УДК 681.532

О.Ю. Ильин[1], С.И. Васюхно[2]

[1] *ГП «Центральный научно-исследовательский институт навигации и управления», Киев*
[2] *Национальный университет обороны Украины, Киев*

АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛА, ИНВАРИАНТНОГО К РАСПРЕДЕЛЕНИЮ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПОМЕХ

В статье рассматривается один из возможных подходов к обнаружения сигнала в системах инвариантных к распределению нестационарных помех.

Ключевые слова: *алгоритм, помеха, сигнал, инвариантность, обнаружение.*

Введение

Для практики предоставляет большой интерес алгоритмы обнаружения полезных сигналов, инвариантных к статистическим характеристикам помех.

Целью данной статьи является рассмотреть предлагаемый алгоритм обнаружения полезного сигнала на фоне нестационарных помех, статически несвязанных с сигналом.

Изложение основного материала

Пусть принимаемая реализация состоит из N сигналов

$$y_j = A_j \exp\{i(\omega t + \omega_j)\}\ t_{oj} \le t_{oj} + I,$$

где y_j и φ_j амплитуда и начальная фаза сигнала, а ω, t_{oj} и τ const.

Проверяется альтернативная гипотеза К: принимаемые сигналы являются суммой помехи и полезного сигнала.

Будем считать, что при основной гипотезе Н [1]

$$y_j = A_j \exp\{i(\omega t + \varphi_j)\} = A_{nj} = A_{nj} \exp\{i(\omega t + \varphi_{nj})\},$$

где A_{nj} и φ_{nj} амплитуда и начальная фаза помехи.

При альтернативной гипотезе К [2]

$$y_j = A_j \exp\{i(\omega t + \phi_{nj})\} = A_{cj} \exp\{i(\omega t + \phi_{cj} + \phi_0)\} =$$

$$= \sqrt{A_{nj}^2 + A_{cj}^2 + 2A_{nj}\, A_{cj} \cos((\omega t + \phi_{cj} + \phi_0))} \times \exp\{i\omega t\} \times$$

$$\times \exp\left\{ i \operatorname{arctg} \left[\frac{A_{cj} \sin(\phi_{cj} + \phi_0) + A_{nj} \sin\phi_{nj}}{A_{cj} \cos(\phi_{cj} + \phi_0) + A_{nj} \cos\phi_{nj}} \right] \right\},$$

где A_{cj} – амплитуда принимаемого полезного сигнала; ϕ_{cj} – начальная фаза излученного сигнала;

ϕ_0 – сдвиг фазы полезного сигнала.

Считаем, что A_{cj} и φ_0 неизвестны, а φ_{cj} – случайны и равномерно распределены в интервале (0,2π), но при излучении сигнала значения φ_{cj} запоминаются и считаются известными.

При такой общей постановке задачи решить ее не удается, однако применение принципа инвариантности позволяет найти удовлетворительное решение. Прежде чем применить принцип инвариантности, необходимо определить выборочное пространство x, пространство параметров П и область принятия гипотезы Π_H. В данном случае под X следует понимать область 2N-мерного эвклидова пространства, выборка в этом случае состоит из одной точки $(A_1,\varphi_1;A_2,\varphi_2;.....;A_n,\varphi_n)$, под П понимают множество непрерывных 2N-мерных плотностей расположения F_{2n} $(A_1,\varphi_1;.....;A_n,\varphi_n)$, а к области Π_H относятся плоскости распределения, принадлежащие только помехе. Так как мощности отраженного сигнала и помехи мы считаем неизвестными, а поставленная задача инвариантна относительно группы преобразований выборочного пространства G=$\{g\ \}$

$$g(A_1,\phi_1;A_2,\phi_2;.....;A_n,\phi_n)=$$
$$=(a_1,A_1,\phi_1;.....;a_1,A_n,\phi_n),$$

где $a_1,a_2,....,a_n$ – произвольные положительные константы, то естественно ограничить множество решающих функций решающими функциями, инвариантными к введенной группе преобразований.

Максимальным инвариантом относительно группы G является статистика $(\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_n)$. Редукция пространства X в этом случае заключается в следующем: все точки с одинаковыми координатами φ_j j=1,2…..,N считаются эквивалентными, независимо от значений A_j, что равносильно к переходу к новому выборочному пространству, представляющему собой часть N-мерного с выборочными точками $(\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_n)$.

В пространстве параметров мы переходим к пространству Π_1 т.е. к N-мерным плоскостям распределения $f_\varphi(\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_n)$. Дальнейшая редукция данных возможна с помощью достаточной статистики $(\varphi_1-\varphi_{c1},\varphi_2-\varphi_{c2},...,\varphi_n-\varphi_{cn})$. В этом случае переходим к выборочному пространству достаточной статистики x_z и к пространству распределений этой статистики. Хотя переход к достаточной статистике и не сокращает размерность выборочного пространства, но зато распределение этой статистики, приведенное к интервалу (0,2 П) при гипотезе Н, представляет собой распределение *N* независимых случайных величин, каждая из которых распределена равномерно в интервале (0.2П), а при любой альтернативе ее распределение от указанного.

Действительно, пусть $f_\varphi(\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_n)$ – N-мерная совместная плотность распределения случайных величин φ_j, а случайные величины φ_{cj} независимы и равномерно распределены на интервале (0.2П) (независимы между собой и с φ_j). Тогда N-мерная харатеристическая функция случайных величин $\psi_j=\varphi_j-\varphi_{cj}$ записывается в виде [2]

$$\theta_\psi\ (V_1,\ldots V_n\ )=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\{i\sum_{j=1}^{n}V_j\ (\varphi_j-\varphi_{cj})\}$$
$$\frac{1}{(2\Pi)^N}(\varphi_1...\varphi_n)*\Pi_j^N=1d\varphi_j d\varphi_{cj}=$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\{i\sum_{j=1}^{n}V_j\ \varphi_j\}f_\varphi(\varphi_1,\varphi_2...\varphi_n)*\Pi_j^N=$$
$$=1d\varphi_j\Pi_j^N=1\int_0^{2\Pi}\frac{(-V_j\varphi_{cj})}{2\Pi}d\varphi_{cj}=$$
$$=\theta_\varphi\ (V_1,\ldots.V_n\ )\Pi_j^N=1\frac{1-e^{-iV_j 2\Pi}}{-iV_j 2\Pi}.$$

Далее, N-мерная плотность распределенная приведенная к интервалу (0.2П), равна

$$W_\psi(\psi_1,....,\psi_N)\times$$
$$\times\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}...\sum_{k_N=-\infty}^{\infty}f_\psi(\psi_1+2\pi k_1,...,\psi_n+2\pi k_n)=$$
$$=\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}...\sum_{k_N=-\infty}^{\infty}\frac{1}{(2\pi)^N}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\theta_\psi\ (V_1,\ldots.V_n\ )\times$$
$$\times\{-i\sum_{j=1}^{N}V_j(\psi_j+2\pi k_j)\}\prod_{j=1}^{N}dV_j=\frac{1}{(2\pi)^N}\times$$
$$\times\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}...\sum_{k_{N-1}=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\sum_{k_N=-\infty}^{\infty}...\int_{-\infty}^{\infty}\theta_\psi\ (V_1,\ldots.V_n\ )\times\right.$$
$$\left.\times\exp\left[-i\sum_{j=1}^{N}V_j(\psi_j+\mathbf{2}\pi k_j)\right]dV_N\right\}\prod_{j=1}^{N}dV_j.$$

Применяя к выражению в фигурных скобках формулу суммирования Пуассоона, получаем [2, 3]:

$$\sum_{k\ =-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}...\int_{-\infty}^{\infty}\theta_\psi\ (V_1,\ldots.V_n\ )\times\exp\left\{-i\sum_{j=1}^{N}V_j(\psi_j+2\pi k_j)+V_N\psi_N\right\}\times\exp\{2\pi i(-K_N)V_N\}dV_N=$$
$$=\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}.\theta_\psi\ (V_1,\ldots.V_{N-1},-K_N)\times\exp\left\{-i\sum_{j=1}^{N-1}V_j(\psi_j+2\pi k_j)-c_N\right\}=$$

$$= \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \frac{1-\exp\{i2\pi K_N\}}{(i2\pi K_N)} \theta_\psi (V_1,\ldots V_{N-1}, -K_N) \times \exp\{-i\sum_{j=1}^{N} V_j(\psi_j + 2\pi k_j) + V_N\psi_N\} \prod_{j=1}^{N-1} \frac{1-\exp\{i2\pi K_j\}}{(i2\pi K_j)} =$$

$$= \theta_\psi (V_1,\ldots V_{N-1}, 0) \exp\left\{-i\sum_{j=1}^{N} V_j(\psi_j + 2\pi k_j)\right\} \prod_{j=1}^{N-1} \frac{1-e^{i2\pi K_j}}{i2\pi K_j}.$$

Повторяя аналогичные выкладки для k_j, j = 1, 2, …, N-1, получаем

$$W_\psi(\psi_1,\ldots,\psi_N) = \frac{1}{(2\pi)^N}.$$

Равенство (7) справедливо при любом N, отсюда следует сделанное утверждение.

Теперь задачу можно сформулировать следующим образом. Имеется N выборочных значений ψ_j Требуется проверить гипотенузу H: величины ψ_j независимы и раздельны равномерно на интервале (0.2П) против альтернативы К: распределение ψ_j отличается от равномерного .

Мы пришли к классической постановке задачи проверки гипотезы удобно пользоваться критерием Колмогорова

$$d_N = \frac{\sup}{\psi} /F^*(\Psi)\text{-}F(\Psi)/> C_N,$$

где F*(Ψ) – эмпирическая функция распределения [1], а F(Ψ) – интегральный закон распределения величины Ψ. Неравенство (8) определяет область отклонения гипотенузы, где C_N=const определяемая при задании размера критерия d_0 (уровня ложных тревог).

На практике обычно применяют уровни ложных тревог порядка 10^{-2}:10^{-5}. При этом обычно обеспечивать заданную вероятность обнаружения сигнала, требует большее число N. с увеличением N условие φ_0 = const для всех j = 1,2,…, N может не выполняться. Пусть это условие выполняется для n сигналов каждой и в каждой группе φ_{ok} = const , где k=1,2,…,m независимы и распределены по закону Колмогорова, а при альтернативе К распределение отлично от указанного , т.е. задача опять сводится к проверке гипотезы о виде распределения величины d_N, но теперь при альтернативе К величине $d_N^{(K)}$ стохастически больше величин $d_N^{(K)}$, в силу несмещенности критерия Колмогорова (1). Выбирая m достаточно большим, можно достичь заданной вероятности правильного обнаружения сигнала при фиксированной, не зависящей от статистических характеристик помех, вероятности ложной тревоги.

Вывод

На практике указанная постановка задачи соответствует применению фазоманипулированных квазинепрерывных шумовых сигналов для обнаружения отраженного сигнала от точечного объекта при аддитивной помехе. Действительно, в этом случае в каждой принимаемой пачке сигналов φ_0 можно считать постоянной для всех дискретов пачки и изменяющейся при переходе к следующей пачке. Подобные алгоритмы частично исследованы в [4].

Список литературы

1. *Леман Э. Проверка статических гипотез / Э. Леман: пер. с англ.; под ред. Ю.В. Прохорова. – М.: Наука, 1979. – 408 с.*
2. *Статистическая теория связи и ее практические приложения / под ред. Б.Р. Левина. – М.: Связь, 1979. – 288 с*
3. *Теоретические основы статистической радиотехники / Б. Р. Левин. – М.: Радио и связь, 1989. – 656 с.*
4. *Коржик В.И. Расчет помехоустойчивости систем дискретных сообщений / В.И. Коржик, Л.М. Финк, К.Н. Щелкунов / под ред. Л.М. Финка. – М.: Радио и связь, 1981. – 231 с.*

Поступила в редколлегию 20.10.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.Ф. Купченко, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

АЛГОРИТМ ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛУ, ІНВАРІАНТНОГО ДО РОЗПОДІЛУ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПЕРЕШКОД

О.Ю. Ільїн, С.І. Васюхно

У статті розглядається один з можливих підходів до виявлення сигналу в системах інваріантних до розподілу нестаціонарних перешкод.

Ключові слова: *алгоритм, перешкода, сигнал, інваріантність, виявлення.*

ALGORITHM OF FINDING OUT SIGNAL, INVARIANT TO DISTRIBUTING OF UNSTATIONARY HINDRANCES

O.Yu. Il'in, S.I. Vasyukhno

In the article one of the possible fittings is examined to for findings out a signal in the systems of invariant to distributing unstationary hindrances.

Keywords: *algorithm, hindrance, signal, invariance, discovery.*