

Л.Д. Величко, М.І. Войтович, М.І. Сорокатий

Національна академія сухопутних військ ім. гетьмана П. Сагайдачного, Львів

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ВЕЛИЧИН СИЛИ ЛОБОВОГО ОПОРУ ПОВІТРЯ РУХОВІ СНАРЯДУ

В статті досліджується математична модель визначення функціональної залежності величини сили лобового опору повітря рухові снаряду від його швидкості, маси та калібру, температури і густини повітря, атмосферного тиску, швидкості звуку в повітрі. Функціональна залежність, хоча має однакову форму запису при русі снаряду з надзвуковою або дозвуковою швидкостями, однак значення їх коефіцієнтів є різними. Для визначення величин цих коефіцієнтів розв'язується обернена задача динаміки, тобто знаючи результати експериментальних досліджень для даного типу снаряду методом ітерації підбираються їхні значення. На основі визначеної функціональної залежності можна досліджувати вплив детермінованих і недетермінованих чинників на кінематичні параметри руху снаряду.

Ключові слова: артилерія, зовнішня балістика снарядів, сила лобового опору повітря, температури повітря та заряду.

Вступ

Постановка проблеми. Значення параметрів руху снаряду в просторі залежить від багатьох факторів: форми снаряду, його маси та дульної швидкості, температури повітря та заряду, атмосферного тиску, величини і напрямку швидкості вітру та інших факторів. Основними силами, які впливають на динаміку руху снаряду, є вага снаряду та сила лобового опору повітря.

Функціональну залежність лобового опору від швидкості та балістичного коефіцієнту снаряду визначали на основі експериментальних досліджень. Потім, на їх основі, методом інтерполяції, визначали величини поправок, які обумовлені нестандартними умовами стрільби. Однак, отримані значення поправок не завжди кількісно співпадали з практикою їх застосування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питанню досліджень зовнішньої балістики куль та снарядів присвячена велика кількість книг та статей.

В основному розглядався рух артилерійських снарядів у повітрі та вплив на його динаміку різних чинників. Базові положення основ зовнішньої балістики снарядів висвітлені, наприклад, у [1–3; 6–11]. У цих роботах, переважно, сила лобового опору описувалась залежністю

$$R = \frac{\rho V^2}{2} \frac{\pi d^2}{4} i c_x \left(\frac{V}{a} \right),$$

де R – сила лобового опору повітря; V – швидкість снаряда; ρ – густина повітря; $\frac{V}{a}$ – число Маха; a – швидкість звуку в повітрі; d – калібр снаряда; i – коефіцієнт форми снаряда; $c_x \left(\frac{V}{a} \right)$ – еталонна функція лобового опору.

В статтях [4–5] досліджується зовнішня балістика

куль. В цих роботах величина сили лобового опору повітря рухові кулі має однаковий вигляд при русі кулі з надзвуковою або дозвуковою швидкостями проте відрізняється величинами певних коефіцієнтів.

Функціональну залежність величини сили лобового опору повітря від швидкості та інших параметрів визначити тільки аналітичними методами неможливо. Однак, для дослідження впливу детермінованих та недетермінованих чинників на кінематичні параметри руху снаряду, є необхідне знання функціональної залежності величини сили лобового опору від них. **Метою статті** є встановлення цієї залежності, використовуючи результати експериментальних досліджень та співставлення отриманих теоретичних результатів з ними.

Виклад основного матеріалу

Згідно проведених теоретичних та експериментальних досліджень величина сили лобового опору повітря суттєво залежить від того, чи швидкість руху снаряду є надзвуковою, чи – дозвуковою.

На першому етапі звукові хвилі не збурюють повітря перед снарядом в процесі лету, оскільки його швидкість більша від швидкості поширення звукових хвиль у повітрі.

На другому – швидкість звукових хвиль більша від швидкості снаряду і тому повітря перед ним перебуває під їх впливом.

Базуючись на цих твердженнях, логічно функціональну залежність сили лобового опору повітря від швидкості руху снаряду визначати окремо для першого і другого етапів, тобто зміну його величини описувати формулою

$$R(t) = c_x \rho_a s_x (V(t))^{2+\gamma_i} \left(\frac{V(t)}{V_s} \right)^{\beta_i}, \quad (1)$$

де c_x – коефіцієнт, який враховує аеродинамічність форми снаряду та пропорційності; ρ_a – густина повітря і його величина є змінною; s_x – максимальна площа поперечного перерізу снаряду площиною перпендикулярною до напрямку його швидкості; $V(t)$ – швидкість снаряду в довільний момент часу; V_s – величина швидкості звуку в повітрі, яка залежить від деяких факторів; γ_i ($i=1,2$) і β_i ($i=1,2$) – коефіцієнти, значення яких визначають використовуючи результати експериментальних досліджень, і їх величини є різними при надзвуковій ($i=1$) та дозвуковій швидкостях ($i=2$).

Вибираємо початок системи координат Oxz в точці вильоту снаряду. Вісь Ox розміщуємо в горизонті зброї та скеровуємо в напрямку цілі, а вісь Oz – вертикально вгору від центру Землі.

Густину речовини визначають з рівняння

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (2)$$

Рівняння Клапейрона-Менделєєва для повітря має вигляд

$$pV = \frac{mR_{un}T}{\mu}, \quad (3)$$

де p – атмосферний тиск повітря, V – його об'єм, m – маса повітря, $R_{un} = 8314 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}$ – універсальна газова стала, T – абсолютна температура повітря, $\mu = 28,96 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$ – умовна молярна маса повітря. З рівнянь (2) і (3) отримаємо, що густину повітря визначають з рівняння

$$\rho(z) = \frac{p(z)\mu}{R_{un}T(z)}. \quad (4)$$

Згідно проведених експериментальних досліджень встановлено, що температура повітря зменшується в середньому на $0,6328^{\circ}\text{C}$ із зміною висоти на 100 метрів [1]. Враховуючи це твердження запишемо, що абсолютна температури повітря змінюється із зміною висоти відповідно рівняння

$$T(z) = TK - 0,006328 z, \quad (5)$$

де TK – абсолютна температура повітря в точці розташування зброї.

Міжнародна барометрична формула визначення атмосферного тиску з врахуванням, що тиск дорівнює 760 мм рт. ст. при температурі 15°C , має наступний запис

$$p_0(z) = 101325 \left(1 - \frac{6,5z}{288000} \right)^{5,255}, \quad (6)$$

де z висота над рівнем моря і розмірність $[z] = \text{м}$.

Оскільки результати експериментальних досліджень приведені при тискові 750 мм рт. ст., тоді співвідношення (6) набуде вигляду

$$p(z) = 101325 \left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000} \right)^{5,255}, \quad (7)$$

де величину zp визначають з рівняння

$$zp = \frac{288000}{6,5} \left(1 - \left(\frac{750 \cdot 133,322}{101325} \right)^{\frac{1}{5,255}} \right)$$

і вона дорівнює $zp = 111,537 \text{ м}$.

Враховуючи залежності (4–5) і (7) отримаємо, що густина повітря змінюється в залежності від висоти за законом

$$\rho(z) = \frac{101325\mu}{R_{un}(TK - 0,006328 z)} \left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000} \right)^{5,255}. \quad (9)$$

Швидкість звуку в ідеальному газі залежить від його температури і її величина визначається згідно формули

$$V_s = \sqrt{\frac{kR_{un}T}{\mu}}, \quad (10)$$

де k – показник адіабати. Для повітря показник адіабати дорівнює $k = 1,4$.

Враховуючи (5) і (10) отримаємо, що для повітря зміна швидкості звуку в залежності від висоти, опишеться залежністю

$$V_s(z) = \sqrt{\frac{kR_{un}}{\mu} (T_0 - 0,006328 z)} = 20,048 (TK - 0,006328 z)^{0,5}. \quad (11)$$

На основі залежностей (1; 9; 11) отримаємо, що сила опору повітря рухові снаряду в залежності від висоти та швидкості матиме вигляд

$$R(t) = \frac{c_x s_x \mu \cdot 101325}{R_{un}} \left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000} \right)^{5,255} \cdot \frac{(V(t))^{2+\gamma_i+\beta_i}}{20,048^{\beta_i} (TK - 0,006328 z(t))^{1+0,5\beta_i}}. \quad (12)$$

Під час руху снаряду в повітрі на нього діють сили: вага снаряду – \vec{P} і лобовий опір повітря – \vec{R} .

На основі другого закону динаміки запишемо рівняння

$$m \vec{a} = \vec{P} + \vec{R}, \quad (13)$$

де m – маса снаряду, a – його пришвидшення.

Проектуючи рівняння (13) на осі координат отримаємо

$$m \ddot{x} = -R \cos \theta, \quad (14)$$

$$m \ddot{z} = -mg - R \sin \theta, \quad (15)$$

де $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння тіла; θ – кут нахилу швидкості снаряду до горизонту в довільний момент часу.

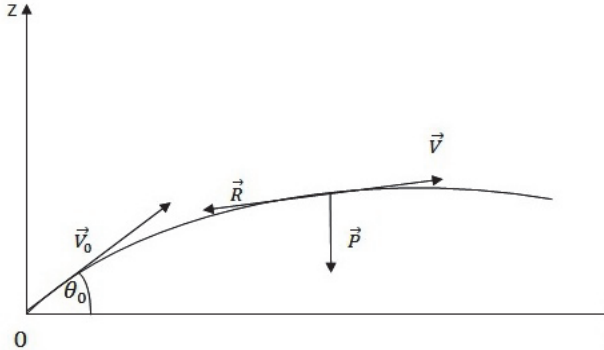


Рис. 1. Схема руху снаряду в повітрі

Враховуючи, що

$$\cos \theta = \frac{V_x}{V}, \quad \sin \theta = \frac{V_z}{V}, \quad V_x(t) = \dot{x}(t), \quad V_z(t) = \dot{z}(t)$$

і

$$V(t) = \sqrt{(\dot{x}(t))^2 + (\dot{z}(t))^2}, \quad (16)$$

залежності (14) і (15) набудуть вигляду

$$m \ddot{x} = -R \frac{V_x(t)}{V(t)}, \quad (17)$$

$$m \ddot{z} = -mg - R \frac{V_z(t)}{V(t)}, \quad (18)$$

або

$$m \ddot{x} = - \frac{c_x s_x \mu}{R_{un}} \frac{101325}{\left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000}\right)^{5,255}} \cdot \frac{\left((\dot{x}(t))^2 + (\dot{z}(t))^2\right)^{0,5(1+\gamma_i+\beta_i)} \cdot \dot{x}(t)}{20,048 \beta_i (T_0 - 0,006328 z(t))^{1+0,5\beta_i}}, \quad (19)$$

$$m \ddot{z} = -mg - \frac{c_x s_x \mu}{R_{un}} \frac{101325}{\left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000}\right)^{5,255}} \cdot \frac{\left((\dot{x}(t))^2 + (\dot{z}(t))^2\right)^{0,5(1+\gamma_i+\beta_i)} \cdot \dot{z}(t)}{20,048 \beta_i (T_0 - 0,006328 z(t))^{1+0,5\beta_i}}. \quad (20)$$

Отже, для визначення кінематичних параметрів руху снаряду необхідно розв'язувати систему диференціальних рівнянь (19–20), враховуючи початкові умови:

$$\begin{aligned} x(0) &= 0, \quad \dot{x}(0) = V_0 \cos \alpha, \\ z(0) &= 0 \quad \text{і} \quad \dot{z}(0) = V_0 \sin \alpha, \end{aligned} \quad (21)$$

де V_0 – початкова швидкість снаряду, α – кут прицілювання.

Під час проведення експериментальних досліджень отримано числові значення, які наведені в таблиці стрільби [12]: D – горизонтальна дальність на яку здійснюються постріл; α – кут прицілювання; θ_c – кут підходу снаряду до цілі (нахилу дотичної до траєкторії в точці розриву); T_c – тривалість лету; V_c – швидкість снаряду в точці падіння; Y_s – висота траєкторії.

Отже, базуючись на значеннях величин D , V_0 , α , θ_c , T_c , V_c і Y_s , необхідно розв'язати обернену задачу динаміки, тобто визначити функціональну залежність величини сили лобового опору повітря руху снаряду.

Оскільки, аналітичний розв'язок системи диференціальних рівнянь (19) і (20) з початковими умовами (21) та врахуванням результатів експериментальних досліджень отримати проблематично, то визначення значень коефіцієнтів c_x , γ_i і β_i , які дозволяють описати силу лобового опору повітря при надзвуковій та дозвуковій швидкостях снаряду, здійснюють методом ітерації.

Розглянемо динаміку руху снаряду ОФ45 калібру 152 мм з випущеного з гаубиці 2А65. Вихідні значення параметрів наступні: маса снаряду $m = 43,56 \text{ кг}$, калібр $d = 152 \text{ мм}$, площа поперечного перерізу $s = \pi \cdot 0,077^2 \text{ м}^2$, тиск повітря $p_0 = 750 \cdot \text{мм рт ст} = 99991,5 \text{ Па}$, температура повітря $TK = 288 \text{ К}$.

При використанні заряду четвертого початкова швидкість снаряду $V_0 = 387 \text{ м/с}$ і вона є більшою від швидкості звуку в повітрі при температурі $TK = 288 \text{ К}$. Методом ітерації вибрали такі значення величин $c_x = 0,241$, $\gamma_1 = -0,083$ і $\beta_1 = -0,155$, які дозволили отримати незначну розбіжність між кінематичними параметрами руху снаряду визначених теоретичним і експериментальним методами.

В табл. 1: $\theta_{0\text{exp}}$ – експериментальне значення кута між початковою швидкістю снаряду та горизонтом зброї, вказана в тисячних; t_{exp} – експериментальна тривалість лету снаряду, V_{exp} – експериментальна швидкість приземлення снаряду, θ_0 – теоретичне значення кута між початковою швидкістю снаряду та горизонтом зброї, вказаний в радіанах; t_k – теоретичне значення часу лету снаряду; \dot{x}_k і \dot{z}_k – проекції швидкості снаряду на відповідні осі координат в момент часу t_k ; V_k – теоретична швидкість снаряду в момент обнуління траєкторії; H –

теоретична максимальна висота лету снаряду; Δ – відносна різниця між теоретичними та експериментальними значеннями швидкості снаряду, в момент обнуління траєкторії, оцінена у відсотках. Після моментів часу $t_{1k} = 3,1822 - 4,7071$ с, величини яких залежить від кута θ_0 , теоретична швидкість кулі стає дозвуковою і тому на цьому етапі її лету величину сили опору повітря визначають викорис-

товуючи формулу (12), однак при значеннях параметрів γ_2 і β_2 . Їх величини вибираємо таким чином, щоб між теоретичними та експериментальними (22) результатами

$$V_s \geq V_{(n+1)00}, V_{(n+2)00}, V_{(n+3)00}, V_{(n+4)00}, \quad (22)$$

була незначна розбіжність.

Таблиця 1

Значення теоретичних і експериментальних кінематичних параметрів снаряду ОФ45 калібру 152 мм випущеного з гаубиці 2А65 при використанні заряду четвертого, на етапах лету з надзвуковою і дозвуковою швидкостями (скорочений вигляд)

$D, м$	$\theta_{0exp}, ^\circ$	$t_{exp}, с$	$V_{exp}, м/с$	$\theta_0, рад$	$t_k, с$	$\dot{x}_k, м/с$	$\dot{z}_k, м/с$	$V_k, м/с$	$H, м$	$\Delta, \%$
200	005	0,5	381	0,006616 (006)	0,5207	381,3	-2,6	381,3	0,33 (0,3)	0,071
400	012	1,1	375	0,013365 (012)	1,0493	375,6	-5,1	375,6	1,35 (1,3)	0,160
600	018	1,6	369	0,020256 (019)	1,5860	369,9	-7,7	370,0	3,08 (3,1)	0,271
800	025	2,1	364	0,027290 (026)	2,1311	364,3	-10,4	364,5	5,57 (5,6)	0,129
1000	032	2,7	358	0,034475 (033)	2,6849	358,8	-13,0	359,0	8,84 (8,8)	0,279
1200	039	3,3	353	0,041813 (040)	3,2474	353,3	-15,7	353,6	12,93 (13)	0,176
1400	046	3,8	348	0,049313 (047)	3,8192	347,8	-18,4	348,3	17,89 (18)	0,083
1600	053	4,4	343	0,056981 (054)	4,4004	342,4	-21,2	343,0	23,75 (24)	0,015
1800	061	5,0	339	0,064822 (062)	4,9911	337,6	-24,0	338,5	30,56 (31)	-0,147
2600	093	7,4	324	0,097867 (093)	7,4294	323,0	-35,7	325,0	68,00 (68)	0,312
3200	118	9,4	316	0,124342 (119)	9,3359	313,4	-44,9	316,6	107,7 (107)	0,174
4000	154	12	308	0,161929 (155)	11,9845	301,7	-57,5	307,1	177,9 (178)	-0,286
4800	192	15	301	0,202285 (193)	14,7619	291,1	-70,6	299,5	270,4 (270)	-0,488
5600	234	18	295	0,245709 (235)	17,6818	281,2	-84,5	293,6	388,4 (388)	-0,475
6400	278	21	291	0,292665 (279)	20,7660	271,7	-99,0	289,2	536,3 (534)	-0,619
7200	326	24	287	0,343896 (328)	24,0501	262,4	-114,4	286,3	719,9 (715)	-0,258
8000	380	28	285	0,400620 (382)	27,5932	252,9	-130,9	284,8	947,9 (941)	-0,077
8800	442	32	283	0,465053 (444)	31,5028	242,8	-148,9	284,8	1236 (1230)	0,636
9200	478	34	283	0,501454 (479)	33,657	237,2	-158,7	285,4	1409 (1410)	0,855
9600	519	36	283	0,541985 (518)	36,0108	231,1	-169,4	286,5	1613 (1620)	1,247
10400	640	43	286	0,646685 (618)	41,8535	215,2	-195,5	290,7	2175 (2310)	1,654
10609	740	49	290	0,686221 (655)	43,9656	209,0	-204,8	292,6	2398 (2900)	0,907

Початковими умовами для системи диференціальних рівнянь (19) і (20), на етапі лету з дозвуковою швидкістю, є значення кінематичних параметрів снаряду в момент часу, коли його швидкість стає рівною швидкості звуку в повітрі. Це забезпечує поєднання етапів лету снаряду з надзвуковою та дозвуковою швидкостями.

Величину коефіцієнта, який враховує аеродинамічність форми снаряду та пропорційності, залишили без змін, тобто $c_x = 0,241$, а параметрам γ_2 і β_2 , на етапі лету снаряду з дозвуковою швидкістю, надали значення: $\gamma_2 = -0,131$ і $\beta_2 = 3,21$.

В табл. 1 у п'ятому стовпчику в дужках вказана величина θ_0 в тисячних, в десятому – максимальна висота траєкторії руху снаряду, яка приведена в таблицях стрільб [12]. Розбіжності між параметрами руху снаряду визначених теоретично і експериментально є в межах 1% і тільки при стрільбі на горизонтальну віддалі більшу 9200 метрів перевищує 1%.

На рис. 2 суцільною лінією вказано швидкість снаряду, в момент обнуління його траєкторії руху, визначеної експериментально і точковою кривою – теоретичним методом, залежно від повної горизонтальної віддалі, яку він подолав. Розмірності швидкостей $[V_{theo}] = \frac{m}{c}$ і $[V_{exp}] = \frac{m}{c}$, віддалі – $[x] = m$.

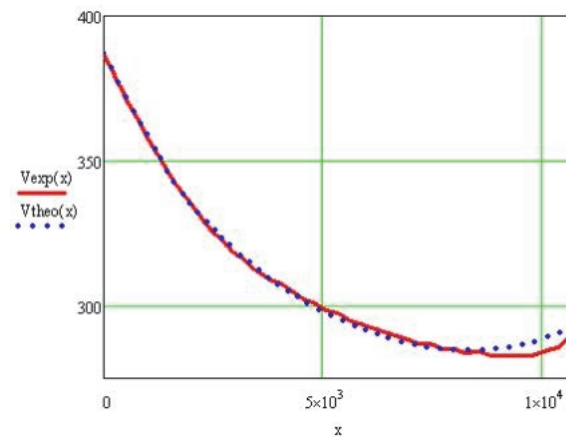


Рис. 2. Графіки зміни швидкості снаряду в момент обнуління траєкторії руху в залежності від повної горизонтальної віддалі

Вважаючи: густина повітря $\rho_a = 1,209 \frac{kg}{m^3}$,

швидкість звуку в повітрі $V_s = 340,225 \frac{m}{c}$, площа поперечного перерізу снаряду $s_x = 0,019 m^2$, графік зміни величини лобового опору повітря рухові снаряду, в залежності від його швидкості, представлено на рис. 3.

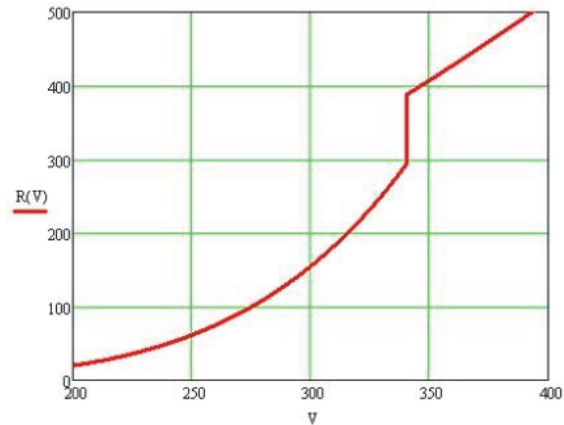


Рис. 3. Графік зміни величини сили лобового опору повітря рухові снаряду в залежності від його швидкості

Розмірність швидкості $[V] = \frac{m}{c}$, а сили лобового опору – $[R] = n$. Функція $R(V)$ має скачок першого роду, якщо швидкість снаряду дорівнює швидкості звуку. Так на ділянці руху снаряду з надзвуковою швидкістю $R(340,225) = 387,23 n$, а на ділянці – з дозвуковою швидкістю $R(340,225) = 292,72 n$

Висновки

Математична модель, що описана в статті, дозволяє визначити функціональну залежність між величиною сили лобового опору повітря та швидкістю кулі, температурою повітря, атмосферним тиском, швидкістю поширення звуку у повітрі.

Використовуючи цю залежність можна визначити вплив зміни цих величин на кінематичні параметри руху снаряду, а також їх залежність від дульної швидкості, величини кута прицілювання, швидкості вітру та інше.

Список літератури

1. Внешняя баллистика. Часть I / А.Д. Чернозубов, В.Д. Кириченко, И.И. Разин, К.В. Михайлов. – М.: Типография Артиллерийской инженерной академии, 1954. – 467 с.
2. Внешняя баллистика. Часть II / А.Д. Чернозубов, В.Д. Кириченко, И.И. Разин, К.В. Михайлов. – М.: Типография Артиллерийской инженерной академии, 1954. – 501 с.
3. Грабчак В.І. Аналіз існуючих та перспективних методів визначення сили опору повітря руху снарядів / В.І. Грабчак, С.В. Бондаренко // Військово-технічний збірник. – 2013. – № 2(9). – С. 13-19.
4. Ткачук П.П. Вплив вітру на зовнішню балістику кулі, випущеної із СВД / П.П. Ткачук, Л.Д. Величко, І.В. Горчинський // Військово-технічний збірник. – 2018. – № 19. – С. 43-49.

5. Величко Л.Д. Визначення величини сили лобового опору повітря кулі випущеної з кулеметів ПК, ПКБ, PKS і ПКТ / Л.Д. Величко, І.В. Горчинський // Військово-технічний збірник. – 2018. – № 18. – С. 26-30.
6. Theoretical and experimental research of supersonic missile ballistics / B. Zymunt, K. Motyl, B. Machowski, M. Makowski, E. Olejniczak, T. Rasztbiga // Bulletin of the Polish Academy Of Sciences. Technical Sciences. – 2015. – № 63(1). – P. 229-233. <https://doi.org/10.1515/bpasts-2015-0027>.
7. Stepanov E. The main problem of external ballistics / E. Stepanov, S.A. Vavilov // Computers Math. Applic. – 1997. – № 33(5). – P. 95-101. [https://doi.org/10.1016/S0898-1221\(97\)00022-9](https://doi.org/10.1016/S0898-1221(97)00022-9).
8. Cech V. Problem of the reference height of the projectile trajectory as a reduced meteo-ballistic weighting factor / V. Cech, L. Jedlicka, J. Jevicky // Defence Technology. – 2014. – № 10. – P. 131-140. <https://doi.org/10.1016/j.dt.2014.06.002>.
9. Liang Ke. Optimal design of the aerodynamic parameters for a supersonic two-dimensional guided artillery projectile / Ke Liang, Zheng Huang, Jing-min Zhang // Defence Technology. – 2017. – № 13. – P. 206-211. <https://doi.org/10.1016/j.dt.2017.05.003>.
10. Pincevičius Albertas. External ballistics task modeling features / Albertas Pincevičius, Vaclovas Jonevičius, Romualdas Baušys // Aviation. – 2011. – № 15(4). – P. 112-116. <https://doi.org/10.3846/16487788.2011.648311>.
11. Surdu George. Considerations on efficiency in experimental tests specific for projectiles of low caliber / George Surdu, Georgică Slămnouiu // Procedia Economics and Finance. – 2015. – № 32. – P. 899-905. [https://doi.org/10.1016/S2212-5671\(15\)01541-5](https://doi.org/10.1016/S2212-5671(15)01541-5).
12. Таблиці стрільби 152-мм причіпної гаубиці 2Ф65, 152-мм, самохідної гаубиці 2С19, ТС № У 00001. – Львів: НАСВ, 2017. – 760 с.

References

1. Chernozubov, A.D., Kyrychenko, A.D., Razin, I.I. and Mykhajlov, K.V. (1954), “Vneschnaya balistica. Chast I” [External ballistics. Part I], Printing house of the Artillery Engineering Academy, Moscow, 467 p.
2. Chernozubov, A.D., Kyrychenko, A.D., Razin, I.I. and Mykhajlov, K.V. (1954), “Vneschnaya balistica. Chast II” [External ballistics. Part II], Printing house of the Artillery Engineering Academy, Moscow, 501 p.
3. Grabchak, V.I. and Bondarenko, S.V. (2013), “Analiz isnuuyuchyh ta perspektyvnyh metodiv vyznachennya syly oporu povitrya ruchu snaryadiv” [Analysis of existing and perspective methods for determining the air resistance force of the projectiles movement], *Military Technical Collection*, No. 2(9), pp. 13-19.
4. Tkachuk, P.P., Velychko, L.D. and Horchynskiy, I.V. (2018), “Vplyv vitru na zovnishnu balistyku kuli vypeshchenoi z SVD” [Wind influence on the exterior ballistics of the bullet movement released from SVD], *Military Technical Collection*, No. 19, pp. 43-49.
5. Velychko, L.D. and Horchynskiy, I.V. (2018), “Vyznachennya velychyny syly lobovogo oporu povitrya kuli vypushchenoyi z kulmetiv PK, PKB, PKS i PКТ” [Determination of the air resistance force of the bullets released from PK, PKB, PKS and PКТ], *Military Technical Collection*, No. 18, pp. 26-30.
6. Zymunt, B., Motyl, K., Machowski, B., Makowski, M., Olejniczak, E. and Rasztbiga, T. (2015), Theoretical and experimental research of supersonic missile ballistics, *Bulletin of the Polish Academy Of Sciences Technical Sciences*, No. 63(1), pp. 229-233. <https://doi.org/10.1515/bpasts-2015-0027>.
7. Stepanov, E. and Vavilov S. (1997), The main problem of external ballistics, *Computers Math. Application*, No. 33(5), pp. 95-101. [https://doi.org/10.1016/S0898-1221\(97\)00022-9](https://doi.org/10.1016/S0898-1221(97)00022-9).
8. Cech, V., Jedlicka, L. and Jevicky, J. (2014), Problem of the reference height of the projectile trajectory as a reduced meteo-ballistic weighting factor, *Defence Technology*, No. 10, pp. 131-140. <https://doi.org/10.1016/j.dt.2014.06.002>.
9. Ke Liang, Zheng Huang and Jing-min Zhang (2017), Optimal design of the aerodynamic parameters for a supersonic two-dimensional guided artillery projectile, *Defence Technology*, No. 13, pp. 206-211. <https://doi.org/10.1016/j.dt.2017.05.003>.
10. Albertas Pincevičius, Vaclovas Jonevičius and Romualdas Baušys (2011), External ballistics task modeling features, *Aviation*, No. 15(4), pp. 112-116. <https://doi.org/10.3846/16487788.2011.648311>.
11. Surdu, George and Slămnouiu, Georgică (2015), Considerations on efficiency in experimental tests specific for projectiles of low caliber, *Procedia Economics and Finance*, No. 32, pp. 899-905. [https://doi.org/10.1016/S2212-5671\(15\)01541-5](https://doi.org/10.1016/S2212-5671(15)01541-5).
12. Tutorial (2017), “Tablyczy strelby 152-mm prychipnoi gaubytsi 2F65, 152-mm samohidnoi gaubytsi 2C19, TS № U 00001” [The firing tables 152 mm trailer sofa 2F65, 152 mm, self-propelled howitzers 2C19], Lviv, 760 p.

Надійшла до редколегії 28.01.2019

Схвалена до друку 5.03.2019

Відомості про авторів:

Величко Лев Дмитрович

кандидат фізико-математичних наук доцент
професор кафедри
Національної академії сухопутних військ
ім. гетьмана П. Сагайдачного,
Львів, Україна,
<https://orcid.org/0000-0003-0191-4843>

Войтович Микола Іванович

кандидат фізико-математичних наук доцент
професор кафедри
Національної академії сухопутних військ
ім. гетьмана П. Сагайдачного,
Львів, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-5593-6493>

Information about the authors:

Lev Velychko

Candidate of Physics and Mathematics Sciences
Associate Professor
Professor of the Department of Hetman
Petro Sakhajdachnyi National Army Academy,
Lviv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0003-0191-4843>

Mykola Voytovych

Candidate of Physics and Mathematics Sciences
Associate Professor
Professor of the Department of Hetman
Petro Sakhajdachnyi National Army Academy,
Lviv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-5593-6493>

Сорокати́й Микола Іванович

кандидат фізико-математичних наук доцент
професор кафедри
Національної академії сухопутних військ
ім. гетьмана П. Сагайдачного,
Львів, Україна
<https://orcid.org/0000-0003-4930-5836>

Mykola Sorokatiy

Candidate of Physics and Mathematics Sciences
Associate Professor
Professor of the Department of Hetman
Petro Sakhajdachnyi National Army Academy,
Lviv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0003-4930-5836>

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ВЕЛИЧИНЫ СИЛЫ ЛОБОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА ДВИЖЕНИЮ СНАРЯДА

Л.Д. Величко, М.И. Войтович, М.И. Сорокати́й

Теоретические исследования определения составляющих силы сопротивления воздуха движению снаряду есть определением сложным и не всегда достигается желательная точность расчётов. Основными методами их определения есть экспериментальные исследования. Наиболее распространённый – проведение специальных стрельб на полигонах. Этот метод даёт возможность наилучшим образом оценить силу лобового сопротивления воздуха. Однако, этого недостаточно. Поэтому, при стрельбе по наземным целям артиллерийскими снарядами используются таблицы стрельб, которые построены на основании экспериментальных исследований. В случае, когда стрельба ведётся при отличных от нормальных метеорологических условий необходимо вносить поправки. Формулы, для определения их величины, получены, в основном, разложением соответствующих зависимостей в ряд Тейлора с учетом первых его членов. Если величины параметров изменяются незначительно, то значения поправок дают малое расхождение с практикой их использования. Однако, в противоположных случаях – расхождения становятся существенными. В статье исследуется математическая модель определения функциональной зависимости величины силы лобового сопротивления воздуха движению снаряда от его скорости, массы и калибра, температуры и плотности воздуха, атмосферного давления, скорости звука в воздухе. Функциональная зависимость хотя и имеет тождественную форму записи при движении снаряда с дозвуковой или сверхзвуковой скоростями, но значения коэффициентов различные. Для определения их величин решается обратная задача динамики, то есть на основании результатов экспериментальных исследований для конкретного типа снаряда методом итерации подбираются их значения. На основании предложенной математической модели определялись кинематические параметры движения осколочно-фугасного снаряда ОФ45 калибра 152-мм заряд четвертый выпущенного с гаубицы 2А65. Расхождения между кинематическими параметрами движения снаряда определенных теоретически, с использованием предложенной математической модели, и экспериментально в границах 1% при стрельбе на горизонтальное расстояние менее 9200 метров. При стрельбе на расстояние 9400 – 10609 метров погрешность превышает 1%. Предложена математическая модель определения функциональной зависимости силы лобового сопротивления воздуха движению снаряда даёт возможность исследовать влияние детерминированных и недетерминированных переменных на кинематические параметры движения снаряда, то есть определять величины поправок, и разработать соответствующее программное обеспечение.

Ключевые слова: артиллерия, внешняя баллистика снарядов, сила лобового сопротивления воздуха, температура воздуха и заряда.

MATHEMATICAL MODEL DEFINITION THE FUNCTIONAL DEPENDENCE OF THE FORCE OF AIR DRAG ON THE MOVEMENT OF THE PROJECTILE

L. Velychko, M. Voytovych, M. Sorokatiy

Theoretical studies of determining the components of the air resistance forces of the projectiles are quite complex and do not always give the desired accuracy of calculations. Consequently, the main methods of their definition are experimental research. The most common is the carrying out of special firing at landfills. This method allows the best estimate of the strength of the air resistance, but this is not enough. Therefore, when firing on land targets artillery projectiles use firing tables, which are based on experimental research. In case of firing at different from normal meteorological conditions, it is necessary to make corrections. Formulas for determining their quantities are obtained, mainly, by the decomposition of the corresponding dependences in the Taylor series, taking into account its first members. If the values of the parameters change slightly, then the value of the corrections give a small difference with the practice of their application. However, in opposite cases, the differences become significant. The article deals with the mathematical model of the determination of the functional dependence of the magnitude of the frontal air resistance force on its velocity, mass and caliber, temperature and air density, atmospheric pressure, air velocity. Functional dependence, although it has the same form of recording when the projectiles move with supersonic or subsonic velocities, however, the values of their coefficients are different. To determine their values, the inverse problem of dynamics is solved, that is, knowing the results of experimental studies for a given type of projectiles by the iteration method, their values are selected. Based on the proposed mathematical model, the kinematic parameters of the motion of the fragmentation-explosive projectiles ОФ45 caliber of 152 mm the fourth charge released from the howitzers 2А65 were determined. The differences between the kinematic parameters of the projectiles motion which are determined theoretically, using the proposed mathematical model, and experimentally are within 1% when shooting at a horizontal distance of less than 9200 meters. When shooting at a distance of 9400 - 10609 meters, the error exceeds 1%. The proposed mathematical model for determining the functional dependence of the value of the frontal air resistance force of the projectiles movement allows us to investigate the influence of deterministic and non-deterministic factors on the kinematic parameters of the projectile movement, that is, to determine the magnitudes of corrections, and to create of appropriate software.

Keywords: artillery, external ballistics of projectiles, air resistance force, temperature of the air and of the charge.