

Б.Т. Кононов, Ю.Д. Мусаїрова, А.О. Нечаус

*Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків*

## МЕТОДИКА ВРАХУВАННЯ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ СТУПЕНЯ НЕРІВНОМІРНОСТІ ЧАСТОТИ ОБЕРТАННЯ ВАЛУ ДИЗЕЛЬ-ГЕНЕРАТОРА

*У статті розглядається методика врахування крутильних коливань при визначенні ступеня нерівномірності частоти обертання валу дизель-генератора, в якій знаходяться частоти та амплітуди власних крутильних коливань шестициліндрового дизель-генератора, що використовується в якості автономного або резервного джерела електричної енергії військових електростанцій. Предметом вивчення в статті є аналіз крутильних коливань валопроводу дизель-генератора й визначення амплітуд й частот вільних та вимушених коливань та з'ясування впливу крутильних коливань на визначення ступеня нерівномірності частоти обертання валу. В статті з'ясовуються причини виникнення крутильних коливань та пояснюються запропоновані аналітичні співвідношення, використання яких дозволить знайти частоти та форми крутильних коливань. Процес крутильних коливань описується за допомогою системи диференціальних рівнянь рівноваги моментів, розв'язання яких дозволяє визначити частоти та форми власних коливань валопроводу. Для визначення частот та форм вимушених коливань знайдені залежності переміщення поршня від кута повороту вала й відповідної залежності сил інерції і газових сил. Вираз для моменту руху представлений у вигляді ряду гармонічних складових. Отримані в результаті розрахунків значення частот та форм крутильних коливань дозволяють знайти небезпечні резонуючі гармоніки й врахувати їх вплив при визначенні ступеня нерівномірності частоти обертання вала дизель-генератора. Запропоновані рекомендації дозволять підвищити точність при визначенні технічного стану дизель-генератора шляхом вимірювання ступеня нерівномірності частот обертання його валопроводу.*

**Ключові слова:** *ступінь нерівномірності частоти обертання вала дизель-генератора, частоти та амплітуди крутильних коливань, моменти інерції рухомих мас, крутильні жорсткості ділянок валопроводу.*

### Вступ

**Постановка проблеми.** Підтримка озброєння і військової техніки в справному стані є однією з основних задач, від якості та повноти розв'язання якої залежить стан бойової готовності Збройних Сил України. В підрозділах та військових частинах ЗСУ в якості джерел електричної енергії використовують дизель-генератори, дизелі та двигуни внутрішнього згорання, інформація щодо технічного стану яких отримується під час проведення технічного діагностування.

Враховуючи те, що в ЗСУ використовуються декілька тисяч зразків автономних та резервних джерел електричної енергії, й приблизно така ж кількість двигунів внутрішнього згорання входить до складу бронетанкової та автотранспортної техніки, з'ясування того питання, за допомогою яких діагностичних параметрів можливо отримати оцінку їх технічного стану, як виконувати діагностування та які засоби при цьому використовувати для отримання правильного, повного й достовірного діагно-

зу, представляється актуальною науково-технічною задачею.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** В дослідженнях [1–9; 12] встановлено, що визначення дійсного технічного стану дизель-генераторів та двигунів внутрішнього згорання можливо здійснити, використовуючи при цьому загальні та локальні методи оцінювання технічного стану [10; 14], а саме виконувати загальну оцінку технічного стану по значенню ступеня нерівномірності частот обертання вала, а локальні оцінки стану систем паливоподачі, змащення, газорозподілу та охолодження проводити з використанням частотних та фазових методів.

При визначенні ступеня нерівномірності кутової частоти обертання валу шляхом вимірювання відрізків часу, на протязі яких здійснюється поворот вала на заданий кут, необхідно враховувати [14] зміни кутового положення валу, які обумовлені крутильними коливаннями системи “колінчатий вал-маховик-ротор генератора”.

**Метою статті** є обґрунтування методики врахування крутильних коливань при визначенні сту-

пеня нерівномірності частоти обертання валу дизель генератора шляхом знаходження власних та вимушених коливань, що визначаються рухом пружної системи під дією моменту, що обертає.

### Виклад основного матеріалу

Виходячи з [13], на першому кроці пропонуємої методики розглядається задача визначення частот та амплітуд власних крутильних коливань. Етапи розв'язання цієї задачі проводяться на прикладі шестициліндрового дизель-генератора. При цьому при заміні реального валопроводу розрахунковою схемою виходять з рівності потенційної та кінетичної енергії елементів реальної та приведеної системи. Ділянку валопроводу з розподіленою масою та змінною жорсткістю замінюють системою з валом довжиною  $L_i$ , маса якої дорівнює нулю, а жорсткість дорівнює  $C_i$ . Реальний момент інерції еквівалентний приведеному зосередженому моменту інерції  $I$ . Для цього деталь складної геометричної форми розбивають на ряд простих геометричних тіл, визначення моментів котрих не являється складним. Приведений момент інерції мас, що мають поступовий рух визначається з умови рівностей кінетичних енергій. При визначенні крутильної жорсткості  $C$ , зручно використовувати крутильну податливість  $G_0 = 1/C$ , яка дорівнює відношенню довжини ділянки  $L_i$  до добутку модуля зсуву матеріалу вала на полярний момент інерції перерізу вала  $J_p$ . При послідовному з'єднанні елементів складної системи її податливість дорівнює сумі податливостей окремих ділянок, а при паралельному з'єднанні при визначенні жорсткості всієї системи сумується жорсткість її окремих ділянок. Розрахункова схема валопроводу дизель-генератора наведена на рис. 1.

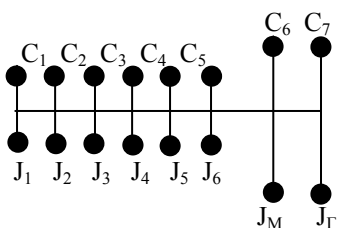


Рис. 1. Схема валопроводу дизель-генератора

На рис. 1 наведені наступні позначення:

$J_1, \dots, J_6$  – масові моменти інерції циліндрів двигуна;

$J_M, J_\Gamma$  – масові моменти інерції маховика і генератора;

$C_1, \dots, C_7$  – крутильні жорсткості ділянок валопроводу.

Рівняння рівноваги моментів для першої ділянки валопроводу без врахування опору руху представимо у вигляді:

$$J_1 \phi_1 + C_1(\phi_1 - \phi_2) = 0, \quad (1)$$

де  $\phi_1 \phi_2$  – кути відхилення першого та другого дисків від нейтрального положення;

$J_1 \phi_1$  – інерційний момент першого диска;

$C_1(\phi_1 - \phi_2)$  – момент пружних сил вала жорсткістю  $C_1$ .

На другій ділянці діє той самий момент пружних сил, який дорівнює  $C_1(\phi_1 - \phi_2)$ , але з оберненим знаком, а з іншої сторони момент пружних сил  $C_2(\phi_1 - \phi_3)$ . З врахуванням викладеного для цієї ділянки, справедливе наступне рівняння:

$$J_2 \phi_2 - C_1(\phi_1 - \phi_2) + C_2(\phi_2 - \phi_3) = 0. \quad (2)$$

По аналогії, запишемо рівняння рівноваги моментів для решти ділянок валопроводу:

$$\begin{aligned} J_3 \phi_3 - C_2(\phi_2 - \phi_3) + C_3(\phi_3 - \phi_4) &= 0; \\ J_4 \phi_4 - C_3(\phi_3 - \phi_4) + C_4(\phi_4 - \phi_5) &= 0; \\ J_5 \phi_5 - C_4(\phi_4 - \phi_5) + C_5(\phi_5 - \phi_6) &= 0; \\ J_6 \phi_6 - C_5(\phi_5 - \phi_6) + C_6(\phi_6 - \phi_7) &= 0; \\ J_M \phi_M - C_6(\phi_6 - \phi_M) + C_7(\phi_M - \phi_\Gamma) &= 0; \\ J_\Gamma \phi_\Gamma + C_7(\phi_M - \phi_\Gamma) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Для загального випадку  $n$ -циліндрового дизеля система рівнянь (1-3) буде включати  $n$  рівнянь для циліндрів двигуна і рівняння моторних мас маховика і генератора.

Рішення системи рівнянь (1-3) будемо шукати у вигляді:

$$\phi_i = \phi_{i0} \sin(pt + \gamma_i), \quad (4)$$

де  $\phi_{i0}$  – амплітудне значення кута відхилення на  $i$ -й ділянці;

$\gamma_i$  – початковий кут відхилення на  $i$ -й ділянці;

$p$  – частота власних коливань.

Вводячи в (1-3) позначення відносних амплітуд:

$$\begin{aligned} \frac{\phi_{10}}{\phi_{10}} = \alpha_1 = 1; \quad \frac{\phi_{20}}{\phi_{10}} = a_2; \dots; \\ \frac{\phi_{60}}{\phi_{10}} = a_6; \dots; \quad \frac{\phi_{M0}}{\phi_{10}} = a_M; \\ \frac{\phi_{\Gamma 0}}{\phi_{10}} = a_\Gamma; \end{aligned}$$

та враховуючи (4), отримаємо:

$$-J_1 p^2 + C_1(1 - a_2) = 0;$$

$$\begin{aligned}
& -J_2 p^2 a_2 - C_1(a_1 - a_2) + C_2(a_2 - a_3) = 0; \\
& -J_3 p^2 a_3 - C_2(a_2 - a_3) + C_3(a_3 - a_4) = 0; \\
& -J_4 p^2 a_4 - C_3(a_3 - a_4) + C_4(a_4 - a_5) = 0; \\
& -J_5 p^2 a_5 - C_4(a_4 - a_5) + C_5(a_5 - a_6) = 0; \\
& -J_6 p^2 a_6 - C_5(a_5 - a_6) + C_6(a_6 - a_M) = 0; \\
& -J_M p^2 a_M - C_6(a_6 - a_M) + C_7(a_M - a_\Gamma) = 0; \\
& -J_7 p^2 a_7 - C_7(a_M - a_\Gamma) = 0.
\end{aligned} \quad (5)$$

З першого рівняння системи (5) визначаємо  $a_2$ :

$$a_2 = 1 - \frac{J_1}{C_1} p^2. \quad (6)$$

Враховуючи (6) з другого рівняння системи знаходимо  $a_3$ :

$$\begin{aligned}
a_3 = & \frac{J_2 C_2 (1 + C_1) + J_2 C_1}{C_1 C_2} p^2 + \\
& + \frac{J_1 J_2}{C_1 C_2} p^4.
\end{aligned} \quad (7)$$

Величина  $a_4$  визначається з виразу:

$$\begin{aligned}
a_4 = & 1 - \frac{J_1 C_2 (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_3)}{C_1 C_2 C_3} + \\
& + \frac{J_2 C_1 (C_2 + C_3) + J_3 C_1 C_2}{C_1 C_2 C_3} p^2 + \\
& + \frac{J_2 J_1 (C_2 + C_3) + J_1 J_3 C_2 (1 + C_1) + J_2 J_3 C_3}{C_1 C_2 C_3} \cdot \\
& \cdot p^4 - \frac{J_1 J_2}{C_1 C_2}.
\end{aligned} \quad (8)$$

Величини  $a_5, a_6, a_M, a_\Gamma$  знаходимо, використовуючи наступні співвідношення:

$$\begin{aligned}
a_5 = & a_4 - J_4 p^2 \frac{a_4}{C_4} - \frac{C_3}{C_4} (a_3 - a_4); \\
a_6 = & a_5 - J_5 p^2 \frac{a_5}{C_5} - \frac{C_4}{C_5} (a_4 - a_5); \\
a_M = & a_6 - J_6 p^2 \frac{a_6}{C_6} - \frac{C_5}{C_6} (a_5 - a_6); \\
a_\Gamma = & a_M - J_M p^2 \frac{a_M}{C_7} - \frac{C_6}{C_7} (a_6 - a_M).
\end{aligned} \quad (9)$$

З (6–9) слідує, що для визначення амплітуд власних коливань системи необхідно знайти значення частот  $p$ .

Для цього пропонується використати наступну послідовність розрахунків.

Спочатку виконаємо сумування восьми рівнянь системи (9), та отримаємо:

$$\begin{aligned}
& -p^2 (J_1 + a_2 J_2 + a_3 J_3 + a_4 J_4 + \\
& + a_5 J_5 + a_6 J_6 + a_M J_M + a_\Gamma J_\Gamma) = 0.
\end{aligned} \quad (10)$$

У зв'язку з тим, що  $p^2 \neq 0$ , то вираз, який записаний в дужках, повинен бути рівним нулю, тобто, для різних значень  $p$  по формулам (6–9) необхідно знайти відносні амплітуди  $a_i$ , та фактичне значення суми  $J_i a_i$  у рівнянні (10). Змінюючи значення  $p$ , знаходимо ті частоти, котрі перетворюють (10) в нуль. При виконанні наближених розрахунків можливо об'єднати всі моторні маси в одну, й восьмимасову систему, що розглядається, представити у вигляді тримасової, для котрої буде справедлива наступна система рівнянь:

$$\begin{aligned}
& -J_D p^2 + C_D (1 - a) = 0; \\
& -J_M p^2 a_M - C_D (1 - a_M) + C_M (a_M - a_\Gamma) = 0; \\
& -J_\Gamma p^2 a_\Gamma - C_7 (a_M - a_\Gamma) = 0,
\end{aligned} \quad (11)$$

де  $J_D C_D$  – масовий момент інерції та крутильна жорсткість валопроводу дизеля. З (11) слідує, що

$$\begin{aligned}
a_M = & 1 - \frac{J_D}{C_D} p^2; \\
a_\Gamma = & \frac{C_M (C - J p^2)}{C_D (C_M - J_\Gamma p^2)}.
\end{aligned} \quad (12)$$

Враховуючи (12) з (11), отримаємо наступне бікватратне рівняння:

$$\begin{aligned}
& \frac{J_D J_M J_\Gamma}{C_D C_M} p^4 - \left( \frac{J_D J_M + J_D J_\Gamma}{C_D} + \right. \\
& \left. + \frac{J_D J_\Gamma + J_M J_\Gamma}{C_M} \right) p^2 + \\
& + (J_D + J_M + J_\Gamma) = 0.
\end{aligned} \quad (13)$$

Позитивні корені рівняння (13) визначають значення частот власних коливань системи. Отримані співвідношення та вкладена послідовність розрахунків дозволяють врахувати вплив власних коливань системи при визначенні ступеня нерівномірності кутової частоти обертання вала дизель-генератора. Вони можуть бути також рекомендовані при проведенні розрахунків на міцність для визначення можливості паралельної роботи дизель-генераторів й оцінювання якості електричної енергії. Разом з тим, результати, що знайдені, вимагають корекції, пов'язаної з врахуванням впливу вимушених коливань системи. На другому кроці запропонованої методики для визначення вимушених коливань розглянемо систему рівнянь (11), в правій частині якої замість нуля стоїть значення моменту  $M_{кр}$ , що обертає.

Для отримання закономірності зміни моменту  $M_{кр}$  в залежності від кута повороту вала дизеля знайдемо закони зміни сил, що діють на деталі кривошипно-шатунного механізму, а саме: залежність газових сил  $p_n$ , що діють на поршень, та залежність сил інерції  $p_j$  деталей кривошипно-шатунного механізму від кута повороту вала. Для цього розглянемо кінематику руху кривошипно-шатунного механізму, схема якого наведена на рис. 2.

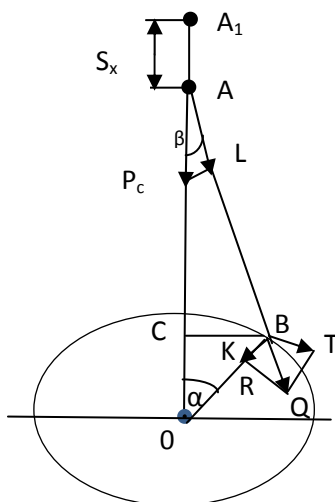


Рис. 2. Схема кривошипно-шатунного механізму

На рис.2 прийняті наступні позначення:

- $R = OB$  – радіус кривошипа;
- $L = AB$  – довжина кривошипа;
- $\alpha$  – кут повороту кривошипа;
- $\beta$  – кут відхилення шатуна від осі циліндра;
- $S_x$  – поточне значення переміщення поршня;
- $S_{mp} = 2R$  – повний хід поршня;
- $\omega$  – кутова частота обертання вала;
- ВМТ – верхня мертва точка.

Переміщення поршня  $S_x$  в довільний момент часу визначається відрізком  $A_1A$ , що дорівнює

$$S_x = A_1A = R + L - AO = R + L - (L \cos \beta + R \cos \alpha) = R \left[ 1 - \cos \alpha + \frac{1}{\lambda} (1 - \cos \beta) \right], \quad (14)$$

де  $\lambda = \frac{R}{L}$ .

Враховуючи те, що  $\sin \beta = \lambda \sin \alpha$ , знайдемо  $\cos \beta$ :

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}. \quad (15)$$

Представляючи (15) у вигляді біноміального ряду та обмежуючись двома членами розкладу (15) в ряд, отримаємо:

$$\cos \beta \approx 1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \alpha. \quad (16)$$

Враховуючи те, що  $\sin \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$ , залежність переміщення поршня від кута повороту колінчатого вала представимо у вигляді:

$$S_x = R \left[ 1 - \cos \alpha + \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\alpha) \right], \quad (17)$$

а вираз для визначення прискорення поршня у вигляді:

$$a_x = R\omega^2 (\cos \alpha + \cos 2\alpha). \quad (18)$$

Співвідношення (15) дозволяє записати вираз, що встановлює залежність сил інерції  $P_j$  від кута повороту колінчатого вала  $\alpha$ :

$$P_j = m_n R\omega^2 (\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha), \quad (19)$$

де  $m_n$  – маса деталей поршня та кривошипно-шатунного механізму, що поступово рухаються.

При визначенні газових сил використаємо знайдений вираз для переміщення поршня.

Виходячи із звичайного представлення процесу стискування у вигляді політропного процесу з показником політропи  $n_1$ , запишемо наступну рівність:

$$P_c = P_a \left( \frac{V_p + V_c}{V_c} \right)^{n_1}, \quad (20)$$

- де  $P_c$  – тиск в кінці процесу стискування;
- $P_a$  – тиск в кінці процесу впуску;
- $V_c$  – об'єм в кінці процесу стискування;
- $V_p + V_c$  – об'єм в кінці процесу впуску;
- $V_p$  – об'єм, що відповідає повному ходу поршня.

Враховуючи те, що об'єм поршня дорівнює добутку площі поршня на хід поршня, представимо (20) у вигляді:

$$P_c = P_a \left( \frac{S_p + S_c}{S_c} \right)^{n_1}. \quad (21)$$

Оскільки ступінь стискування дорівнює відношенню  $\frac{V_p + V_c}{V_c}$ , представимо залежність тиску газів

$P_{ca}$  від кута повороту кривошипа  $\alpha$  у вигляді:

$$P_{ca} = P_a \left( \frac{S_p + \frac{S_p}{\varepsilon - 1}}{\frac{S_p}{\varepsilon - 1} + S_x} \right)^{n_1}. \quad (22)$$

Співвідношення (22) після перетворень представимо таким чином:

$$P_{ca} = P_a \left\{ \frac{2\varepsilon}{2 + (\varepsilon - 1) \left[ 1 - \cos \alpha + \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\alpha) \right]} \right\}^{n1}; \quad (23)$$

$$180 \leq \alpha \leq 360.$$

Оскільки процес згорання відбувається при постійному об'ємі, тиск в кінці цього процесу  $P_z$  визначимо з наступного виразу:

$$P_z = P_c \mu \frac{T_z}{T_c}, \quad (24)$$

де  $\mu$  – відношення суми молей продуктів згорання та остаточних газів до суми молей повітря та остаточних газів;

$T_z T_c$  – температура в кінці процесу згорання та в кінці процесу стискування.

Процес розширення представлено політропним з показником політропи  $n_2$ . Залежність стиску газів  $P_{pa}$  в процесі розширення від кута повороту кривошипа  $\alpha$  представимо у вигляді:

$$P_{pa} = P_z \left\{ \frac{2}{2 + (\varepsilon - 1) \left[ 1 - \cos \alpha + \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\alpha) \right]} \right\}^{n2}; \quad (25)$$

$$180 \leq \alpha \leq 360.$$

Отримані вирази (23) та (25) дозволяють зайти характер зміни газової сили  $P_r$ , котра визначається добутком тиску газів на площу поршня. Сумарна сила, що діє на поршень, визначається сумою газової та інерційної сил. Величину моменту  $M_{kp}$ , що обертає, знайдемо з виразу:

$$M_{kp} = T \times R, \quad (26)$$

де  $T$  – сила, що дотична до окружності радіуса кривошипа.

Відповідно до рис. 2 сила  $T$  дорівнює:

$$T = P_c \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}, \quad (27)$$

а момент  $M_{kp}$  визначається виразом:

$$M_{kp} = P_c R \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}. \quad (28)$$

Для з'ясування характеру вимушених крутильних коливань системи необхідно вираз для моменту  $M_{kp}$  представити у вигляді ряду гармонійних складових. Аналітичне рішення може бути отримано лише для ідеального кривошипно-шатунного механізму, у якого відношення  $R/L$  дорівнює нулю. У цьому випадку, виходячи з умови урівноваженості інерційних сил мас двигуна, що обертаються, для

визначення моменту, що обертає отримаємо наступні вирази:

$$M_{kp} = A \left( \frac{1}{c_1 - d_1 \cos \alpha} \right)^{n1} \sin \alpha; \quad (29)$$

$$180 \leq \alpha \leq 360;$$

$$M_{kpp} = B \left( \frac{1}{c_2 - d_2 \cos \alpha} \right)^{n2} \sin \alpha;$$

$$0 \leq \alpha \leq 180,$$

де  $A = P_a F_n$ ;  $B = P F_n$ ;  $F_n$  – площа поршня;

$$c_1 = \frac{1}{\varepsilon} + \frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon}; \quad c_2 = 1 + \frac{\varepsilon - 1}{2};$$

$$d_1 = \frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon}; \quad d_2 = \frac{\varepsilon - 1}{2}.$$

Результати розкладу (29) в ряд Фур'є:

$$a_{0c} = \frac{A}{\pi} * \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{1-n1}}{n_1 - 1};$$

$$a_{0p} = \frac{B}{\pi} * \frac{\left(\frac{\varepsilon + 1}{2}\right)^{1-n2}}{n_2 - 1};$$

$$a_{ic} = \frac{2}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} \frac{A \sin \alpha}{(c_1 - d_1 \cos \alpha)^{n1}} \sin k \alpha d \alpha; \quad (30)$$

$$a_{ip} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{B \sin \alpha}{(c_2 - d_2 \cos \alpha)^{n2}} \sin k \alpha d \alpha.$$

Враховуючи (30), можливо вважати, що збуджуючий момент, що діє на систему, котра розглядається, дорівнює:

$$M_{kp} = M_{kp0} + M_{kp1} \sin \alpha + M_{kp3} \sin 3\alpha + \dots +$$

$$+ M_{kp(2i+1)} \sin(2i+1)\alpha; \quad (31)$$

$$i = 0, 1, \dots, n,$$

де:

$$M_{kp0} = \frac{a_{0c} + a_{0p}}{2}; \quad M_{kp1} = \frac{a_{1c} + a_{1p}}{2};$$

$$M_{kp(2i+1)} = \frac{a_{(2i+1)c} + a_{(2i+1)p}}{2}; \quad \alpha = \omega t.$$

При цьому в системі виникають вимушені коливання з частотами  $\omega$ ,  $3\omega$  та  $(2i+1)\omega$ , а амплітудні значення кутів закручування в будь-якій довільній точці  $A$  валопроводу будуть змінюватися за законами:

$$\phi_{A10} = \frac{M_{kp0}}{-I\omega^2 + C}; \quad (32)$$

$$\phi_{A(2i+1)} = \frac{M_{kp(2i+1)0}}{-I(2i+1)^2 \omega^2 + C}.$$

Отримані співвідношення дозволяють розрахувати амплітуди і частоти вимушених коливань та визначити небезпечно резонуючі гармоніки.

Слід враховувати те, що при резонансних коливаннях всі маси рухаються синхронно, тобто всі вони одночасно проходять нейтральне положення та одночасно досягають положення максимальних відхилень.

Разом з тим, складові збуджуючих моментів від різних циліндрів мають максимальне значення в різні моменти часу та зсунуті одна відносно одної на кут, що залежить від моментів спалахів в циліндрах, тобто якщо  $\gamma_{1i}$  – кут зсуву фаз між моментом та переміщенням в першому циліндрі, то:

$$\begin{aligned} \gamma_{5i} &= \gamma_{1i} - i\varphi_{(1-5)}; \\ \gamma_{3i} &= \gamma_{5i} - i\varphi_{(5-3)}; \\ \gamma_{6i} &= \gamma_{3i} - i\varphi_{(3-6)}; \\ \gamma_{2i} &= \gamma_{6i} - i\varphi_{(6-2)}; \\ \gamma_{4i} &= \gamma_{2i} - i\varphi_{(2-4)}; \\ \gamma_{1i} &= \gamma_{4i} - i\varphi_{(4-1)}. \end{aligned} \quad (33)$$

Амплітуди коливань при резонансі в загальному випадку залежать від суми добутків відносних амплітуд  $a_k$  на синус кута зсуву фаз  $\gamma_k$ , тобто від величини  $\sum_{k=1}^n \overline{a_k}$ , де  $R=1,2,\dots, n$  – кількість циклів.

Представляючи цю суму в вигляді суми проєкцій відношення амплітуд на один напрям  $\sum_{k=1}^n \overline{a_k}$ , можливо знайти, при яких  $\sum_{k=1}^n \overline{a_k}$  мають макси-

мальне значення мажорні гармоніки (для 6-циліндрового двигуна це – 2, 4, 6 гармоніки).

## Висновки

1. Точність та достовірність результатів технічного діагностування дизельних двигунів і двигунів внутрішнього згоряння безпосередньо пов'язана зі способом врахування при визначенні ступеня нерівномірності частоти обертання валопроводу власних та вимушених крутильних коливань.

2. Методика визначення крутильних коливань валопроводу двигуна складається з послідовності виконання наступних кроків, пов'язаних із:

- заміною реального валопроводу приведеною розрахунковою схемою;
- визначенням амплітуд та частот власних крутильних коливань;
- визначенням моменту, що обертає;
- визначенням амплітуд та частот вимушених крутильних коливань;
- визначенням небезпечних резонансних режимів.

3. Визначення частоти і амплітуди крутильних коливань дозволяє не тільки уникнути помилок при знаходженні ступеня нерівномірності частоти, але й з'ясувати можливість сумісної роботи дизеля й генератора та при необхідності прийняти міри, які дозволяють уникнути наслідків небезпечних резонансів. До таких мір слід віднести збільшення жорсткості валопроводу, зменшення моментів інерції деталей, що обертають, встановлення спеціальних гасників крутильних коливань та використання в регуляторах частоти обертання демпфуючих пристроїв.

## Список літератури

1. Мигаль В.Д. Техническая диагностика автомобилей: справочное пособие в 6 томах. Том 4. Средства диагностирования (Книга 1) / В.Д. Мигаль. –Х.: Майдан, 2012. – 596 с.
2. Диагностика и техническое обслуживание машин / А.Д. Ананьин, В.М. Михлин, И.И. Габитов и др. – М.: – 2008. – 432 с.
3. Губертус Г. Диагностика дизельных двигателей / Г. Гунтер; пер. с нем. Ю.Г. Грудского. – М.: ЗАО “КЖИ За рулем”, 2004. – 176 с.
4. Мигаль В.Д. Техническая диагностика автомобилей. Теоретические основы / В.Д. Мигаль. – Х.: “Майдан”, 2014. – 516 с.
5. Абаимов Р.В. Диагностирование автомобильного транспорта / Р.В. Абаимов, П.А. Малашук. – Сыктывкар: СЛИ, 2007. – 72 с.
6. Уайт Ч. Диагностика двигателя. Коды неисправностей / Чарльз Уайт. – Изд. Алфамер Паблишинг ЗАО, 2003. – 256с.
7. Кузнецов А.С. Техническое обслуживание и диагностика двигателя внутреннего сгорания / А.С. Кузнецов – М.: “Академия”, 2011. – 80 с.
8. Кузнецов А. С. Техническое обслуживание и ремонт автомобиля. Ч1 / А. С. Кузнецов. – М.: “Академия”, 2013. – 368 с.
9. Гроэ Х. Бензиновые и дизельные двигатели / Х. Гроэ, Г. Русс; пер. с нем. ЧМП РИА “GMM-пресс”. – М.: ООО Изд. “За рулем”, 2013. – 272 с.
10. Саблиев Д.М. Диагностика неисправностей автомобиля / Д.М. Саблиев. – М.: Феникс, 2009. – 256 с.
11. Орлин А.С. Двигатели внутреннего сгорания. Изд. 4-е перераб. и дополн. / А.С. Орлин., М.Г. Круглов. – М.: Машиностроение, 1990. – 289 с.

12. Спичкин Г.В. Практикум з діагностування автомобілів / Г.В.Спичкин, А.М. Третьяков. – М.: Вища школа, 1986. – 68 с.
13. Источники и первичные преобразователи энергии / В.К. Терещенков, Б.Т. Кононов, В.П. Морозов, Г.И. Волков, Л.М. Крутий, В.М. Тятый. – МО СССР, 1979. – 554 с.
14. Кононов Б.Т. Вибір показника для оцінювання технічного стану дизель-генератора / Б.Т. Кононов, О.І. Бондаренко // Збірник наукових праць Харківського національного університету Повітряних Сил. – 2017. – № 3(52). – С. 113-117.

## References

1. Migal, V.D. (2012), “*Technicheskaya diagnostika avtomobilei: spravochnoe posobie v 6 tomach. Tom 4. Sredstva diagnostirovaniya. Kniga 1.*” [Technical diagnostics of cars: the handbook in 6 volumes. Volume 4. Diagnostic devices (Book 1)], Maidan, Kharkiv, 596 p.
2. Ananyin, A.D., Mikhlin, V.M. and Gabitov, I.I. (2008), “*Diagnostika i technicheskoe obslyzhuvanie mashine*” [Diagnostics and maintenance of cars.], Akademiya, Moscow, 432 p.
3. Gubertus, G. (2004), “*Diagnostika dyzelnyh dvigateley*” [Diagnostika of diesel engines], KZHI Za rulem, Moscow, 176 p.
4. Migal, V.D. (2014), “*Technicheskaya diagnostika avtomobilei. Teoreticheskie osnovy*” [Technical diagnostics of cars Theoretical bases], Maidan, Kharkiv, 516 p.
5. Abaimov, R.V. and Malashchuk, P.A. (2007), “*Diagnostirovanie avtomobilnogo transporta*” [Diagnosing of the motor transport], SLI, Syktyvkar, 72 p.
6. Whyte, C. (2003), “*Diagnostika dvigatelya. Kody neispravnostey*” [Diagnostics of the engine. Codes of malfunctions], Publishing house: Alfamer Publishing of closed joint stock company, 256 p.
7. Kuznezov, A.S. (2011), “*Technicheskoe obsluzhivaniye i diagnostika dvigatelya vnutrennego sgoraniya*” [Maintenance and diagnostics of the internal combustion engine], Academy, Moscow, 80 p.
8. Kuznezov, A.S. (2013), “*Technicheskoe obsluzhivaniye i remont avtomobilya*” [Maintenance and car repairs], “Akademiya”, Moscow, 368 p.
9. Groe, Ch. and Russ, G. (2013), “*Benzinovyie i dizelnyie dvigateli*” [Petrol and diesel engines], Za rulem Publishing House, Moscow, 272 p.
10. Sabliyev, D.M. (2009), “*Diagnostika neispravnostey avtomobilya*” [Diagnostics of malfunctions of the car], Phoenix, Moscow, 256 p.
11. Orlin, A.S. and Kruglov, M.G. (1990), “*Dvigateli vnutrennego sgoraniya*” [Internal combustion engines], Mechanical engineering, Moscow, 289 p.
12. Spichkin, G.V. and Tretyakov, A.M. (1986), “*Praktikum z diagnostovaniya avtomobilya*” [Praktikum diagnostics of cars], Vishcha school, Moscow, 68 p.
13. Tereshchenkov, V.K., Kononov, B.T., Morozov, V.P., Volkov, G.I., Kruty, L.M. and Tyaty, V.M. (1979), “*Istochniki i pervichnyie preobrazovateli energii*” [Sources and primary converters of energy], DD USSR, 554 p.
14. Kononov, B.T. and Bondarenko, O.I. (2017), “*Vubir pokaznyka dlya ozinuyvannya techichnogo stany dyzel-generatora*” [Choise of index for estimation of the technical state dyzel-generator], *Scientific Works of Kharkiv National Air Force University*, pp. 113-117.

Надійшла до редколегії 7.11.2018

Схвалена до друку 11.12.2018

### Відомості про авторів:

#### Кононов Борис Тимофійович

доктор технічних наук професор  
професор кафедри  
Харківського національного університету Повітряних Сил  
ім. І. Кожедуба,  
Харків, Україна  
<https://orcid.org/0000-0003-4252-6708>

#### Мусаїрова Юлія Дмитрівна

Ад'юнкт  
Харківського національного  
університету Повітряних Сил ім. І. Кожедуба,  
Харків, Україна  
<https://orcid.org/0000-0002-7188-2085>

#### Нечаус Андрій Олександрович

кандидат технічних наук  
старший викладач кафедри  
Харківського національного  
університету Повітряних Сил ім. І. Кожедуба,  
Харків, Україна  
<https://orcid.org/0000-0001-8833-0802>

### Information about the authors:

#### Boris Kononov

Doctor of Technical Sciences Professor  
Professor of Department  
of Ivan Kozhedub Kharkiv  
National Air Force University,  
Kharkiv, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0003-4252-6708>

#### Yulia Musairova

Doctoral Student  
of Ivan Kozhedub Kharkiv  
National Air Force University,  
Kharkiv, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0002-7188-2085>

#### Andrii Nechaus

Candidate of Technical Sciences  
Senior Instructor  
of Ivan Kozhedub Kharkiv  
National Air Force University,  
Kharkiv, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0001-8833-0802>

## МЕТОДИКА УЧЕТА КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ СТЕПЕНИ НЕРАВНОМЕРНОСТИ ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ ВАЛА ДИЗЕЛЬ-ГЕНЕРАТОРА

Б.Т. Кононов, Ю.Д. Мусаирова, А.А. Нечаус

*В статье рассматривается методика учета крутильных колебаний при определении степени неравномерности частоты вращения вала дизель-генератора, в котором находятся частоты и амплитуды собственных крутильных колебаний шестицилиндрового дизель-генератора, который используется в качестве автономного или резервного источника электрической энергии военных электростанций. Предметом изучения в статье является анализ крутильных колебаний валопровода дизель-генератора и определение амплитуд и частот свободных и вынужденных колебаний и выяснение влияния крутильных колебаний на определение степени неравномерности частоты вращения вала. В статье выясняются причины возникновения крутильных колебаний. И объясняются предложенные аналитические соотношения, использование которых позволит найти частоты и формы крутильных колебаний. Процесс крутильных колебаний описывается с помощью системы дифференциальных уравнений равновесия моментов, решение которых позволяет определить частоты и формы собственных колебаний валопровода. Для определения частот и форм вынужденных колебаний найдены зависимости перемещения поршня от угла поворота вала и определенной зависимости сил инерции и газовых сил. Выражение для момента движения представлено в виде ряда гармонических составляющих. Полученные в результате расчетов значения частот и форм крутильных колебаний позволяют найти опасные резонирующие гармоники и учитывать их влияние при определении степени неравномерности частоты вращения вала дизель-генератора. Предложенные рекомендации позволяют повысить точность при определении технического состояния дизель-генератора путем измерения степени неравномерности частот вращения его валопровода.*

**Ключевые слова:** *степень неравномерности частоты вращения вала дизель-генератора, частоты и амплитуды крутильных колебаний, моменты инерции движущихся масс, крутильные жесткости участков валопровода.*

## TECHNIQUE OF ACCOUNTING OF TORSIONAL FLUCTUATIONS WHEN DETERMINING DEGREE OF UNEVENNESS OF FREQUENCY OF ROTATION OF THE SHAFT OF THE DIESEL GENERATOR

B. Kononov, Yu. Musairova, A. Nechaus

*In article the technique of accounting of torsional fluctuations when determining degree of unevenness of frequency of rotation of a shaft of the diesel generator in which there are frequencies and amplitudes of own torsional fluctuations of the six-cylinder diesel generator which is used as an autonomous or reserve source of electric energy of military power plants is considered. Studying subject in article is the analysis of torsional fluctuations of the shaft line of the diesel generator and determination of amplitudes and frequencies of the free and compelled fluctuations and clarification of influence of torsional fluctuations on definition of degree of unevenness of frequency of rotation of a shaft. In article, the causes of torsional fluctuations are investigated. Also the offered analytical ratios which use will allow to find frequencies and forms of torsional fluctuations speak. Process of torsional fluctuations is described by means of the system of the differential equations of balance of the moments which solution allows to determine frequencies and forms of own fluctuations of the shaft line. For determination of frequencies and forms of the compelled fluctuations dependences of movement of the piston on an angle of rotation of a shaft and a certain dependence of forces of inertia and gas forces are found. Expression for the moment of the movement is presented in the form of a number of harmonious components. The values of frequencies and forms of torsional fluctuations received as a result of calculations allow to find the dangerous resounding harmonicas and to consider their influence when determining degree of unevenness of frequency of rotation of a shaft of the diesel generator. The offered recommendations allow to increase accuracy when determining technical condition of the diesel generator by measurement of degree of unevenness of frequencies of rotation of his shaft line.*

**Keywords:** *degree of unevenness of frequency of rotation of a shaft of the diesel generator, frequency and amplitude of torsional fluctuations, moments of inertia of moving masses, torsional rigidity of sites of the shaft line.*