

УДК 519.81:681.51

А.С. Мазманишвили, Т.Е. Александрова

Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

## ПОСТРОЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ БРОНЕТАНКОВОЙ ТЕХНИКИ

В статье предложена методика, которая позволяет произвести построение нормального марковского двумерного стационарного поля второго порядка, моделирующего поверхности движения объектов бронетанковой техники.

**Ключевые слова:** марковское двумерное стационарное поле, объекты бронетанковой техники.

### Введение

**Постановка задачи.** Оценка плавности хода объектов бронетанковой техники (ОБТ) производится путем моделирования возмущенного движения ОБТ по неровностям дороги. В работах [1 – 10] рассматриваются математические модели возмущенного прямолинейного движения ОБТ по поверхности синусоидального профиля, причем основное внимание уделяется исследованию резонансных явлений, в которых, возмущения, действующие со стороны грунта на поддресоренную часть ОБТ, достигают максимума.

В работах [11 – 13] рассматриваются задачи стохастического моделирования возмущенного движения ОБТ в условиях прямолинейного движения на поверхности случайного профиля, а работа [14] посвящена задаче моделирования прямолинейного движения ОБТ при различных профилях поверхности движения по правому и левому бортам ОБТ. Однако в последней работе эти профили предполагались некоррелированными, а движение ОБТ прямолинейным.

При рассмотрении плавности хода объектов бронетанковой техники в процессе криволинейного движения необходимо решить задачу пространственного моделирования двумерного поля на плоской поверхности с заданными стохастическими характеристиками.

В работе [15] решена задача построения нормального марковского двумерного поля (НМД-поля)  $h(x, y)$ , описываемого уравнением

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2\beta_x \frac{\partial}{\partial x} + \Omega_x^2 \right) \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2\beta_y \frac{\partial}{\partial y} + \Omega_y^2 \right) \times h(x, y) = \sigma_u u(x, y), \quad (1)$$

где  $h(x, y)$  – высота неровностей с координатами  $(x, y)$ , заданного в прямоугольнике  $\{x \in [0, a], y \in [0, b]\}$ ;  $u(x, y)$  – случайное поле, обладающее свойствами гауссовского двумерного «белого шума» единичной интенсивности;  $\sigma_u$  – интенсив-

ность поля «белого шума»;  $\beta_x, \Omega_x, \beta_y, \Omega_y$  – стохастические характеристики НМД-поля по координатам  $x$  и  $y$ .

**Целью настоящей работы** является отыскание значений величин  $\beta_x, \Omega_x, \beta_y, \Omega_y$  и  $\sigma_u$  для различных случайных поверхностей движения ОБТ, моделируемых НМД-полями, и построение соответствующих НМД-полей.

### Основная часть

В качестве граничных условий в (1) используем два нормальных процесса, реализующихся вдоль направлений  $x$  и  $y$ , и описываемых уравнениями

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2\delta_x \frac{\partial}{\partial x} + \Omega_x^2 \right) h(x, 0) &= \sigma_u u(x, 0); \\ \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2\delta_y \frac{\partial}{\partial y} + \Omega_y^2 \right) h(0, y) &= \sigma_u u(0, y), \end{aligned} \quad (2)$$

а начальным условием к ним будут значения случайной величины

$$h(0, 0) = \sigma_u u(0, 0),$$

где  $u(x, 0)$  – процесс «белого шума» с единичной интенсивностью, реализующийся вдоль направления  $x$ ;

$u(0, y)$  – процесс «белого шума» с единичной интенсивностью, реализующийся вдоль направления  $y$ ;

$h(x, 0)$  – случайный профиль поверхности, реализующийся вдоль направления  $x$ ;

$h(0, y)$  – случайный профиль поверхности, реализующийся вдоль направления  $y$ .

В работе [14] показано, что изменение во времени случайного микропрофиля дороги при прямолинейном движении ОБТ описывается уравнениями

$$T_1^2 \ddot{h}(t) + T_2 \dot{h}(t) + h(t) = K_\xi \xi(t), \quad (3)$$

где  $\xi(t)$  – процесс «белого шума» с единичной интенсивностью;

$T_1$  и  $T_2$  – постоянные времени, определяемые скоростью движения ОБТ и типом грунта (асфальтобетон, мостовая дорога, грунтовая дорога);

$K_\xi$  – коэффициент пропорциональности, причем постоянные времени  $T_1$  и  $T_2$  определяются соотношениями

$$T_1 = \frac{1}{\omega_p} \left( 1 - \frac{S_h(0)}{S_h(\omega)} \right)^{1/4};$$

$$T_2 = \frac{\sqrt{2}}{\omega_p} \left( 1 - \frac{S_h(0)}{S_h(\omega)} \right)^{1/2} \sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{S_h(0)}{S_h(\omega)}}},$$

где  $\omega_p$  – резонансная частота спектральной плотности  $S_h(\omega)$  случайной функции  $h(t)$ .

Значения постоянных времени  $T_1$ ,  $T_2$  и коэффициента  $K_\xi$  для различных видов поверхности движения приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения постоянных  $T_1$ ,  $T_2$   
и коэффициента  $K_\xi$

Скорость ОБТ	Асфальтобетон	Мостовая	Грунтовая
$3 \dot{\text{н}} \cdot \dot{\text{н}}^{-1}$	$T_1 = 0,750\dot{\text{н}}$ $T_2 = 0,646\dot{\text{н}}$ $K_\xi = 0,027$	$T_1 = 0,500\dot{\text{н}}$ $T_2 = 0,158\dot{\text{н}}$ $K_\xi = 0,056$	$T_1 = 0,313\dot{\text{н}}$ $T_2 = 0,198\dot{\text{н}}$ $K_\xi = 0,0024$
$6 \dot{\text{н}} \cdot \dot{\text{н}}^{-1}$	$T_1 = 0,375\dot{\text{н}}$ $T_2 = 0,323\dot{\text{н}}$ $K_\xi = 0,027$	$T_1 = 0,250\dot{\text{н}}$ $T_2 = 0,079\dot{\text{н}}$ $K_\xi = 0,056$	$T_1 = 0,156\dot{\text{н}}$ $T_2 = 0,099\dot{\text{н}}$ $K_\xi = 0,0924$
$9 \dot{\text{н}} \cdot \dot{\text{н}}^{-1}$	$T_1 = 0,250\dot{\text{н}}$ $T_2 = 0,215\dot{\text{н}}$ $K_\xi = 0,027$	$T_1 = 0,166\dot{\text{н}}$ $T_2 = 0,053\dot{\text{н}}$ $K_\xi = 0,056$	$T_1 = 0,104\dot{\text{н}}$ $T_2 = 0,066\dot{\text{н}}$ $K_\xi = 0,0924$

Предположим, что ОБТ движется прямолинейно вдоль направления  $x$  со скоростью  $v$ . Тогда можно записать зависимость, связывающую пройденный путь и затраченное время

$$x = vt. \quad (4)$$

Из соотношения (4) имеем для дифференциалов

$$dx = v dt; \quad dx^2 = v^2 dt^2. \quad (5)$$

С учетом соотношений (5) уравнение (3) может быть записано в виде

$$T_1^2 v^2 \frac{d^2}{dx^2} h(x) + T_2 v \frac{d}{dx} h(x) + h(x) = K_\xi \xi(x). \quad (6)$$

которое определяет высоту неровностей сечения, параллельного направлению  $x$ , как функцию пройденного пути  $x$  при заданной скорости  $v$ .

Значение резонансной частоты  $\omega_0$  спектральной плотности  $S_h(\omega)$  пропорционально скорости движения ОБТ  $v$ , следовательно, все коэффициенты дифференциального уравнения (6) в отличие от уравнения (3) постоянны.

Разделим обе части уравнения (6) на коэффициент при старшей производной. В результате имеем

$$\frac{d^2}{dx^2} h(x) + \frac{T_2}{T_1^2 v} \frac{d}{dx} h(x) + \frac{1}{T_1^2 v^2} h(x) = \frac{K_\xi}{T_1^2 v^2} \xi(x). \quad (7)$$

Сравнивая первое уравнение (2) с уравнением (7), запишем

$$\delta_x = \frac{T_2}{2T_1^2 v}; \quad \Omega_x^2 = \frac{1}{T_1^2 v^2}; \quad \sigma_x = \frac{K_\xi}{T_1^2 v^2}.$$

Допустим, что стохастические характеристики НМД-поля по направлениям  $x$  и  $y$  одинаковы. Тогда

$$\delta = \delta_x = \delta_y = \frac{T_2}{2T_1^2 v};$$

$$\Omega = \Omega_x = \Omega_y = \frac{1}{T_1 v};$$

$$\sigma_u = \sigma_x = \sigma_y = \frac{K_\xi}{T_1^2 v^2}. \quad (8)$$

Обозначим через  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  решения уравнения

$$\gamma^2 + 2\delta\gamma + \Omega^2 = 0, \quad (9)$$

тогда уравнение (1) можно записать в виде системы

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} + \gamma_1 \right) \left( \frac{\partial}{\partial y} + \gamma_1 \right) h_1(x, y) = \sigma_u u(x, y); \quad (10)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} + \gamma_2 \right) \left( \frac{\partial}{\partial y} + \gamma_2 \right) h(x, y) = h_1(x, y). \quad (11)$$

Решения уравнений (10) – (11) записываются в виде [15]

$$h_1(x, 0) = \exp(-\gamma_1 x) h(0, 0) + \sigma_u \int_0^x \exp[-\gamma_1(x-x')] u(x', 0) dx'; \quad (12)$$

$$h_1(0, y) = \exp(-\gamma_1 y) h(0, 0) + \sigma_u \int_0^y \exp[-\gamma_1(y-y')] u(0, y') dy'; \quad (13)$$

$$h_1(x, y) = \exp(-\gamma_1 x - \gamma_1 y) h(0, 0) + 2\gamma_1 \sigma_u \times \int_0^x \int_0^y \exp[-\gamma_1(x-x'+y-y')] u(x', y') dx' dy' +$$

$$+ \sqrt{2\gamma_1} \sigma_u \left\{ \int_0^x \exp[-\gamma_1(x-x')] u(x', 0) dx' + \int_0^y \exp[-\gamma_1(y-y')] u(y', 0) dy' \right\} \quad (14)$$

$$h(x, 0) = \exp(-\gamma_2 x)h(0, 0) + \sigma_u \int_0^x \exp[-\gamma_2(x-x')]h_1(x', 0)dx'; \quad (15)$$

$$h(0, y) = \exp(-\gamma_2 y)h(0, 0) + \sigma_u \int_0^y \exp[-\gamma_2(y-y')]h_1(0, y')dy'; \quad (16)$$

$$h(x, y) = \exp(-\gamma_2 x - \gamma_2 y)h_1(0, 0) +$$

$$+ \sqrt{2\gamma_2} \sigma_u \left\{ \int_0^x \exp[-\gamma_2(x-x')]h_1(x', 0)dx' + \int_0^y \exp[-\gamma_2(y-y')]h_1(0, y')dy' \right\}. \quad (17)$$

Воспользовавшись табл. 1 и соотношениями (8) и (9), составим новую таблицу, в которой приведены значения величин  $\delta$ ,  $\Omega$ ,  $\sigma_h$ , а также  $\gamma_1$  ( $\gamma_2 = \gamma_1^*$ ).

Таблица 2

Значения констант соотношений (12) – (17)

Тип поверхности	$\delta, \text{и}^{-1}$	$\Omega, \text{и}^{-1}$	$\sigma_h, \text{и}$	$\gamma_1, \text{и}^{-1}$
Асфальтобетон	0,191	0,444	0,0053	-0,192+j0,400
Мостовая	0,105	0,669	0,00243	-0,106+j0,661
Грунтовая дорога	0,337	1,065	0,1050	-0,337+j1,010

Используя соотношения (12) – (17) и алгоритм генерации НМД-поля в программной среде MathCAD, приведенный в работе [16], осуществим построение поля «белого шума»  $u(x, y)$  нулевого порядка и НМД-полей  $h(x, y)$  второго порядка, соот-

ветствующих различным типам поверхностей движения ОБТ.

Эти поля представлены на рис. 1 – 4 (шаг по координатам  $x$  и  $y$  составляет 1 м).

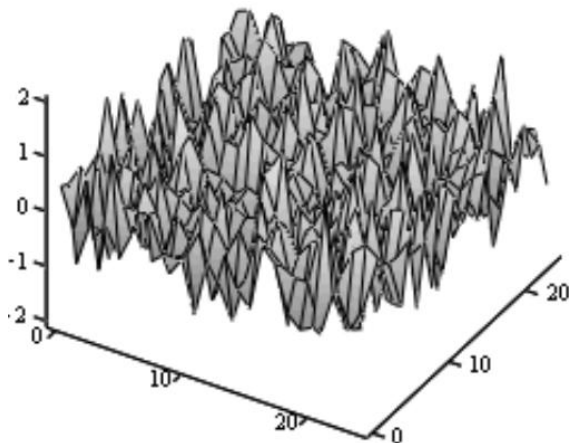


Рис. 1. Порождающее НМД-поле нулевого порядка  $u(x, y)$

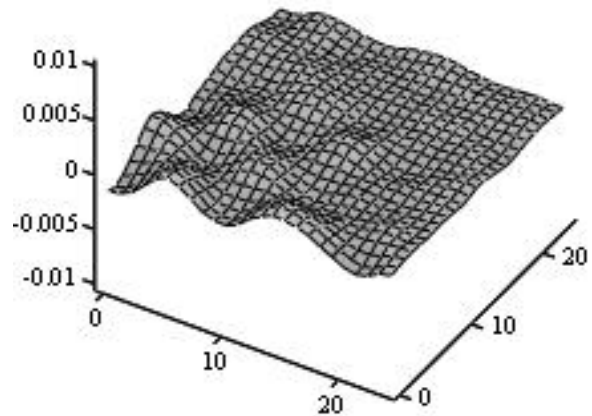


Рис. 3. Порожденное НМД-поле второго порядка  $h(x, y)$  (мостовая)

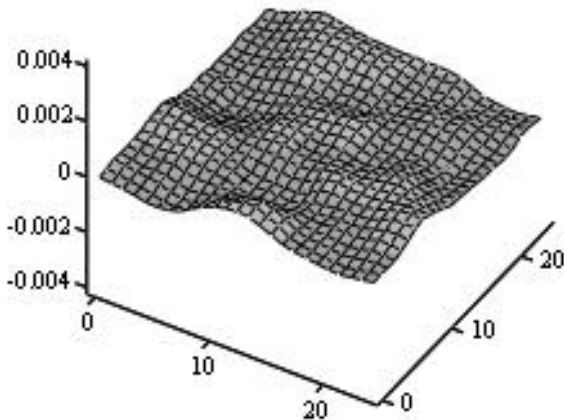


Рис. 2. Порожденное НМД-поле второго порядка  $h(x, y)$  (асфальтобетон)

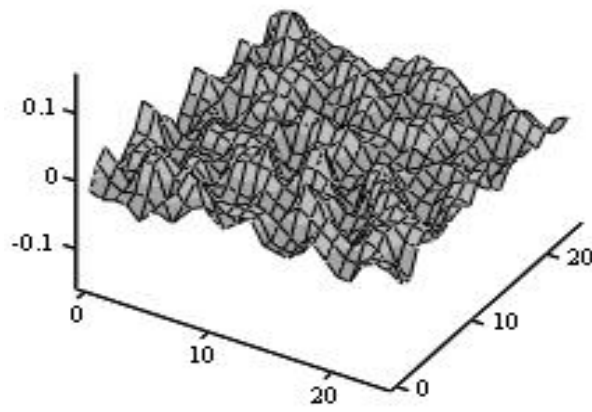


Рис. 4. Порожденное НМД-поле второго порядка  $h(x, y)$  (грунтовая дорога)

**Вывод**

Предложенная методика позволяет произвести построение нормального марковского двумерного стационарного поля второго порядка, моделирующего поверхности движения объектов бронетанковой техники.

**Список литературы**

1. Груздев Н.И. *Танки, теория* / Н.И. Груздев. – М.: Машигиз, 1944. – 402 с.
2. Буров С.С. *Конструкция и расчет танков* / С.С. Буров. – М.: АБТВ, 1973. – 602 с.
3. Балдин В.А. *Теория и конструкция танков* / В.А. Балдин. – М.: АБТВ, 1972. – 782 с.
4. Дмитриев А.А. *Теория и расчет нелинейных систем поддрессирования гусеничных машин* / А.А. Дмитриев, В.А. Чобиток, А.В. Тельминов. – М.: Машиностроение, 1975. – 448 с.
5. Забавников Н.А. *Теория транспортных гусеничных машин* / Н.А. Забавников. – М.: Машиностроение, 1974. – 442 с.
6. Аврамов В.П. *Динамика гусеничной транспортной машины при прямолинейном движении по неровностям* / В.П. Аврамов. – Х.: ХПИ, 1992. – 62 с.
7. Аврамов В.П. *Проходимость, поворот и потери в ходовой системе транспортной гусеничной машины* / В.П. Аврамов. – Х.: ХПИ, 1992. – 98 с.
8. Аврамов В.П. *Динамика гусеничной транспортной машины при установившемся движении по неровностям* / В.П. Аврамов, Н.Б. Калейчев. – Х.: Вища цикола, 1989. – 112 с.
9. Писарев В.П. *Проектирование ходовых систем быстроходных гусеничных машин* / В.П. Писарев. – Х.: НТУ “ХПИ”, 2002. – 218 с.
10. Дуценко В.В. *Математическое моделирование колебаний поддрессированного корпуса многоопорной колесной машины* / В.В. Дуценко, И.И. Якименко // *Механіка та машинобудування*. – 2004. – №2. – С. 139-147.

11. Силаев А.А. *Спектральная теория поддрессирования транспортных машин* / А.А. Силаев. – М.: Машиностроение, 1972. – 192 с.

12. Туренко А.Н. *Системотехника транспорта* / А.Н. Туренко, Н.Я. Говоруценко. – Х.: ХНАДУ, 1998. – 255 с.

13. *Динамика транспортно-тяговых колесных и гусеничных машин* / Е.Е. Александров, А.Т. Лебедев, А.Н. Туренко и др. – Х.: ХНАДУ, 2001. – 642 с.

14. Александрова Т.Е. *Имитационное моделирование внешних возмущений, действующих на танковую пушку* / Т.Е. Александрова, И.Е. Александрова, С.Н. Беляев // *Механіка та машинобудування: науково-технічний журнал*. – 2011. – № 1. – С. 43-50.

15. Мазманишвили А.С. *Стохастическое моделирование случайных поверхностей движения объектов бронетанковой техники* / А.С. Мазманишвили, Т.Е. Александрова // *Системи обробки інформації*. – 2012. – № .2(100). – С. 63 - 66.

16. Мазманишвили А.С. *Моделирование марковских случайных последовательностей и алгоритм генерации однородного двумерного марковского поля* / А.С. Мазманишвили, В.Е. Щербань // *Электронное моделирование: науково-технічний журнал*. – 1996. – Т. 18, № 2. – С. 93-95.

Поступила в редколлегию 14.02.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. М.Л. Подригало, Харьковский национальный автомобильный университет, Харьков.

**ПОБУДОВА ВИПАДКОВИХ ПОВЕРХОНЬ РУХУ ОБ'ЄКТІВ  
БРОНЕТАНКОВОЇ ТЕХНІКИ**

А.С. Мазманішвілі, Т.Е. Александрова

*Запропонована методика дозволяє провести побудову нормального марківського двовимірного стаціонарного поля другого порядку, що моделює поверхні руху об'єктів бронетанкової техніки.*

**Ключові слова:** марківське двовимірне стаціонарне поле, об'єкти бронетанкової техніки.

**CONSTRUCTION OF CASUAL SURFACES OF OBJECTS MOTION  
OF ARMOURED TECHNIQUE**

A.S. Mazmanishvili, T.E. Aleksandrova

*The offered method allows to make the construction of the normal markovian двумерного stationary field the second order, designing the surfaces of motion of objects of armoured technique.*

**Keywords:** markovian two-dimensional stationary field, objects of armoured technique.