

УДК 621.395

Ю.И. Лосев, С.И. Шматков, К.М. Руккас, В.С. Щебенюк

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА МУЛЬТИМАРШРУТНОГО ОБМЕНА ДАННЫМИ ТИПА "ТОЧКА – ТОЧКА" В АДАПТИВНЫХ КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЯХ

В статье разрабатывается математическая модель информационного процесса мультимаршрутного обмена данными типа "точка – точка" в адаптивных компьютерных сетях. Предложенная модель позволяет определить время и скорость передачи сообщений и учитывает влияние на скорость передачи данных использование нескольких маршрутов, состояние каналов, необходимость введения дополнительной избыточности как при условии полной информации о состоянии сети, так и при наличии неопределенности.

Ключевые слова: мультимаршрутная передача, компьютерные сети, времяпараметризованная параллельная обработка.

Введение

Постановка задачи. Перспективным путем повышения эффективности распределенных вычислительных сетей является адаптивная организации

как решения задач пользователя, так и организация управления этими сетями на основе времяпараметризованной мультипараллельной обработки. Создание таких систем предъявляет новые требования к компьютерным сетям.

Такими требованиями являются: необходимость обеспечения мультипараллелизма решения вычислительных задач и задач управления; временная параметризация вычислительного процесса и процесса управления; организация адаптивного управления и временной синхронизации время параметризованных параллельных процессов.

Цель статьи. Для удовлетворения приведенным требованиям необходима разработка новых моделей и методов оптимизации обработки и обмена сообщениями. Применение этих моделей и методов должно обеспечить решение сетью задач времяпараметризованной параллельной обработки, адаптации к изменениям решаемых задач, требований пользователя и структуры сети.

Решение указанных задач необходимо обеспечить при имеющихся ограничениях на ресурсы сети, которые оказывают существенное влияния на такие важные показатели сети, как время доставки, вероятность доставки за заданное время и достоверность.

Анализ последних исследований и публикаций. В настоящее время описаны математические модели многопутевого обмена данными типа "точка – точка", основанные на теории графов и теории массового обслуживания [1-6]. Проведенный анализ указанных работ показывает, что описанные модели обеспечивают возможность оценки основных вероятностно-временных характеристик при ограничениях на входящий поток заявок. При использовании этих моделей невозможен учет особенностей применяемого протокола; отсутствие возможности учета влияния на основные вероятностно-временные характеристики (ВВХ) таких режимов работы систем, как цикловая и межпутевая синхронизация; трудность в получении общих выражений для определения основных ВВХ для многоканальных систем с различными интенсивностями обслуживания и т.п.

Известны математические модели мультимаршрутного обмена данными типа "точка – точка", основанные на использовании линейного программирования [7]. Однако все эти модели посвящены решению задачи маршрутизации и не устраняют указанные выше недостатки. Управление потоком предполагает, что выбор маршрута уже проведен. Необходимо обеспечить качественную параллельную доставку фрагментов сообщения таким же образом, как и в случае последовательной передачи этих фрагментов. Для этого необходимо решить ряд дополнительных задач. Выявить задачи можно на основе математической модели процесса информационного обмена.

Изложение основного материала

Одним из путей решения задачи эффективного обмена данными в сетях с мультипараллельной обработкой является использование мультимаршрутной передачи сообщения между пользователями.

В адаптивных вычислительных сетях с мультипараллельной обработкой возможны три варианта многопутевой передачи:

- 1) от одного источника данных к одному пользователю (соединение типа "точка – точка");
- 2) от одного источника к нескольким пользователям (соединение "точка – многоточка");
- 3) от нескольких источников данных к одному пользователю (соединение типа "многоточка – точка").

Для всех этих вариантов математические модели процесса информационного обмена имеются много общего. Однако существуют и некоторые отличия. Разработаем модель для соединений "точка – точка" с учетом ее отличительных особенностей.

Особенностями этого метода мультимаршрутной передачи в сетях с времяпараметризованной параллельной обработкой является следующее: обмен сообщениями осуществляется между двумя пользователями; по M каналам; метод может использоваться не только для обеспечения времяпараметризованной параллельной обработки, а и для повышения надежности, живучести, скорости и достоверности передачи; сообщение в зависимости от используемого числа маршрутов делится на α фрагментов длительностью $T_{\text{фр}}$ ($1 \leq \alpha \leq M$). Каждый фрагмент передается по отдельному маршруту, отличающемуся от других характеристиками используемых каналов; на приемной стороне из принятых фрагментов необходимо сформировать сообщение.

Повышение скорости обеспечивается за счет распределения информационной нагрузки по M каналам. В результате суммарная скорость передачи равна

$$C = \sum_{i=1}^M m_i / T_{\text{пер. фр}},$$

где m_i - информационная нагрузка i -го канала (бит); $T_{\text{пер. фр}}$ - время доставки фрагмента между пользователями.

Живучесть и надежность тракта обеспечивается тем, что отказ тракта возможен только при выходе из строя всех M каналов. В результате коэффициент

готовности будет равен $K_r = 1 - \prod_{i=0}^M (1 - K_{r_i})$, где

K_{r_i} - коэффициент готовности i -ого канала.

Наряду с увеличением надежности и живучести может быть уменьшена вероятность ошибок путем сравнения фрагментов, принимаемых по различным каналам. Так при двухканальном тракте уменьшение вероятности ошибки достигает величины равной

соотношению $\frac{P_{\text{оо}}}{1 - P_{\text{но}}}$, где $P_{\text{оо}}$ и $P_{\text{но}}$ соответственно

вероятности обнаружения и необнаружения ошибки в канале. В этом случае по всем каналам параллельно должно передаваться одно и то же сообщение.

На узел поступает входной и транзитный потоки интенсивностью λ_{Σ} . Потоки фрагментов распределяются по M маршрутам различными способами.

Пусть ϕ_{α} – часть входного потока передаваемого по каналу α и определяется выражением $\phi_{\alpha} = \lambda_{\Sigma\alpha} / \lambda_{\Sigma}$, тогда интенсивность выходного потока канала α можно представить в следующем виде

$$\lambda_{\text{ВЫХ}} = \sum_{\alpha=1}^M \lambda_{\Sigma} \cdot \phi_{\alpha} \cdot X_{\alpha}, \text{ при}$$

$$X_{\alpha} = \begin{cases} 1, \text{ маршрут используется} \\ 0, \text{ маршрут не используется} \end{cases}$$

где X_{α} – маршрутная переменная (параметр управления маршрутом).

Для выполнения условия отсутствия перегрузки вводится следующее ограничение $\lambda_{\Sigma\alpha} \leq C_{\alpha}^S$, где C_{α}^S – способность канала α , которую можно выделить для передачи фрагмента.

Каждый фрагмент проходит своим маршрутом, отличающимся от других характеристиками применяемых каналов и числом транзитных узлов.

Задача управления и распределения трафика решается так, чтобы обеспечить минимальное время доставки ($T_{\text{д}}$) сообщения, максимальную вероятность доставки за заданное время ($P(T_{\text{д}} \leq T_{\text{доп}})$), максимальную эффективность использования ресурсов сети при ограничении $P_{\text{ош}} \leq P_{\text{ошдоп}}$, где $P_{\text{ошдоп}}$ – допустимая вероятность ошибки при доставке сообщения.

В результате при мультимаршрутной передаче возникает важная задача для данной пары абонентов, фрагментировать сообщения и распределить поток (определить ϕ_{α}) так, чтобы минимизировать функцию $T_{\text{д}}$ при соблюдении сбалансированности нагрузки на пути (маршруте), что обеспечит коэффициент использования ресурсов каналов, близких к 1, а, следовательно, повысит эффективность использования сети.

Время передачи фрагмента по выбранному пути $\tau_{\text{ПЕР}\alpha}$ включает время передачи по участкам тракта $T_{\text{ПЕР}\alpha}$, время задержки на узле коммутации $T_{\text{ЗАД}\alpha}$ и время распространения сигнала $T_{\text{Р}\alpha}$ и определяется по формуле

$$\tau_{\text{ПЕР}\alpha} = T_{\text{ПЕР}\alpha} + T_{\text{ЗАД}\alpha} + T_{\text{Р}\alpha}.$$

Время передачи равно длительности фрагмента с учетом вводимой избыточности (r_3) $T_{\text{ПЕР}\alpha} = T_{\text{фр}} \cdot r_3$. Длительность фрагмента равна

$T_{\text{фр}} = \frac{m_{\text{п}} + k_{\text{сл}}}{B}$, где $k_{\text{сл}} = \log m_{\text{п}}$, $m_{\text{п}}$ – длительность пакета; B – скорость передачи.

Время задержки на узлах коммутации при средней загрузке равна

$$T_{\text{ЗАД}\alpha} = \beta \cdot T_{\text{фр}} \cdot r_3, \quad (2)$$

где β – число промежуточных узлов.

Скорость передачи фрагмента по маршруту α будет равна $\lambda_{\alpha} = 1 / \tau_{\text{ПЕР}\alpha}^T$.

Для борьбы с ошибками современные технологии в основном используют системы с решающей обратной связью, в которой исправление возникающих ошибок осуществляется за счет повторов искаженных сообщений. В результате, время передачи будет случайной величиной. Увеличение времени доставки за счет повторения сообщений будем учитывать коэффициентом θ . Этот коэффициент характеризует относительное среднее время передачи фрагмента и зависит от состояния канала связи и специфики применяемого протокола. Он определяется в соответствии с выражением

$$\theta = \frac{1}{T_{\Pi}} \left. \frac{dF(z)}{dz} \right|_{z=1}, \quad (3)$$

где $F(z)$ – производящая функция, описывающая процесс управления трафиком в информационном канале, который осуществляется в соответствии с используемым протоколом;

z – параметр, степень которого характеризует время выполнения операции.

Для систем без обратной связи $\theta = 1$. При получении выражения $F(z)$ процесс информационного обмена представляется в виде вероятностно-временного графа (ВВГ) с детализацией, которая нужна для решения поставленной задачи. Каждая дуга ВВГ характеризуется вероятностью ее выбора – P и относительным временем перехода из одного состояния в другое – t (относительно длины передаваемого пакета). При этом вид функции дуги $f(P, t)$ должен быть таким, чтобы при нахождении произведений функций дуг вероятности умножались, а время суммировалось. Такая функция имеет вид $f(P, t) = P \cdot z^t$, где z – параметр [2].

Производящая функция $F(z)$, соответствующая ВВГ, является суммой функций всех путей, соединяющих начальную и конечные вершины графа. Для ее получения исходный ВВГ подвергают последовательным эквивалентным преобразованиям. При эквивалентных преобразованиях функция последовательного соединения k -дуг записывается в виде:

$$f_{1,2,..,k}(z) = \prod_{i=1}^k P_{i,i+1} \cdot z^{t_i, t_{i+1}}.$$

Функция параллельно со-

единенных k -дуг имеет вид: $f_{1,2,..,k}(z) = \sum_{i=1}^k P_{i,i+1} \cdot z^{t_i, t_{i+1}}$.

Если в графе имеется петля с функцией $f_n(z)$, то

значит, имеется повторяющийся процесс, математически описываемый геометрической прогрессией. При эквивалентных преобразованиях дуга $f_1(z)$ с петлей $f_n(z)$ записывается дугой $f(z) = \frac{f_1(z)}{1-f_n(z)}$.

Эквивалентные преобразования обычно проводят до тех пор, пока не будут получены функции, характеризующие переход из начального в конечные состояния.

После эквивалентных преобразований имеет 3 ветви. Одна ветвь характеризует правильную доставку фрагмента $F(z)_{\text{ПР}}$, другая - доставку с ошибкой $F(z)_{\text{ОШ}}$, а третья - вероятность потери $F(z)_{\text{ПОТ}} |_{z=1}$

$$F(z) = F(z)_{\text{ПР}} + F(z)_{\text{ОШ}} + F(z)_{\text{ПОТ}}.$$

Функция $F(z)_{\text{ОШ}} |_{z=1}$ определяет вероятность ошибки. Используя данную методику можно определить дисперсию времени передачи D_T

$$D_T = \frac{d^2 F(z)}{dz^2} |_{z=1} + \frac{dF(z)}{dz} |_{z=1} - \left(\frac{dF(z)}{dz} |_{z=1} \right)^2. \quad (4)$$

Поскольку при многопутевой передаче в разных маршрутах могут использоваться разные протоколы, необходимо разрабатывать методику определения $F(z)$ в зависимости от применяемого протокола и от условий передачи [8].

Можно показать, что при использовании протокола HDLC справедливо выражение

$$\theta = 1 + \frac{W_0 \cdot \left(1 + \frac{T_{\text{ТА}}}{T_{\text{ФР}}} \right) \left(P_{\text{ПОТ}} + m_{\text{П}} \cdot P \cdot \left(1 - \frac{1}{2^{k_{\text{сл}}}} \right) \right)}{1 - \left(P_{\text{ПОТ}} + m_{\text{П}} \cdot P \cdot \left(1 - \frac{1}{2^{k_{\text{сл}}}} \right) \right)},$$

где W_0 и $T_{\text{ТА}}$ соответственно ширина окна и длительность тайм-аута;

P - вероятность искажения одного символа.

Компьютерная сеть представляет систему массового обслуживания.

В соответствии с этой теорией, время задержки на узлах коммутации зависит от принятого закона поступления потока заявок. Учитывая выражения приведенные в [9], можно доказать, что при средней нагрузке время задержки на узлах равно длительности фрагмента ($T_{\text{ЗЛД}\alpha} = T_{\text{ФР}}$).

Вероятность потери пакета на j -ом узле коммутации при интенсивности потока λ за счет переполнения БЗУ емкостью W определяется по формуле

$$P_{\text{ПОТ}1} = (1 - \lambda \cdot T_{\text{ФР}}) \cdot (\lambda \cdot T_{\text{ФР}})^W. \quad (5)$$

Время передачи сообщения, имеющего M фрагментов, будет равно максимальному времени передачи одного из фрагментов сообщения по маршруту α

$$T_{\text{ПЕР}\alpha} = \max(\tau_{\text{ПЕР}\alpha}). \quad (6)$$

Сообщение будет доставлено пользователю только после его сборки (формирования) из принятых фрагментов(время сборки сообщения $\tau_{\text{СБ}}$).

Чтобы определить это время, необходимо разработать методику формирования сообщения по принятым фрагментам. Для обеспечения возможности осуществления одновременной параллельной обработки данных в распределенной вычислительной сети и облегчения процесса формирования сообщений необходимо решить задачу обеспечения синхронизации принимаемых фрагментов.

При многопутевой передаче каждый фрагмент и каждое сообщение должны иметь дополнительно свои заголовки. Избыточность за счет этих заголовков обозначена τ_3 .

В результате время доставки сообщений будет определяться по выражению

$$T_{\text{Д}} = \max_{\alpha} \left\{ T_{\text{ПЕР}\alpha}^T \cdot \tau_3 + T_{\text{ЗЛД}\alpha} + T_{\text{Р}\alpha} \right\} \cdot \theta_{\alpha} + \tau_{\text{СБ}}. \quad (7)$$

Как показано выше, в процессе передачи отдельные фрагменты и сообщения в целом могут быть потеряны за счет переполнения БЗУ транзитных узлов коммутации.

В системах с обратной связью такие потери восстанавливаются за счет повторов, которые организуются при отсутствии на передающей стороне квитанции. Однако за счет указанных повторов увеличивается время доставки сообщений. Такое увеличение времени доставки в (7) учитывается коэффициентом θ и оно может превышать допустимое. В этом случае фрагмент, а, следовательно, и все сообщение стираются. В результате вероятность потери сообщения будет так же определяться вероятностью превышения времени доставки допустимого ($T_{\text{ДОП}}$), т.е. $P_{\text{ПОТ}\alpha 2} = P_{\alpha}(T_{\text{Д}} > T_{\text{ДОП}})$. Вероятность $P_{\alpha}(T_{\text{Д}} > T_{\text{ДОП}})$ может быть определена с помощью производящей функции $F(z)$. Только при определении $F(z)$ вводится ограничение на число повторов (циклов), определяемое временем $T_{\text{ДОП}}$ и равное $N_{\text{Д}} = T_{\text{ДОП}} / T_{\text{Ц}}$, где $T_{\text{Ц}}$ - длительность цикла повтора. В этом случае производящая функция зависит не только от параметра z , но и от допустимого числа повторов. Эта функция имеет вид

$$F(z, N_{\text{Д}}) = F(z, N_{\text{Д}})_{\text{пр}} + F(z, N_{\text{Д}})_{\text{ош}} + F(z, N_{\text{Д}})_{\text{пот}}.$$

Вероятность доставки за заданное время равна

$$P(T_{\text{Д}} \leq T_{\text{ДОП}}) = F(z, N_{\text{Д}})_{\text{пр}} |_{z=1} + F(z, N_{\text{Д}})_{\text{ош}} |_{z=1}. \quad (8)$$

Сообщение не будет потеряно, если все фрагменты будут своевременно доставлены с заданным качеством. Следовательно, вероятность потери для данного варианта мультимаршрутной передачи сообщения будет равна $P_{\text{ПОТ}\alpha 2}$.

С учетом возможных потерь интенсивность доставки сообщений уменьшается и будет определяться по формуле

$$\lambda_{\text{доста}\alpha} = \lambda_{\alpha} \cdot P_{\text{пог}\alpha 2},$$

где $\lambda_{\alpha} = 1/T_{\text{д}}$.

Скорость доставки с учетом всех маршрутов равна

$$\lambda_{\Sigma \text{дост}} = \sum_{\alpha=1}^M \lambda_{\text{доста}\alpha}.$$

Сообщения должны быть доставлены потребителю с требуемым качеством.

Качество сообщения определяется выполнением ограничений $T_{\text{д}} \leq T_{\text{доп}}$; $P_{\text{ош}} \leq P_{\text{ошдоп}}$. Здесь $P_{\text{ошдоп}}$ – допустимая вероятность ошибки.

Если имеется полная информация о состоянии сети, то на выполнение этих ограничений с учетом приведенных выше выражений может быть точно проверено и сообщения, для которых эти ограничения не выполняются, должны быть стерты. При наличии неопределенности указанные ограничения как показано ранее, учитываются коэффициентом доверия $K_{\text{д}}$ [9]. В результате скорость доставки сообщений при мультимаршрутной передаче типа "точка – точка" будет равна

$$\lambda_{\Sigma} = \sum_{\alpha=1}^M \lambda_{\alpha} \cdot P_{\text{пог}\alpha 2} \cdot K_{\text{д}}. \quad (9).$$

Выводы

Таким образом, разработанная математическая модель процесса информационного обмена при мультимаршрутной передаче типа "точка – точка" включает в себя формулы вычисления времени (выражение 7) и скорости доставки сообщений (выражение 8), дисперсию времени доставки (выражение 4) вероятность доставки за требуемое время (выражение 8), а также приведенными соотношениями, входящими в данные формулы.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ МУЛЬТИМАРШРУТНОГО ОБМІНУ ДАНИМИ ТИПУ "ТОЧКА – ТОЧКА" В АДАПТИВНИХ КОМП'ЮТЕРНИХ МЕРЕЖАХ

Ю.І. Лосєв, С.І. Шматков, К.М. Руккас, В.С. Щєбенюк

У статті розробляється математична модель інформаційного процесу мультимаршрутного обміну даними типу "точка – точка" в адаптивних комп'ютерних мережах. Запропонована модель дозволяє визначити час і швидкість передачі повідомлень і враховує вплив на швидкість передачі даних використання декількох маршрутів, стан каналів, необхідність введення додаткового надмірності як за умови повної інформації про стан мережі, так і при наявності невизначеності.

Ключові слова: мультимаршрутна передача, комп'ютерні мережі, часопараметризована паралельна обробка.

MATHEMATICAL MODEL OF MULTICAST DATA TYPE POINT – POINT IN ADAPTIVE COMPUTER NETWORKS

U.I. Losev, S.I. Shmatkov, K.M. Rukkas, V.S. Scshebeniuk

The paper developed a mathematical model of the information process multicast data type "point - the point in the adaptive of computer networks. The proposed model allows us to determine the timing and rate of re-giving messages and accounts for the effect on the speed of data transfer use of several routes, the state channels, the need to introduce additional redundancy as provided complete information on the status of the network and in the presence of uncertainty.

Keywords: multicast transmission, computer networks, parallel processing.

Полученная модель учитывает мультимаршрутность передачи типа «точка-точка», вводимую дополнительную избыточность, использование для борьбы с ошибками обратную связь. Учитывается влияние на основные характеристики состояния канала связи, особенности применяемого протокола, как наличие полной информации о состоянии сети, так и возможная неопределенность.

Литература

1. Раскин Л.Г. Анализ сложных систем и элементы теории оптимального управления / Л.Г. Раскин. – М.: Сов. радио, 1976. – 344 с.
2. Лосев Ю.И. Адаптивная компенсация помех в каналах связи / Ю.И. Лосев, А.Г. Бердников, Э.Ш.Гойхман. – М.: Радио и связь, 1988. – 209 с.
3. Bolch G. Queueing networks and Markov chains: modeling and performance evaluation with computer science approach 2nd ed / G. Bolch, S. Greiner, H. De Meer, K. Trivedi. – Wiley-Interscience, 2006. – 869 p.
4. Филлипс Д. Методы анализа сетей: пер. с англ. / Д. Филлипс, А. Гарсиа-Диас. – М.: Мир, 1984. – 496 с.
5. Шварц М. Сети связи: протоколы, моделирование и анализ. В 2 ч.: пер. с англ. / М. Шварц. – М.: Наука, Гл. ред. физмат. лит., 1992. – Ч. 1. – 336 с.
6. Крылов В.В. Теория телеграфика и ее приложения / В.В. Крылов, С.С. Самохвалова. – Санкт-Петербург: БХВ-Санкт-Петербург, 2005. – 288 с.
7. Берсекас Д. Сети передачи данных / Д. Берсекас, Р. Галлагер. – М., Мир, 1989. – 544 с.
8. Лосев Ю.И. Методика определения вероятностно-временных характеристик информационных технологий с учетом специфик протоколов / Ю.И. Лосев, З.З. Закиров // Системи обробки інформації: зб наук. пр. – Х.: ХУПС, 2008. – Вип.1 (68). – С. 44–47.
9. Лосев Ю.И., Руккас К.М., Шматков С.И. Математическая модель процесса информационного обмена при многопутевой передаче / Ю.И. Лосев, К.М. Руккас, С.И. Шматков // Системи управління, навігації та зв'язку. – К., 2010. – Вип. 1 (13). – С. 205–209.

Поступила в редколлегию 11.05.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.В. Стасев, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.