

Теоретичні основи розробки систем озброєння

УДК 621.391

А.Н. Барсуков, И.В. Казьмиров, П.В. Зеленый, А.П. Емельянов

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ХАОТИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ИСКАЖЕННОГО ШУМОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ Dt-СТАТИСТИК

В статье предложен новый подход к оценке параметров хаотических процессов, сформированных логистическим отображением и динамической системой Маккея-Гласса, искаженных измерительным шумом без априорного знания его вероятностного распределения. Метод основан на применении Dt-статистики, опирающийся на «корреляционный интеграл» с двойным интервалом «покрытия».

Ключевые слова: хаотический процесс, фазовое пространство, Dt-статистика, корреляционный интеграл.

Введение

За последнее десятилетие, в связи с бурным развитием радиотехнических систем передачи информации (РТС ПИ) с использованием хаотического процесса в качестве несущей для повышения помехозащищенности, актуальными остаются решения задач связанных с обработкой сложных сигналов на фоне шума. Полагается, что хаотический сигнал уже обнаружен. Соответственно решение задачи сводится к оценке параметра хаотического сигнала с необходимой точностью. Существуют два подхода к решению задачи оценивания параметра, называемые статистическим и детерминистским. В настоящее время чаще используется общая статистическая теория решений и оценивания.

В традиционном случае, когда оценивается, например, один параметр сигнала заданной формы, задача ставится следующим образом. Пусть принятая на интервале $(0, N)$ наблюдение $\xi(t_i)$ представляет собой аддитивную смесь $\xi(t_i) = f(t_i, \lambda) + n(t_i)$, где $f(t, \lambda)$ – хаотический сигнал, а $n(t_i)$ – гауссов шум. Предполагается, что параметр λ является постоянным на интервале наблюдения $(0, N)$, т.е. не изменяется во времени и известна априорная плотность вероятности этого параметра $p(\lambda)$. По принятому наблюдению $\xi(t)$ нужно решить наилучшим образом, какое именно значение имеет параметр λ из интервала возможных значений [1, 2].

Из-за наличия шума $n(t)$ нельзя получить точное значение параметра λ , а можно лишь указать приближенную оценку. Указать оценку – это значит каждой возможной реализации на входе приемного устройства – измерителя поставить в соответствие некоторое значение $\hat{\lambda}$ из интервала возможных значений Λ , т.е. сформировать некоторый функционал

$\hat{\lambda}_i = f[\xi(t)]$, называемой оценкой. Отметим также, что в соответствии с установившейся терминологией одним и тем же термином "оценка" называют как процесс измерения параметра, так и полученное в процессе измерений значение параметра [1, 2].

При решении конкретных задач наибольшие трудности возникают тогда, когда имеется мало предварительных (априорных) сведений о принятом сигнале. В математической статистике известно несколько критериев, на основе которых делается оценка параметра [1]:

- оценка по минимуму среднеквадратичной погрешности;
- оценка по максимуму апостериорной вероятности;
- оценка по максимуму функции (функционала) правдоподобия.

Особое внимание уделяется оценке параметра хаотического сигнала на фоне шума без условия априорной неопределенности о распределении его значений. Кроме того, оценка параметров динамических систем искаженных шумом наблюдения, по реализациям динамических (фазовых) переменных является частью глобальной задачи реконструкции нелинейных динамических систем и, в настоящее время мало изучена. При этом требуется достаточно точная оценка управляющих параметров динамической системы.

Целью данной работы является разработка нового подхода оценки параметра хаотического сигнала по наблюдению, с применением Dechert-статистик (Dt-статистик).

Основная часть

Применения Dt-статистики [3] основано на использовании свойств фазового (псевдофазового)

пространства хаотического процесса, сформированного нелинейной динамической системой. Её использование было предложено в работе [4] для решения задачи непараметрического обнаружения хаотического сигнала на фоне шума.

Dt-статистика заключается в расчете по временному ряду $\bar{\xi} = \{\xi_i\}_{i=1}^{N-m}$, погруженному в m-мерное псевдофазовое пространство, статистической величиной:

$$w_{m,N}^{Dt}(\varepsilon, \varepsilon 1) = \sqrt{N-m} \times \frac{C_{m,N-m}(\varepsilon, \varepsilon 1) - C_{1,N-m}(\varepsilon)C_{1,N-m}(\varepsilon 1)}{\sigma_{m,N}(\varepsilon, \varepsilon 1)} \quad [3],$$

и базируется на «корреляционном интеграле» с двойным интервалом «покрытия» ε и $\varepsilon 1$:

$$C_{m,N}(\varepsilon, \varepsilon 1) = \frac{2}{(N-m+1)(N-m)} \times \sum_{s=1}^{N-m} \sum_{t=s+1}^{N-m} I_{\varepsilon}(\xi_s, \xi_t) I_{\varepsilon 1}(\xi_{s+m}, \xi_{t+m})$$

где $m \geq 1$, $I_{\varepsilon}(\xi_s, \xi_t)$ и $I_{\varepsilon 1}(\xi_{s+m}, \xi_{t+m})$ – функция Хэвисайда:

$$I_{\varepsilon(\varepsilon)}(\xi_s, \xi_t) = \begin{cases} 1, & \|\xi_s^m - \xi_t^m\| \leq \varepsilon(\varepsilon) \\ 0, & \|\xi_s^m - \xi_t^m\| > \varepsilon(\varepsilon) \end{cases} \text{ и}$$

$(0 \leq s \leq N, 0 \leq t \leq N)$, определяющих частоту попадания всех пар точек ξ_t^m и ξ_s^m , заданных своими проекциями $(\xi_s, \xi_{s+1}, \dots, \xi_{s+m})$ и $(\xi_t, \xi_{t+1}, \dots, \xi_{t+m})$ в m-мерном фазовое пространство.

Знаменатель в выражении для этой статистики может быть определен следующим выражением [3]:

$$\hat{\sigma}_{m,N}^2(\varepsilon, \varepsilon 1) = 4 \left[R_{1,N-m}(\varepsilon) - C_{1,N-m}(\varepsilon)^2 \right] \times \left[R_{1,N-m}(\varepsilon 1) - C_{1,N-m}(\varepsilon 1)^2 \right],$$

$$\text{где } R_{1,N} = \frac{1}{N(N-1)(N-2)} \sum_{t=1}^N \left[\sum_{s=1}^N I_{\varepsilon}(\xi_t, \xi_s) \right]^2.$$

Если случайные значения $\bar{\xi} = \{\xi_i\}_{i=1}^N$, принадлежащие генеральной совокупности независимы и тождественно распределены (I.I.D.), то справедливо следующее свойство [3]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left[C_{m,N-m}(\varepsilon, \varepsilon 1) - C_{1,N-m}(\varepsilon)C_{1,N-m}(\varepsilon 1) \right] = 0,$$

а статистика имеет стандартное нормальное распределение $N(0,1)$.

В задачах радиотехнической разведки, сделанные предположения о распределении наблюдений, весьма реалистичны. Поэтому Dt-статистика

$w_{m,N}^{Dt}(\varepsilon, \varepsilon 1)$ может быть использована для оценки параметра хаотического сигнала разведприемником. Полагая, что задача обнаружения решена. Рассмотрим задачу оценки параметра процесса $f(t_i, \lambda)$ по наблюдению

$$\xi(t_i) = f(t_i, \lambda) + n(t_i),$$

где $f(t_i, \lambda) = f_{i+1} = \lambda \cdot f_i \cdot (1 - f_i)$ ($\lambda = 3,98$, $f_0 = 0,06$, $i = 0, \dots, N = 1000$) хаотической последовательности, сформированной логистическим отображением, на фоне $n(t_i)$ – белого гауссова шума с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Оценка параметра λ измеряется по невязке $r_i(\lambda) = \xi_i - f_i(\hat{\lambda}_n)$, где $f_i(\hat{\lambda}_n)$ – ожидаемый сигнал с возможными значениями параметра $\hat{\lambda}_n = 3,969 + n \cdot h$ ($n=1, 2, \dots, 20$), в котором шаг дискретизации $h=0.001$. При совпадении оцениваемого параметра с истинным значением $\hat{\lambda} = \lambda$ невязка будет соответствовать шуму $r_i(\lambda) = n_i$. Тогда в результате выполнения условия $|w_{m,N}^{Dt}(\varepsilon, \varepsilon 1)| \leq 1,96$ можно утверждать, что с 95% вероятностью, значения наблюдения $\bar{\xi} = \{\xi_i\}_{i=1}^N$ независимы и тождественно распределены (I.I.D.)

На рис. 1 приведены графики $p(\hat{\lambda})$ вероятности правильной оценки параметра λ логистического отображения. Расчеты характеристик вероятности оценки $p(\hat{\lambda}_n)$ проводились при различных значениях отношениях сигнал/шум $\delta = \sigma_f / \sigma_n$, $\delta = 0,8; 1$ и 2 (кривые 1, 2 и 3), где, σ_f и σ_n – среднеквадратичные отклонения хаотического процесса; интервалы «покрытий» принимались со значениями $\varepsilon 1 = 2\varepsilon = 0.8\sigma_{\xi}$ при выборке объема $M=100$.

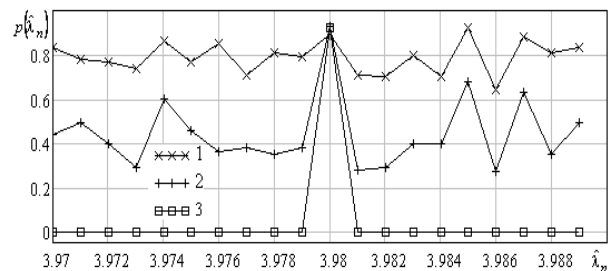


Рис. 1. График зависимости $p(\hat{\lambda}_n)$

Легко заметить, что на рис. 1 вероятность $p(\hat{\lambda}_n)$ достигает значения 0,95, что вполне достаточно для надежной оценки параметра исследуемого процесса.

Предложенный метод был применен для оценки параметра а хаотический процесса $f(t_i)$, сфор-

мирований нелінійною динамічною системою Маккея-Гласса (Mackey-Glass):

$$\dot{f}(t) = -bf(t) + \frac{af(t-\tau)}{1+(f(t-\tau))^{10}},$$

описуваною дифференціальним рівнянням з запозданим аргументом [1].

Его рішення проводилось чисельним методом Рунге-Кутты четвертого порядку з кроком дискретизації $h=0,1$ при значеннях параметрів $a=0,2$, $b=0,1$, $\tau=100$, які забезпечують хаотичний режим, і заданні τ/h початкових значень $\{f_i\}_{i=1}^{\tau/h}$ [1].

В цілях економії машинних ресурсів при моделюванні статистичних характеристик оцінки параметра хаотичного процесу реалізація прореживалась взяттям кожного її десятого отсчету [1]. В результаті отримане число елементів часового ряду склало $N=1000$ і стало достаточним для збереження властивостей хаотичного процесу [1]. Аддитивна суміш $\xi(t_i) = f(t_i) + n(t_i)$ формувалась з $M=100$ реалізацій шуму з фіксованою дисперсією, які додавались до хаотичного процесу, що дозволило отримати вибірку з 100 значень Dt-статистик (w^{Dt}).

Наблюдение

$$\xi(t_i) = f(t_i) + n(t_i)$$

задається на інтервалі часу $T_\xi = Nh$ з значеннями в моменти $t_i = ih$ з кроком h . На рис. 2 приведені графіки ймовірності $p(\hat{a}_n)$ правильної оцінки параметра a_n (при $\delta = 0,8$; 1 і 2 криві 1, 2 і 3).

Из рис. 2 видно, что вероятность $p(\hat{a}_n)$ достигает значения 0,95, что вполне достаточно для надежной оценки параметра исследуемого процесса.

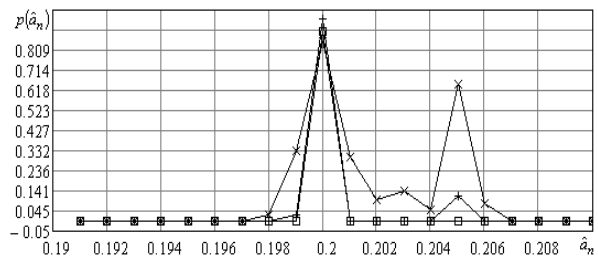


Рис. 2. Графік залежності $p(\hat{a}_n)$

Выводы

Предложенный в работе непараметрический метод, основанный на использовании Dt-статистики, позволяет с вероятностью 0,95 измерить, как параметр хаотического процесса Маккея-Гласса, так и параметр хаотической последовательности, сформированной логистическим отображением, наблюдаемых на фоне белого гауссова шума при отношении сигнал/шум близких к единицы.

Список литературы

1. Фалькович С.Е. Основы статистической теории радиотехнических систем: учеб. пособ. / С.Е. Фалькович, П.Ю. Костенко. – Х.: Нац. аэрокосмический ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2005. – 390 с.
2. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов // М.: Изд. «Советское радио», 1966. – 677 с.
3. Dechert W.D. An application of chaos theory to stochastic and deterministic observations // Working paper, University of Houston. – 1995. – P. 1-24.
4. Барсуков А.Н. Использование Dt-статистики в задаче обнаружения хаотического сигнала искаженного шумом / А.Н. Барсуков, В.Ж. Яценко, В.В. Парфило // Наука і техніка Повітряних Сил України. – 2012. – № 3(9) – С. 102-105.

Поступила в редколлегию 20.09.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. П.Ю. Костенко, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ ХАОТИЧНОГО ПРОЦЕСУ СПОТВОРЕНОГО ШУМОМ З ВИКОРИСТАННЯМ Dt-СТАТИСТИК

О.М. Барсуков, І.В. Казьміров, П.В. Зелений, А.П. Ємельянов

У статті запропонований новий підхід оцінки параметрів хаотичних процесів, сформованих логістичним відображенням і динамічною системою Маккея-Гласса, спотворених вимірювальним шумом без апріорного знання про його розподіл. Метод заснований на застосуванні Dt-статистики, що заснований на «кореляційному інтегралі» з подвійним інтервалом «покриття».

Ключові слова: хаотичний процес, фазовий простір, Dt-статистика, кореляційний інтеграл.

ESTIMATED PARAMETER OF THE CHAOTIC PROCESS DISTORTED BY THE WHITE NOISE USING Dt-STATISTIC

A.N. Barsukov, I.V. Kazmirov, P.V. Zeleniy, A.P. Emelyanov

The article deals with the estimated parameter of the chaotic signal generated logistic map and a dynamical system Mackey-Glass with using Dt-statistic.

Keyword: chaotic process, phase space, Dt-statistic, correlation integral.