УДК 626.4:681.3 DOI: 10.30748/zhups.2018.57.16

С.В. Герасимов[1], Д.В. Макарчук[2], О.І. Костенко[3]

[1] *Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків*
[2] *Кіровоградська льотна академія Національного авіаційного університету, Кропивницький*
[3] *Національна академія Національної гвардії України, Харків*

МОДЕЛЬ ПОХИБОК НАВІГАЦІЇ В АНОМАЛЬНОМУ ГРАВІТАЦІЙНОМУ ПОЛІ ЗЕМЛІ

Показано, що при вирішенні задачі навігації за допомогою інерційних навігаційних систем, що знаходяться під впливом гравітаційного поля Землі, невідома «аномальна» частина гравітаційного поля є джерелом похибок навігації. Тому при аналізі точності інерціальної навігації виникає потреба в одночасному врахуванні збурень, породжених як аномальним гравітаційним полем, так і інструментальними похибками чутливих елементів – гіроскопів, акселерометрів, описуваних, як правило, методами теорії випадкових процесів. Метою статті є розробка моделі похибок навігації в аномальному гравітаційному полі Землі.

При аналізі точності інерціальної навігації виникає потреба в одночасному врахуванні збурень, які породжуються як аномальним гравітаційним полем, так і інструментальними похибками чутливих елементів методами теорії випадкових процесів.

Отримані співвідношення щодо зв'язку між похибками інерціальної системи у виробленні координат і курсу об'єкта, з одного боку, і помилками побудови вертикалі та інерціального тригранника з іншого. Наведені рівняння похибок побудови вертикалі з урахуванням помилок горизонтування платформи з акселерометрами і інструментальних похибок акселерометрів.

Ключові слова: *гравітаційне поле Землі, модель, похибки навігації, гіроскопи, акселерометри.*

Вступ

Постановка проблеми. В основі опису гравітаційного поля Землі лежить гравітаційний потенціал W, що характеризує роботу сили тяжіння при переміщенні одиничної маси з нескінченності в деяку точку, задану в системі координат з початком у центрі Землі [1] – [4]. Еквіпотенціальна поверхня $W = W_0$, яка відповідає середньому рівню Світового океану, задає геоїд.

Прийнято виділяти основну – нормальну – частинну W як потенціал U деякого еліпсоїда, поверхня якого є поверхнею рівня $U = W_0$ з центром в центрі Землі, що обертається з кутовою швидкістю навколо осі світу [5]. Це дозволяє ввести в розгляд потенціал збурення, який визначає так зване аномальне гравітаційне поле Землі [4]:

$$T = W - U. \quad (1)$$

При вирішенні задачі навігації за допомогою інерційних навігаційних систем, що знаходяться під впливом гравітаційного поля Землі, невідома «аномальна» частина гравітаційного поля є джерелом похибок навігації.

При аналізі точності інерціальної навігації виникає потреба в одночасному врахуванні збурень, породжених як аномальним гравітаційним полем, так і інструментальними похибками чутливих елементів навігаційної системи – гіроскопів, акселерометрів, описуваних, як правило, методами теорії випадкових процесів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для аномального гравітаційного поля доцільно використовувати модель випадкового поля, перетин якого траєкторією об'єкта породжує випадковий процес [2–6]. Введення такої моделі, яка передбачає наявність множини реалізацій, для одиничного поля Землі, принаймні з формальної точки зору, потребує спеціального обґрунтування. Множина реалізацій створюється за рахунок розгляду сімейства областей на геосфері, отриманих з вихідної області шляхом просторового обертання [1]. Якщо припустити, що всі ділянки поля, які відповідають довільному положенню області на сфері, мають різну ймовірність, то для кореляційної функції поля забезпечується її збіг з так званою кореляційною характеристикою [5] – емпіричною кореляційною функцією при усередненні по всій поверхні Землі.

Прийнявши цей варіант введення множини реалізацій, відзначимо його недосконалість – встановлена для гравітаційного поля властивість ергодичності, що обґрунтовує можливість заміни усереднення по множині усередненням по поверхні, передбачає для побудови кореляційної функції встановлення значень поля у всіх точках геосфери [7–9].

Адекватна модель похибок навігації враховує зв'язки між потенціалом збурення T, аномалії сили тяжіння Δg, висотою геоїда ζ над загально-земним еліпсоїдом і відхиленням виска ξ і η у площині меридіана та першого вертикала [10–12].

Специфіка завдань морської навігації дозволяє нам обмежитися розглядом моделей, що описують поле на поверхні геоїда, і не враховувати третій аргумент поля – вертикальну координату [5].

Мета статті – розробка моделі похибок в аномальному гравітаційному полі Землі.

Виклад основного матеріалу

Рівняння «ідеальної роботи» інерційних системах навігації. Основне рівняння інерційної навігації отримаємо, записавши вираз для вектора n уявного прискорення точки O_1 рухомого об'єкту [2]

$$n = \frac{d^2 r}{dt^2} - G(r), \tag{2}$$

де r – радіус-вектор точки O_1 відносно початку інерційної системи координат, що збігається з центром Землі; G – вектор прискорення сили тяжіння.

У точці O_1 вважаємо розташованими три акселерометра інерціальної системи з ортогональними осями чутливості, орієнтованими в географічній системі координат.

Далі будемо використовувати такі прямі прямокутні системи координат:

– інерційну $\xi\eta\zeta$ (вісь η спрямована за віссю світу, вісь ζ лежить у площині Гринвічського меридіану при t = 0);

– екваторіальну $\xi_e\eta_e\zeta_e$ (вісь η_e збігається з віссю η, вісь ζ_e є в площині меридіану об'єкта);

– географічну xyz (вісь z збігається з зовнішньою нормаллю до поверхні загально-земного еліпсоїда, вісь y направлена на північ);

– пов'язану з об'єктом $x_0y_0z_0$ (вісь y_0 – поздовжня вісь об'єкту, спрямована по руху, вісь z_0 спрямована вгору перпендикулярно до палуби).

Для матриці перетворення координат будь-якого вектора, заданого складовими ξ, η, ζ, наприклад, в інерціальній системі координат, в будь-яку іншу, скажімо, пов'язану з об'єктом, будемо використовувати позначення $A_{x_0\xi}$, причому

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = A_{x_0\xi} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix},$$

де x_0, y_0, z_0 – координати вектора в системі $x_0y_0z_0$.

Отримаємо алгоритм вироблення навігаційних параметрів у географічній системі координат, з огляду на те , що [5]

$$d^2r/dt^2 = \dot{v} + \omega \times v, \tag{3}$$

де $v = dr/dt$ – вектор абсолютної швидкості об'єкту; ω – вектор кутової швидкості обертання географічної системи координат xyz відносно інерціальної системи координат $\xi\eta\zeta$.

Використовуючи геодезичні (відносно загально-земного еліпсоїда) координати φ, λ, h – широту, довготу та висоту точки O_1 над поверхнею загально-земного еліпсоїда, запишемо для проекції ω і v на осі географічної системи координат:

$$\begin{cases} \omega_x = -\dot{\phi}; \\ \omega_y = \left(u + \dot{\lambda}\right)\cos\phi; \\ \omega_z = \left(u + \dot{\lambda}\right)\sin\phi; \end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{cases} v_x = \dot{\phi}\left(u + \dot{\lambda}\right)\left(N + h\right)\cos\phi = \left(N + h\right)\omega_y; \\ v_y = \dot{\phi}\left(M + h\right) = -\left(M + h\right)\omega_x; \\ v_z = \dot{h}, \end{cases} \tag{5}$$

де M і N – головні радіуси кривизни загально-земного еліпсоїда; і – швидкість обертання Землі.

Підставивши (3) в (2), перейдемо до скалярної форми запису. Отримаємо:

$$\begin{cases} n_x = \dot{v}_x + \omega_y v_z - \omega_z v_y - G_x; \\ n_y = \dot{v}_x + \omega_z v_x - \omega_x v_z - G_y; \\ n_z = \dot{v}_z + \omega_x v_y - \omega_y v_x - G_z, \end{cases} \tag{6}$$

де G_x; G_y; G_z – проекції прискорення сили тяжіння в точці розташування об'єкта на осі географічного тригранника.

Використовуючи (4–5) і складові швидкості об'єкта щодо загально-земного еліпсоїда

$$\begin{cases} v_E = \dot{\lambda}\left(N + h\right)\cos\phi; \\ v_N = \dot{\phi}\left(M + h\right), \end{cases} \tag{7}$$

вираз (6) можна переписати, зібравши з доданків правої частини повні похідні v_E і v_N з (7). Для скорочення запису замість M + h і N + h використаємо позначення M і N. Маємо:

$$\begin{cases} n_x = \dot{v}_E + 2hu\cos\phi + \frac{\dot{h}v_E}{N} - 2uv_N\sin\phi - \frac{v_N v_E}{N}\,\mathrm{tg}\phi; \\ n_y = \dot{v}_N + 2uv_E\sin\phi + \frac{\dot{h}v_N}{M} + \frac{v_E^2}{N}\,\mathrm{tg}\phi; \\ n_z = \dot{h} - \frac{v_N^2}{M} - \frac{v_E^2}{N} - 2uv_E\cos\phi + \tilde{g}. \end{cases} \tag{8}$$

Трактуючи (7) як диференціальні рівняння відносно φ і λ та доповнивши їх диференціальними рівняннями (8) відносно v_E, v_N, h, отримаємо систему рівнянь «ідеальної роботи» для визначення геодезичних координат φ, λ, h за вимірюваннями n_x, n_y, n_z. При цьому вважаються відомими початкові умови, а також величина $\tilde{g}$.

Розглянемо спочатку випадок некерованих (вільних) гіроскопів (інерціальна система геометричного типу), кінетичні моменти яких орієнтовані по осях світу та в площині небесного екватора. Введемо гіроскопічну систему координат $H_1H_2H_3$ (H_1, H_2 – орти векторів кінетичних моментів екваторіального та полярного гіроскопів, $H_3 = H_1 \times H_2$), що збігається з інерційної системою координат $\xi\eta\zeta$.

При цьому $A_{H\xi} = E$, де E – одинична матриця. У більш загальному випадку, наприклад при відомому відхиленні кінетичних моментів гіроскопів від полярної та екваторіальної орієнтації, маємо $A_{H\xi} = A_{H\xi}(\alpha_i, \delta_i) \neq E$, де α_i, δ_i – екваторіальні координати кінетичних моментів гіроскопів.

Вимірявши горизонтальні координати гіроскопів – висоти h_i і азимути A_i, обчислимо матрицю A_{xH} переходу від гіроскопічної до географічної системі координат. При ідеальній орієнтації платформи з акселерометром має виконуватися рівність

$$A_{H\xi} = A_{xH} A_{H\xi}, \tag{9}$$

яка підтримується відповідними поворотами платформи (динамікою повороту нехтуємо), причому [5]

$$A_{x\xi} = \begin{pmatrix} \cos\lambda_* & 0 & -\sin\lambda_* \\ -\sin\phi\sin\lambda_* & \cos\phi & -\sin\phi\cos\lambda_* \\ \cos\phi\sin\lambda_* & \sin\phi & \cos\phi\cos\lambda_* \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Тут $\lambda_* = \lambda + ut$; φ і λ – розв'язки рівнянь «ідеальної роботи».

Розглянемо тепер випадок інерціальної системи, що відрізняється від попереднього тим, що акселерометри жорстко зв'язані з палубою, причому їх осі чутливості орієнтовані в напрямку осей x_0, y_0, z_0. Матриця A_{xx_0} переходу від зв'язаної з об'єктом системи координат до географічної, що залежить від кутів качок і курсу, може бути знайдена із співвідношення типу (9) після деякого уточнення його правої частини, а саме [3, 13]:

$$A_{x\xi} = A_{xx_0} A_{x_0H} A_{H\xi}.$$

Кутами, що формують матрицю A_{x_0H}, є виміряні значення «висот» h_i^0 і «курсових кутів» q_i^0 векторів кінетичних моментів гіроскопів відносно палуби, матриця $A_{H\xi}$, як і раніше, залежить від екваторіальних координат гіроскопів.

У разі напіваналітичної інерціальної системи, керовані гіроскопи якої орієнтуються за осями x та y географічної системи координат, матриця $A_{H\xi}$ обчислюється на інформації про координати об'єкта, при цьому $A_{H\xi} = A_{x\xi}$. Матриця A_{xH}, що залежить від показань датчиків кутів на осях обертання карданних підвісів гіроскопів, звертається в одиничну, забезпечуючи виконання рівності (9) за допомогою систем стеження, що відпрацьовують узгоджене з гіроскопами положення платформи.

Розгляд різних варіантів побудови інерційних систем [1–7], що відрізняються орієнтацією акселерометрів і гіроскопів, призводить до певних відмінностей в алгоритмах «ідеальної роботи». Однак результати рішення за цими алгоритмами, що розрізняються вибором змінних, послідовністю обчислень тощо, призводять до результатів, що збігається з рішенням системи (7–8).

Рівняння помилок інерційної системи. Отримаємо рівняння помилок інерціальної системи у виробленні геодезичних координат φ і λ.

Для матриці $A_{\bar{x}\bar{\xi}}$ можемо записати:

$$A_{\bar{x}\bar{\xi}} = A_{\bar{x}x} A_{x\xi} A_{\bar{\xi}\xi}. \tag{11}$$

Задаючись малими кутами повороту α_x, α_y, α_z системи координат $\bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z}$ відносно географічного тригранника та малими кутами повороту δ_ξ, δ_η, δ_ς системи координат $\bar{\xi}\bar{\eta}\bar{\zeta}$ відносно інерціального тригранника, маємо:

$$A_{\bar{x}x} \approx E + \alpha = E + \begin{pmatrix} 0 & \alpha_z & -\alpha_y \\ -\alpha_z & 0 & \alpha_x \\ \alpha_y & -\alpha_x & 0 \end{pmatrix};$$

$$A_{\xi\bar{\xi}} = A^{T}_{\bar{\xi}\xi} \approx E - \delta = E - \begin{pmatrix} 0 & \delta_\zeta & -\delta_\eta \\ -\delta_\zeta & 0 & \delta_\xi \\ \delta_\eta & -\delta_\xi & 0 \end{pmatrix}.$$

Підставивши ці рівності в рівняння (11), знайдемо: $A_{\bar{x}\bar{\xi}} = A_{x\xi} + \alpha A_{x\xi} - A_{x\xi}\delta$.

Тоді маємо:

$$\Delta A_{x\xi} = \alpha A_{x\xi} - A_{x\xi}\delta. \tag{12}$$

Використовуючи (10), отримаємо:

$$\Delta\phi\cos\phi = -\alpha_x\cos\phi - \left(\delta_\zeta\sin\lambda_* - \delta_\xi\cos\lambda_*\right)\cos\phi.$$

Перетворення цих рівностей дає:

$$\begin{cases} \Delta\phi = -\alpha_x + \delta_{\xi_e}; \\ \Delta\lambda\cos\phi = \alpha_y + \delta_y; \\ \alpha_z = \alpha_y \operatorname{tg}\phi + \delta_{\zeta_e}/\cos\phi. \end{cases} \tag{13}$$

Тут використано позначення $\delta_y = -\delta_{\xi_e}\sin\phi + \delta_{\eta_e}\cos\phi$, причому

$$\begin{cases} \delta_{\xi_e} = -\delta_\zeta\sin\lambda_* + \delta_\xi\cos\lambda_*; \\ \delta_{\zeta_e} = \delta_\zeta\cos\lambda_* + \delta_\xi\sin\lambda_*; \\ \delta_{\eta_e} = \delta_\eta - \end{cases} \tag{14}$$

похибки екваторіальної системи координат.

Співвідношення (13) виражають зв'язок між похибками інерціальної системи у виробленні координат Δφ, Δλ і курсу α_z об'єкта, з одного боку, і помилками побудови вертикалі та інерціального тригранника, – з іншого. Важливо, що ці співвідношення мають універсальний характер, конкретний тип інерціальної системи визначають лише динамічний характер і рівень складових похибок, що входять в праву частину (13) [5; 13–14].

Помилки побудови інерціального тригранника визначаються не тільки відходами гіроскопів інерціальної системи, а й похибками визначення кутового положення їх кінетичних моментів. Тоді, матрицю $A_{\xi\bar{\xi}}$, що входить в праву частину (11), можна записати у вигляді

$$A_{\xi\bar{\xi}} = A_{\xi\bar{H}} A_{\bar{H}\bar{\xi}}, \qquad (15)$$

де $\bar{H}_1\bar{H}_2\bar{H}_3$ – система координат, пов'язана з дійсним станом кінетичних моментів гіроскопів; $A_{\xi\bar{H}}$ – матриця кутів дрейфу гіроскопів інерціальної системи.

Матриця $A_{\bar{H}\bar{\xi}}$ визначається похибками вимірювання дійсного кутового положення векторів кінетичних моментів.

При малому рівні відповідних похибок матриця (15) визначається сумою кутів дрейфу гіроскопів і помилок вимірювання положення векторів кінетичних моментів, перетворених до малих кутах повороту системи координат $\bar{H}_1\bar{H}_2\bar{H}_3$ відносно $\xi\eta\zeta$ і системи $\bar{\xi}\bar{\eta}\bar{\zeta}$ відносно $\bar{H}_1\bar{H}_2\bar{H}_3$.

Введемо вектор кутової швидкості дрейфу гіроскопічного тригранника $\bar{H}_1\bar{H}_2\bar{H}_3$ відносно інерційних осей, задавши його в проекціях $\omega_{\xi_e}, \omega_{\eta_e}, \omega_{\zeta_e}$, на осі екваторіальної системи координат.

Зберігши для кутів дрейфу гіроскопа позначення $\delta_\xi, \delta_\eta, \delta_\zeta$, після диференціювання (14) і прирівнявши відповідні похідні складовим швидкості дрейфу, отримаємо:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_{\xi_e} = -u\delta_{\zeta_e} + \omega\delta_{\xi_e}; \\ \dot{\delta}_{\zeta_e} = u\delta_{\xi_e} + \omega\delta_{\zeta_e}; \\ \dot{\delta}_{\eta_e} = \omega_{\eta_e}. \end{cases} \qquad (16)$$

Тут використано наближення $\dot{\lambda}_* = u$, яке справедливе при малих швидкостях руху об'єкта.

Перші два рівняння (16) описують так званий добовий контур у формуванні похибок інерціальної системи.

Висновки

Встановлено, що при вирішенні задачі навігації за допомогою інерційних навігаційних систем, що знаходяться під впливом гравітаційного поля Землі, невідома «аномальна» частина гравітаційного поля є джерелом похибок навігації.

Показано, що значні переваги є при використанні моделі аномального гравітаційного поля Землі випадкового поля, заданого на нескінченній площині. Це пов'язано, по-перше, зі спрощенням зв'язків між характеристиками поля, по-друге, з можливістю використання для випадкових полів на нескінченній площині компактних спектральних перетворень.

Удосконалено модель опису аномального гравітаційного поля Землі, яка на відміну від існуючих, одночасно враховує збурення, що породжені як аномальним гравітаційним полем, так і інструментальними похибками чутливих елементів гіроскопів через введення випадкового ізотропного поля, заданого на нескінченній площині.

Отримані співвідношення щодо зв'язку між похибками інерціальної системи у виробленні координат і курсу об'єкта, з одного боку, і помилками побудови вертикалі та інерціального тригранника з іншого.

Список літератури

1. К вопросу построения автоматизированной системы мониторинга параметров высокоточного навигационного поля / В.В. Каретников, И.В. Пащенко, А.И. Соколов, И.Г. Кузнецов // Морская радиоэлектроника. – 2015. – № 2 (52). – С. 24-27.
2. Соловьев И. Морская радиоэлектроника / И. Соловьев. – Санкт-Петербург: Политехника, 2003. – 185 с.
3. Rogers R.M. Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems / R.M. Rogers. – AIAA Educational Series, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc, Reston, VA, 2003.
4. Grewal M.S. Global Positioning Systems, Inertial navigation and integration / M.S. Grewal, L.R. Weill, A.P. Andrews. – Wiley, New York, 2007.
5. Алешин Б.С. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / Б.С. Алешин, К.К. Веременко. – М.: Наука, 2006. – 424 с.
6. Admiralty list of radio signals “Global maritime distress and safety system (GMDSS). – 2000. – Vol. 5. – NP 285. – 338 p.
7. Герасимов С.В. Розробка та дослідження методу розрахунку достовірності вимірювального контролю параметрів радіотехнічних систем морського транспорту / С.В. Герасимов, Ю.Є. Шапран, В.В. Кірвас // Системи озброєння і військова техніка. – 2017. – № 4 (52). – С. 5-10.
8. Басов В.Г. Измерительные сигналы и функциональные устройства их обработки / В.Г. Басов. – Минск: БГУИР, 119 с.
9. Norman Friedman The Naval Institute Guide to World Naval Weapon System / Friedman Norman. – Naval Institute Press, 2006. – 858 p.

10. Страхов А.Ф. Автоматизированные измерительные комплексы / А.Ф. Страхов. – М.: Энергоиздат, 1990. – 216 с.

11. Герасимов С.В. Measures of efficiency of dimensional control under technical state designation of radio-technical facilities / С. Герасимов, Ю. Шапран, М. Стахова // Системи обробки інформації. – 2018. – Вип. 1 (152). – С. 148-154. – DOI: 10.30748/soi.2018.152.21.

12. Theoretical basic concepts for formation of the criteria for measurement signals synthesis optimality for control of complex radio engineering systems technical status / А. Браславська, С. Герасимов, Г. Зубрицький, О. Тимочко, І. Тімочко // Системи обробки інформації. – 2017. – № 5 (151). – С. 151-157.

13. Qriffiths B.E. Optimal control of jump-linear gaussian systems / B.E. Qriffiths, K.A. Loparo // Int. J. of control. – Vol. 42. – N. 4. – 1985. – P. 791-819.

14. Герасимов С.В. Методика обгрунтування номенклатури параметрів контролю радіотехнічних систем і призначення їх допустимих відхилень / С.В. Герасимов, В.В. Грідіна // Системи обробки інформації. – 2018. – Вип. 2 (153). – С. 159-164. – DOI: 10.30748/soi.2018.153.20.

References

1. Karetnikov, V.V., Pashchenko, I.V., Sokolov, A.I. and Kuznetsov, I.G. (2015), "K voprosu postroyeniya avtomatizirovannoy sistemy monitoringa parametrov vysokotochnogo navigatsionnogo polya", [To the question of constructing an automated system for monitoring the parameters of a high-accuracy navigation field], *Marine Radio Electronics*, № 2 (52), pp. 24-27.

2. Solov'ev, I. (2003), "*Morskaya radioelektronika*", [*Marine Radio Electronics*], Politexnika, Sankt-Peterburg, 185 p.

3. Rogers, R.M. (2003), *Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems*, AIAA Educational Series, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc, Reston, VA.

4. Grewal, M.S., Weill, L.R. and Andrews, A.P. (2007), *Global Positioning Systems, Inertial navigation and integration*, Wiley, New York.

5. Aleshin, B.S. and Veremeenko, K.K. (2006), "*Oriyentatsiya i navigatsiya podvizhnykh ob"yektov: sovremennyye informatsionnyye tekhnologii*", [*Orientation and navigation of mobile objects: modern information technologies*], Science, Moscow, 424 p.

6. (2000), Admiralty list of radio signals "*Global maritime distress and safety system (GMDSS)*", Vol. 5, NP 285, 338 p.

7. Herasimov, S., Shapran, Yu. and Kirvas, V. (2017), Development and research of the method of calculating the reliability of the measurement control parameters of radio engineering systems of maritime transport, *Systems of Arms and Military Equipment*, № 4 (52), pp. 5-10.

8. Basov, V.G. (2013), "*Izmeritel'nye sygnaly I funkcional'nye ustroistva ix obrabotki*" [*Measuring calls and functional units of their treatment*], BGUIR, Minsk, 119 p.

9. Norman Friedman (2006), *The Naval Institute Guide to World Naval Weapon System*, Naval Institute Press, 858 p.

10. Strakhov, A.F. (1990), "*Avtomatyzyrovannye yzmerytel'nye kompleksy*" [*Automated measuring complexes*], Énerhoyzdat, Moscow, 216 p.

11. Herasimov, S., Shapran, Yu. and Stakhova, M. (2018), Measures of efficiency of dimensional control under technical state designation of radio-technical facilities, *Information processing systems*, No. 1 (152), pp. 148-154. – DOI: 10.30748/soi.2018.152.21.

12. Bractslavska, A., Herasimov, S., Zubrytskyi, H., Tymochko, A. and Timochko, A. (2017), "Theoretical basic concepts for formation of the criteria for measurement signals synthesis optimality for control of complex radio engineering systems technical status", *Information Processing Systems*, No. 5 (151), pp. 151-157.

13. Qriffiths, B.E. and Loparo K.A. (1985), Optimal control of jump-linear gaussian systems, *Int. J. of control*, Vol. 42, No. 4, pp. 791-819.

14. Herasimov, S. and Gridina, V. (2018), Method justification nomenclature control parameters of radio systems and purpose of their permissible deviations, *Information processing systems*, No. 2 (153), pp. 159-164. – DOI: 10.30748/soi.2018.153.20.

Надійшла до редколегії 8.05.2018
Схвалена до друку 19.06.2018

Відомості про авторів:

Герасимов Сергій Вікторович
доктор технічних наук
старший науковий співробітник
провідний науковий співробітник
Харківського національного університету
Повітряних Сил імені Івана Кожедуба,
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0003-1810-0387

Макарчук Дмитро Володимирович
Магістр аспірант
Кіровоградської льотної академії
Національного авіаційного університету,
Кропивницький, Україна
https://orcid.org/0000-0002-4299-6614

Information about the authors:

Herasimov Sergei
Doctor of Technical Sciences
Senior Research
Lead Researcher
of Ivan Kozhedub Kharkiv
National Air Force University,
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0003-1810-0387

Dmytro Makarchuk
Master Post graduate
of State Flight Academy
of Ukraine,
Kropyvnytskyi, Ukraine
https://orcid.org/0000-0002-4299-6614

Костенко Олександр Іванович
викладач
Національної академії
Національної гвардії України,
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0001-5603-5403

Alexander Kostenko
Instructor
of National Academy
of the National Guard of Ukraine,
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0001-5603-5403

МОДЕЛЬ ПОГРЕШНОСТЕЙ НАВИГАЦИИ В АНОМАЛЬНОМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

С.В. Герасимов, Д.В. Макарчук, А.И. Костенко

При решении задачи навигации с помощью инерционных навигационных систем, которые находятся под воздействием гравитационного поля Земли, неизвестная "аномальная" часть гравитационного поля является источником погрешностей навигации. При анализе точности инерциальной навигации возникает потребность в одновременном учете возмущений, порожденных как аномальным гравитационным полем, так и инструментальными погрешностями чувствительных элементов – гироскопов, акселерометров, описываемых, как правило, методами теории случайных процессов. Целью статьи является разработка модели погрешностей в аномальном гравитационном поле Земли.

Установлено, что при анализе точности инерциальной навигации возникает потребность в одновременном учете возмущений, которые порождаются как аномальным гравитационным полем, так и инструментальными погрешностями чувствительных элементов, методами теории случайных процессов.

Показано, что значительные преимущества получаются при использовании модели аномального гравитационного поля Земли случайного поля, заданного на бесконечной плоскости. Это связано, во-первых, с упрощением связей между характеристиками поля, во-вторых, с возможностью использования для случайных полей на бесконечной плоскости компактных спектральных превращений.

Усовершенствована модель описания аномального гравитационного поля Земли. Такая модель в отличие от существующих одновременно учитывает возмущения, которые порождены как аномальным гравитационным полем, так и инструментальными погрешностями чувствительных элементов гироскопов через введение случайного изотропного поля, заданного на бесконечной плоскости.

Получены соотношения связи между погрешностями инерциальной системы в выработке координат и курса объекта, с одной стороны, и ошибками построения вертикали и инерциального трехгранника с другого. Приведенные уравнения погрешностей построения вертикали с учетом ошибок горизонтирования платформы с акселерометром.

Ключевые слова: *гравитационное поле Земли, модель, погрешности навигации, гироскопы, акселерометры.*

MODEL OF NAVIGATION ERRORS IN ANOMAL GRAVITATIONAL EARTH FIELD

S. Herasimov, D. Makarchuk, A. Kostenko

When solving the navigation problem with the help of inertial navigation systems that are under the influence of the Earth's gravitational field, the unknown "anomalous" part of the gravitational field is a source of navigation errors. When analyzing the accuracy of inertial navigation, there is a need for simultaneous consideration of perturbations generated both by an anomalous gravitational field and instrumental errors of sensory elements-gyroscopes, accelerometers, described, as a rule, by methods of the theory of random processes. The aim of the article is to develop a model of errors in the anomalous gravitational field of the Earth.

It is established that when analyzing the accuracy of inertial navigation, there is a need for simultaneous consideration of perturbations that are generated both by an anomalous gravitational field and instrumental errors of sensing elements by methods of the theory of random processes.

It is shown that significant advantages are obtained when using the model of the anomalous gravitational field of the Earth of a random field given on an infinite plane. This is due, first, to the simplification of the relationships between the characteristics of the field, and secondly, to the possibility of using compact field transformations for random fields on an infinite plane.

The model of the description of the anomalous gravitational field of the Earth is improved. Such a model, in contrast to the existing ones, simultaneously takes into account the perturbations that are generated both by the anomalous gravitational field and the instrumental errors of the sensing elements of gyroscopes through the introduction of a random isotropic field given on an infinite plane.

Relationships between the errors of the inertial system in the development of coordinates and course of the object, on the one hand, and errors in the construction of the vertical and the inertial three polyhedron from the other are obtained. The resulted equations of errors of construction of a vertical taking into account errors of platform horizon with an accelerometer.

Key words: *gravity field of Earth, model, errors of navigation, gyroscopes, accelerometers.*