hat{\underline{\upsilon}} \right)^{T} \cdot \left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot m_{0_l} - \underline{F} \cdot \hat{\underline{\upsilon}} \right) = \hat{D}_{п_1}; \\ \hat{m}_{1_l} &= \frac{1}{N} \underline{\exists}^{T} \cdot \underline{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i = \hat{m}_1 = \hat{m}_{п}; \\ \hat{\underline{\upsilon}} &= \left(\underline{F}^{T} \cdot F \right)^{-1} \cdot \underline{F}^{T} \cdot \underline{X}. \end{aligned}\right\} \quad (51)$$

Підставляючи вирази для оцінок невідомих параметрів (50) і (51) в (45) з урахуванням (48) і (49) одержимо вираз для оцінного (узагальненого) відношення правдоподібності у вигляді:

$$y(\underline{X}/\hat{\underline{\upsilon}},\hat{D}_{п_1},\hat{D}_{п_0},\hat{m}_{п}) = \frac{\sum_{l=1}^{L} P_l \cdot \left(\hat{D}_{п_1} \right)^{-\frac{N}{2}}}{\sum_{l=1}^{L} P_l \cdot \left(\hat{D}_{п_0} \right)^{-\frac{N}{2}}} = \\ = \left\{ \frac{\left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{п} \right)^{T} \cdot \left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{п} \right)}{\left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{п} - \underline{F} \cdot \hat{\underline{\upsilon}} \right)^{T} \cdot \left(\underline{X} - \underline{\exists} \cdot \hat{m}_{п} - \underline{F} \cdot \hat{\underline{\upsilon}} \right)} \right\}^{\frac{N}{2}}. \quad (52)$$

Показник ступеня $\left(\frac{N}{2} \right)$ може бути опущений при одержанні вирішального правила і врахований при виборі порога (П). З урахуванням цього можна записати кінцевий вираз для синтезованого параметричного вирішального правила:

$$y_{\text{мп}}(\underline{X}) = \frac{\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{\text{п}}\right)^{\text{т}}\cdot\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{\text{п}}\right)}{\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{\text{п}} - \underline{F}\cdot\hat{\underline{\upsilon}}\right)^{\text{т}}\cdot\left(\underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{\text{п}} - \underline{F}\cdot\hat{\underline{\upsilon}}\right)} = \frac{\overset{\circ}{\underline{X}}{}^{\text{т}}\cdot\overset{\circ}{\underline{X}}}{(\overset{\circ}{\underline{X}} - \underline{F}\cdot\hat{\underline{\upsilon}})^{\text{т}}\cdot(\overset{\circ}{\underline{X}} - \underline{F}\cdot\hat{\underline{\upsilon}})} > \Pi, \quad (53)$$

де (як і раніше) $\overset{\circ}{\underline{X}} = \underline{X} - \underline{\exists}\cdot\hat{m}_{\text{п}}$, а індекс ($_{\text{мп}}$) підкреслює, що ця статистика отримана на основі традиційного для умов параметричної апріорної невизначеності методу максимальної правдоподібності спостережень.

Зіставляючи співвідношення (39), що визначає непараметричне правило прийняття рішень на основі уведеної нами статистики "відношення інформативності" і методу одержання оцінок невідомих параметрів за принципом "максимуму інформативності" зі співвідношенням (53), що визначає оптимальне за критерієм максимальної правдоподібності вирішальне правило виявлення сигналу на фоні поліґауссової завади дійдемо висновку про їхню повну еквівалентність. Більш того, оцінки невідомих параметрів сигнальної й завадової складових (32–36), отримані по запропонованому нами принципу "максимуму інформативності", не потребуючого знання виду функції правдоподібності спостережень, повністю збігаються із класичними оцінками максимальної правдоподібності цих параметрів (50–51), отриманих у припущенні, що вид функції правдоподібності спостережень відомий і представлений класом поліґауссових моделей.

Безумовно, що все сказане відноситься й до більш вузького класу ґауссових завад оскільки, як ми вже відзначали, поліґауссові моделі завад включають як окремий випадок і строго ґауссові розподіли.

Таким чином, розвинуті нами на основі інформаційного підходу методи синтезу непараметричних вирішальних правил для досить широкого класу завад, щільності розподілу яких представлені поліґауссовими моделями, сходяться до оптимальних для цих завад алгоритмам виявлення сигналів і до добре відомих класичних методів оцінювання параметрів за принципом "максимальної правдоподібності".

Відзначимо ще одну властивість інформаційних статистик й одержуваних на їхній основі непараметричних вирішальних правил. Не важко помітити, що чисельник і знаменник для узагальненої (оцінної) статистики відношення інформативності (37) являють собою умовні по гіпотезах про наявність сигнальної складової оцінки енергії прийнятої реалізації центрованого вектора спостережень ($\overset{\circ}{\underline{X}}$), або вектора спостережень $\underline{X}$ – якщо завада центрована.

Дійсно, якщо, наприклад, вірна гіпотеза H1 (тобто $\gamma = 1$) про наявність у складі вектора спостережень ($\underline{X}$) сигнальної складової, то в припущенні, що завада центрована з точністю до оцінок невідомих параметрів сигналу $\hat{\underline{\upsilon}}$ будемо мати:

$\hat{E}_{\text{сп}} = \sum_{i=1}^{N} x_i^2$ – у чисельнику оцінка енергії суміші завади і сигнальної складової вектора спостережень;

$\hat{E}_{\text{п}} = \sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \hat{S}_i\right)^2$ – у знаменнику оцінка енергії складової завади, де:

$\hat{S}_i = \sum_{k=1}^{m} \phi_k(t_i)\cdot\hat{\upsilon}_k$ – оцінка сигнальної складової спостережень у момент (t_i).

З урахуванням цього інформаційну статистику (37) і отримане на її основі вирішальне правило (39) цілком можна було б назвати відповідно "енергетичною статистикою" й "енергетичним алгоритмом прийняття рішення".

Сказане повною мірою відноситься й до інформаційних статистик, розглянутих раніше в [3].

У цьому зв'язку не можна залишити без уваги результати опублікованих раніше робіт [8–9], у яких розглядалися подібні "енергетичні" статистики і одержувані на їхній основі алгоритми виявлення і оцінювання параметрів сигналів.

Як показано в [3] і дійсній статті, непараметричні "енергетичні" статистики і вирішальні правила типу (37; 39) для деяких видів завад (ґауссових і поліґауссових) дозволяють забезпечувати показники якості виявлення сигналів (у сенсі ймовірностей хибної тривоги й пропуску цілей) і точність оцінювання параметрів на такому ж рівні як і оптимальні параметричні алгоритми виявлення і оцінювання. У цілому більшість конкретних результатів [8–9] та супутніх їм робіт можуть бути обґрунтовані з позицій запропонованого нами інформаційного підходу. Але внаслідок того, що в [8–9] "енергетичні" та загальновідомі алгоритми порівнювалися в нерівних умовах, у наступних роботах доцільно оцінити ефективність таких алгоритмів з точки зору підходу, запропонованому в даній роботі.

Висновки

Наведені в даній статті результати узагальнюють і розгортають ідеї інформаційного підходу [3] до синтезу вирішальних правил виявлення й оцінювання параметрів сигналів на фоні адитивних завад з невідомим законом розподілу (непараметрична апріорна невизначеність). Базовими теоретичними передумовами при цьому є уведені нами нові поняття: "статистика відношення інформативності спостережень"; метод оцінювання невідомих параметрів сигнальної і завадової складових по "принципу максимуму інформативності спостережень"; "узагальнене (оцінне) відношення інформативності спостережень", у якому невідомі параметри сигнальної й завадової складових заміняються їх "оцінками максимуму інформативності". Незважаючи на неминучі при синтезі непараметричних вирішальних правил елементи "евристики" й "інтуїтивності" [2], вдалося довести, що уведені нами поняття інформаційних статистик і засновані на цьому алгоритми виявлення й оцінювання параметрів сигналів для класу ґауссових і досить широкого класу неґауссових завад, щільність розподілу яких може бути представлена поліґаусовими моделями, повністю еквівалентні оптимальним за критерієм максимальної правдоподібності параметричним алгоритмам виявлення й оцінювання параметрів квазідетермінованих сигналів при апріорі невідомій потужності (дисперсії) завад.

Показано, що добре відомий "метод найменших квадратів" [2; 10], що не вимагає для своєї реалізації знання виду функції правдоподібності спостережень, повністю відповідає методу відшукання оцінок по "принципу максимуму інформативності".

Поряд із цим вимагають подальшого розгляду питання реалізації принципів "навчання" й "адаптації" до завадової обстановки непараметричних алгоритмів виявлення-оцінювання, що отримуються на основі запропонованих нами інформаційних статистик. Потрібне узагальнення отриманих результатів на виявлення й розпізнавання шумоподібних сигналів на фоні завад з невідомими законами розподілу.

Проте, викладені в [3] і у даній статті результати дають цілісне уявлення про запропонований авторами інформаційний підхід до синтезу непараметричних вирішальних правил оцінювання дискретних (задача виявлення) і безперервних (задача оцінювання) параметрів сигнальної й завадової складових спостережень.

Список літератури

1. Репин В.Г. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем / В.Г. Репин, Г.П. Тартаковский. – М.: Советское радио, 1977. – 432 с.

2. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. – М.: Советское радио, 1968. – 504 с.

3. Інформаційні статистики і їх застосування у задачах синтезу вирішальних правил виявлення сигналу на фоні завад в умовах непараметричної апріорної невизначеності / В.П. Деденок, Д.В. Карлов, Г.В. Пєвцов, Ю.В. Рєзніков // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. – 2016. – Вип. 4(25). – С. 60-66.

4. Ширман Я.Д. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник / Я.Д. Ширман. – М.: Радиотехника, 2007. – 512 с.

5. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 832 с.

6. Чабдаров М. Основы статистической теории радиосвязи. Полигауссовы модели и методы / М. Чабдаров, Н.З. Сафиулин, А.Ю. Феоктистов. – Казань: КАИ, 1983. – 87 с.

7. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения / М. Де Гроот. – М.: Мир, 1974. – 492 с.

8. Певцов Г.В. Развитие теории обнаружения радиосигналов. Основы энергетического обнаружения / Г.В. Певцов, А.Я. Яцуценко, Д.В. Карлов, М.Ф. Пичугин, Ю.В. Трофименко, О.Ю. Чернявский, М.В. Борцова // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2013. – Вип. 8(115). – С. 84-94.

9. Певцов Г.В. Развитие теории оценивания параметров радиосигналов. Основы энергетического оценивания / Г.В. Певцов, А.Я. Яцуценко, Д.В. Карлов, М.Ф. Пичугин, Ю.В. Трофименко, О.Ю. Чернявский, М.В. Борцова // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2013. – Вип. 9(116). – С. 64-77.

10. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений / Ю.В. Линник. – М.: Гос.изд-во физ.-мат. лит., 1962. – 349 с.

11. Вудворд Ф.М. Теория вероятностей и теория информации с применением радиолокации / Ф.М. Вудворд. – М.: Сов. радио, 1955. – 128 с.

12. Кульбак С. Теория информации и статистика / С. Кульбак; пер. с англ. под ред. А.Н.Колмогорова. – М.: Наука, 1967. – 408 с.

13. Pievtsov H.V. Synthesis of algorithms for multialternative recognition of patterns set by complex standard descriptions, given a class of unknown objects / H.V. Pievtsov, D.A. Kolisnichenko // Radioelectronics and Communications Systems. – No. 12. – P. 19-22.

References

1. Repin, V.G. and Tartakovskiy, G.P. (1977), *"Statisticheskiy sintez pri apriornoy neopredelennosti i adaptatsiya informatsionnyih sistem"* [*Statistical synthesis with a priori uncertainty and adaptation of information systems]*, Sovetskoe radio, Moscow, 432 p.

2. Levin, B.R. (1968), "*Teoreticheskie osnovyi statisticheskoy radiotehniki*" [*Theoretical foundations of statistical radioengineering*], Sovetskoe radio, Moscow, 504 p.

3. Dedenok, V.P., Karlov, D.V., Pevtsov, G.V. and Reznikov ,Yu.V. (2016), "Informatsiyni statistiki i ih zastosuvannya u zadachah sintezu virishalnih pravil viyavlennya signalu na foni zavad v umovah neparametrichnoyi apriornoyi neviznachnosti" [Information statistics and their application in problems of synthesis of decisive rules of detection of a signal against a background of interferences in conditions of nonparametric a priori uncertainty], *Science and Technology of the Air Force of Ukraine*, No. 4(25), pp. 60-66.

4. Shirman, Ya.D. (2007), "*Radioelektronnyie sistemyi: Osnovyi postroeniya i teoriya. Spravochnik*" [*Radioelectronic Systems: Fundamentals of Construction and Theory. Directory*], Radiotehnika, Moscow, 512 p.

5. Korn, G. and Korn, T. (1974), "*Spravochnik po matematike dlya nauchnyih rabotnikov i inzhenerov*" [*Mathematical Reference for Scientists and Engineers*], Nauka, Moscow, 832 p.

6. Chabdarov, M.V., Safiulin, N.Z. and Feoktistov, A.Yu. (1983), "*Osnovyi statisticheskoy teorii radiosvyazi. Poligaussovyi modeli i metodyi*" [*Fundamentals of statistical theory of radiocommunication. Polygauss models and methods*], KAI, Kazan, 87 p.

7. De Groot, M. (1974), "*Optimalnyie statisticheskie resheniya*" [*Optimal statistical decisions*], Mir, Moscow, 492 p.

8. Pevtsov, G.V., Yatsutsenko, A.Ya., Karlov, D.V., Pichugin, M.F., Trofimenko, Yu.V., Chernyavskiy, O.Yu. and Bortsova, M.V. (2013), "Razvitie teorii obnaruzheniya radiosignalov. Osnovyi energeticheskogo obnaruzheniya" [Development of the theory of detecting radio signals. Basics of Energy Detection], *Information processing systems*, No. 8, pp. 84-94.

9. Pevtsov, G.V., Yatsutsenko, A.Ya., Karlov, D.V., Pichugin, M.F., Trofimenko, Yu.V., Chernyavskiy, O.Yu. and Bortsova, M.V. (2013), "Razvitie teorii otsenivaniya parametrov radiosignalov. Osnovyi energeticheskogo otsenivaniya" [Development of the theory of estimation of parameters of radio signals. Fundamentals of energy assessment], *Information processing systems*, No. 9, pp. 64-77.

10. Linnik, Yu.V. (1962), "*Metod naimenshih kvadratov i osnovyi matematiko-statisticheskoy teorii obrabotki nablyudeniy*" [*The method of least squares and the basis of the mathematical-statistical theory of observation processing*], Gos.izd-vo fiz.-mat. lit, Moscow, 349 p.

11. Vudvord, F.M. (1955), "*Teoriya veroyatnostey i teoriya informatsii s primeneniem radiolokatsii*" [*Theory of probabilities and information theory with the use of radar*], Sov. Radio, Moscow, 128 p.

12. Kulbak, S. (1967), "*Teoriya informatsii i statistika*" [*Theory of information and statistics*], Nauka, Moscow, 408 p.

13. Pevtsov, G.V. and Kolisnichenko, D.A. (2005), Synthesis of algorithms for multialternative recognition of patterns set by complex standard descriptions, given a class of unknown objects, *Radioelectronics and Communications Systems*, No. 12, pp. 19-22.

Надійшла до редколегії 01.08.2017
Схвалена до друку 19.10.2017

Відомості про авторів:

Деденок Віктор Петрович
доктор технічних наук професор
провідний науковий співробітник
Харківського національного університету
Повітряних Сил ім. І. Кожедуба,
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0003-0622-4665
e-mail: dedenok@ukr.net

Пєвцов Геннадій Володимирович
доктор технічних наук професор
заступник начальника Харківського національного
університету Повітряних Сил ім. І. Кожедуба
з наукової роботи,
Харків, Україна
https://orcid.org/000-0002-0426-6768
info@hups.mil.gov.ua

Карлов Дмитро Володимирович
доктор технічних наук старший науковий співробітник
начальник науково-дослідного відділу
Харківського національного університету
Повітряних Сил ім. І. Кожедуба,
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0002-3786-2160
e-mail: zeroua108@ukr.net

Information about the authors:

Dedenok Viktor
Doctor of Technical Science Professor
Leading Research of Ivan Kozhedub Kharkiv
National Air Force University,
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0003-0622-4665
e-mail: dedenok@ukr.net

Pievtsov Hennadii
Doctor of Technical Science Professor
Deputy Head of Ivan Kozhedub Kharkiv National
Air Force University in Science,
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0002-0426-6768
info@hups.mil.gov.ua

Karlov Dmitriy
Doctor of Technical Science Senior Research
Chief of Scientific Research Department
of Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University,
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0002-3786-2160
e-mail: zeroua108@ukr.net

Рєзніков Юрій Вячеславович
кандидат технічних наук старший науковий співробітник старший науковий співробітник
Харківського національного університету Повітряних Сил ім. І. Кожедуба,
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0002-5783-698X
e-mail: ura_reznikov@ukr.net

Reznikov Uriy
Candidate of Technical Sciences Senior Research Senior Research Associate
of Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University,
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0002-5783-698X
e-mail: ura_reznikov@ukr.net

Чернявський Олег Юрієвич
Начальник кафедри факультету військової підготовки Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0002-9388-4604
e-mail: k_tsd_fvp@ukr.net

Cherniavskiy Oleg
Chief of Department of a Faculty Of Military Preparation of National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0002-9388-4604
e-mail: k_tsd_fvp@ukr.net

ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННОГО ПОДХОДА К СИНТЕЗУ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ РЕШАЮЩИХ ПРАВИЛ ОБНАРУЖЕНИЯ И ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА НА ФОНЕ ПОМЕХ С НЕИЗВЕСТНЫМ ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

В.П. Деденок, Г.В. Певцов, Д.В. Карлов, Ю.В. Резников, О.Ю. Чернявський

Обобщены и развернуты идеи информационного подхода к синтезу решающих правил обнаружения и оценивания параметров сигналов на фоне аддитивных помех с неизвестным законом распределения. Введены новые базовые теоретические понятия и на их основе сформированы подходы к синтезу непараметрических решающих правил оценивания дискретных и непрерывных параметров наблюдений. Доказано, что предложенные алгоритмы обнаружения и оценивания параметров сигналов для класса гауссовых и широкого класса негауссовых помех, плотность распределения которых может быть представлена полигауссовыми моделями, полностью эквивалентны оптимальным по критерию максимальной правдоподобности параметрическим алгоритмам.

***Ключевые слова**: статистика отношения информативности наблюдений, принцип максимума информативности наблюдений, непараметрическая неопределенность, информационные меры, информационные статистики, ассимптотический оптимальный алгоритм обнаружения сигнала, оценка информации по Фишеру.*

DEVELOPMENT OF INFORMATIVE METHODS OF SYNTHESIS OF NON-PARAMETRIC DECISION RULES OF DETECTION AND ESTIMATION OF PARAMETERS OF SIGNAL ON A BACKGROUND RADIO INTERFERENCE WITH THE UNKNOWN LAW OF DISTRIBUTING

V. Dedenok, H. Pievtsov, D. Karlov, U. Reznikov, O. Chernyavskiy

Until now, there is no general methodology for synthesizing non-parametric decisive rules, which requires the search for new approaches to solving this problem and determines the relevance of such research. In real terms, it's necessary to take into account that the signals received in the background of interference, as a rule, have unknown parameters, some of which may be of interest to the consumer. In addition, noise is not necessarily centered noise with an unknown mean value. Therefore, the purpose of the article is to determine the possibilities and ways of applying the informational approach to the problems of synthesizing the decisive rules for detecting and evaluating signal parameters against the background of disturbances with an unknown distribution law. The article generalizes and deploys the ideas of the informational approach to the synthesis of decisive rules for detecting and evaluating signal parameters against the background of additive interferences with an unknown distribution law. New basic theoretical concepts are introduced and on the basis of them formed approaches to the synthesis of nonparametric decisive rules for evaluating discrete and continuous observation parameters. It is proved that the proposed algorithms for detecting and evaluating signal parameters for a Gaussian class and a wide class of non-Gaussian disturbances, whose distribution density can be represented by polygonal models, are completely equivalent to the optimal criterion for maximum probability for parametric algorithms for detecting and estimating quasitermined signal parameters at an a priori unknown power of interference.

***Keywords**: statistics of relation of informing of observations, principle of a maximum of informing of observations, non-parametric ambiguity, informative measures, informative statistics, asymptotic optimum algorithm of detection of signal, estimation of Fisher's information.*