

УДК 621.396.677

Р.Ю. Кольцов<sup>1</sup>, Ю.А. Гунченко<sup>2</sup>, Е.С. Ленков<sup>3</sup>, В.Н. Лоза<sup>1</sup><sup>1</sup>Военный институт Киевского национального университета им. Т. Шевченко, Киев<sup>2</sup>Одесский национальный политехнический университет, Одесса<sup>3</sup>Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев

## МОДИФИЦИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ "СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ" НА ОСНОВЕ СОВОКУПНОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИЛЬТРОВ-ПРОЕКТОРОВ

Рассматриваются вопросы совершенствования известного алгоритма пространственно-временной обработки с высоким разрешением на основе применения согласованных матричных фильтров-проекторов, связанные с модификацией многомерного фильтра-проектора и разработки алгоритма обнаружения целей при различной размерности сигнального пространства. Приведены результаты сравнительной оценки эффективности разрешения.

**Ключевые слова:** радиолокационная станция, фильтр-проектор, пространственно-временная обработка.

### Вступление и постановка задачи

В [1] показана принципиальная возможность использования в системах обработки радиолокационной станции (РЛС) свойств матричных фильтров-проекторов для решения задачи высокого разрешения целей при любой степени корреляции эхосигналов. Предложенная идейная основа нового метода "сверхразрешения" позднее развита в [2]. В данной статье рассматриваются вопросы модификации предложенного в [2] алгоритма обработки с целью повышения его эффективности в условиях полной априорной неопределённости сигнальной обстановки, когда неизвестным является не только взаимное угловое положение разрешаемых целей, но и само наличие мешающего соседнего сигнала, выполняющего роль помехи в задаче разрешения. Вместе с этим приведено теоретическое обоснование метода разрешения и его физической интерпретации, которые недостаточно отражены в указанных выше работах.

### Основные положения исследования

Алгоритм обработки. Предложенный в [1, 2] алгоритм пространственно-временной (ПВ) обработки на базе антенной решетки (АР), выполненный методом синтеза на основе теоремы ортогонального проектирования функционального анализа, приводит к следующей решающей функции обнаружения:

$$\lambda_{\text{обн}} = \mathbf{Y}^H \mathbf{G} \mathbf{Y}, \quad (1)$$

где  $\lambda_{\text{обн}}$  – достаточная (иначе, критическая) статистика обнаружения, представляющая собой выходной сигнал обнаружителя;  $\mathbf{G}$  – проектор, который определяется выражением:

$$\mathbf{G} = \mathbf{X} \mathbf{W} \mathbf{X}^H, \quad \text{где } \mathbf{W} = (\mathbf{X}^H \mathbf{X})^{-1}; \quad (2)$$

$\mathbf{Y} = \{y_i\}_{i=1}^N$  – N-мерная случайная комплексная выборка выходных сигналов линейной антенной ре-

шетки (ЛАР);  $\mathbf{x}(\alpha) = \{x_i\}_{i=1}^N$ , N-мерный вектор фазирования (поиска), зависящий от пространственного расположения и характеристик элементов АР. Для линейной эквидистантной АР с идентичными изотропными элементами вектор, определяющий пространственную характеристику ЛАР имеет вид:

$$\mathbf{x}(\alpha) = \{\exp(j(i - \alpha(N+1)/2))\}_{i=1}^N; \quad (3)$$

$$n\alpha = 2\pi d \sin \theta / \lambda,$$

где  $\theta$  – отсчитываемое от нормали АР направление поиска;  $d$  – расстояние между смежными элементами АР;  $\lambda$  – длина волны.

Для разрешения по азимуту параметр  $\alpha$  имеет смысл:  $\alpha = \beta$ . Полную характеристику амплитудно-фазового распределения по апертуре АР при сигнале с направлений  $\beta_i$  ( $i \in 1, n$ ) даёт матрица размером  $N \times n$ :

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{x}(\beta_i)\}_{i=1}^n, \quad (4)$$

где  $n$  – число источников излучения.

Основным функциональным элементом системы ПВ обработки является пространственный фильтр-проектор (ПФП) с характеристикой определяемой выражением (2), который в силу присущих ему ряда важных практических достоинств служит мощным средством решения задач ПВ обработки, в частности задачи разрешения парной групповой цели в пределах импульсного объёма РЛС.

Выбор модели оператора проектирования является определяющим при предъявлении требований к вычислительным ресурсам системы обработки и, в конечном счёте, к условиям (степени сложности) технической реализации.

Оператор преобразования при использовании фильтров-проекторов формируется на основе базисных функций матрицы  $\mathbf{X}$ , элементы которой определяются амплитудно-фазовым распределением поля в раскрыве антенны при заданном угловом положении фронта волны.

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3 \dots \mathbf{x}_N]; \quad x_k = \exp(-jk\phi_0);$$

$$\phi_0 = (2\pi/\lambda)d\sin(\theta_0). \quad (5)$$

Размерность ПФП определяется числом столбцов матрицы  $\mathbf{X}$  (т.е.  $n$ ). При обозначении характеристики проектора размерность определяется индексом (например,  $\mathbf{G}_k$ , "k" – размерность матрицы).

Понятие "согласованности" фильтра-проектора: проектор называется согласованным, если его размерность совпадает с числом целей в импульсном объёме РЛС, то есть столбцы матрицы  $\mathbf{X}$  совпадают с вектор-столбцами, определяющими амплитудно-фазовое распределение, создаваемое сигналами целей в приёмных элементах ЛАР. Система обработки синтезированного квазиоптимального обнаружителя строится на основе набора ПФП, согласованных с различным априорно заданным числом целей в импульсном объёме (ИО) РЛС.

Метод разрешения. При неизвестной мощности сигналов, отражённых от целей, состав групповой цели может быть установлен только при включении в систему обработки нескольких ПФП с различной размерностью. Для решаемой задачи разрешения двух целей в ИО РЛС один матричный ПФП должен быть "согласован" с одиночной целью, другой – с групповой целью.

После фильтрации сигналов проектором алгоритм предусматривает вычисление нормы результата, которая определяется квадратичной формой. В соответствии со свойством проектора [5] квадрат нормы любого вектора  $\mathbf{Y}$  на подпространство согласованного проектора представляет собой квадратичную форму вида:

$$? = \|\mathbf{G}_n \mathbf{U}\|^2 = \mathbf{U}^H \mathbf{G}_n \mathbf{U}, \quad (6)$$

где ? – случайная величина, имеющая распределение " $\chi^2$ " нецентрального типа с "n" степенями свободы [4], в котором  $n$  является единственным параметром закона распределения вероятностей.

При наличии этих двух ПФП решение о наличии двух целей следует принимать в случае, когда выполняется условие:

$$\Delta\zeta = \zeta_2 - \zeta_1 > z_p, \quad (7)$$

где  $z_p$  – порог разрешения, определяемый из заданной вероятности неправильных решений.

Разность сигналов квадратичных форм с учётом (7) соответствует:

$$\Delta? = \mathbf{Y}^H \mathbf{G}_n \mathbf{Y} - \mathbf{Y}^H \mathbf{G}_{n-1} \mathbf{Y} = \mathbf{Y}^H (\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_{n-1}) \mathbf{Y}. \quad (8)$$

Используя одно из свойств проектора [5], преобразуем выражение в скобках:

$$\mathbf{G}_n - \mathbf{G}_{n-1} = \mathbf{G}_n (\mathbf{I}_{N \times N} - \mathbf{G}_{n-m}) = \mathbf{G}_n \mathbf{G}_{\perp(n-m)}, \quad (9)$$

где  $\mathbf{G}_{\perp 1}$  – ортогональный проектор для одиночной цели.

Из анализа выражения (8) следует, что в результате вычитания сигналов квадратичных форм

алгоритм "обнаружения – разрешения" выполняет операцию режекции сигнала одной из целей и выполнение условия обнаружения сигнала второй цели. Тем самым выполняется процедура проверки гипотез о количестве целей в ИО РЛС.

Алгоритмическая схема метода при фиксированном априори значении  $n = 2$  показана на рис. 1.

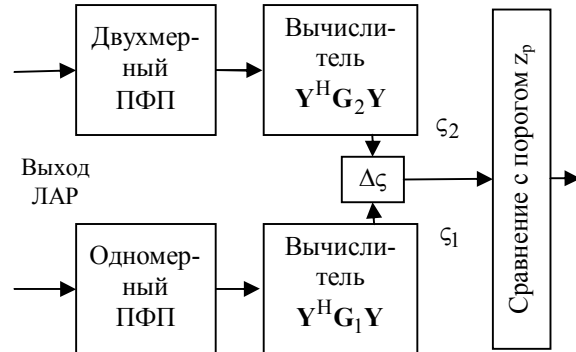


Рис. 1. Схема метода при значении  $n = 2$

Обоснование метода. Основой метода высокого разрешения при использовании алгоритма пространственной обработки, структурно показанного на рис. 1, является зависимость результатов фильтрации принятого сигнала от сочетания размерности сигнального пространства ( $n$ ) с размерностью ПФП. Из физических соображений очевидно, что амплитуда сигнальной составляющей на выходе вычислителя квадратичной формы максимальна при условии строго "согласованной" фильтрации, то есть когда размерность "n" совпадает с размерностью ПФП. Достоверность данного положения подтверждается результатами количественного анализа, основанного на сравнительной оценке параметров "нецентральности" (выходное отношение сигнал/шум –  $g$ ) для двух случаев, когда при  $n = 2$  для обработки используются "согласованный" и "несогласованный" ПФП.

А. Случай "согласованной" фильтрации.

Параметр  $g_2$  определяется выражением:

$$g_2 = (\mathbf{Y}_{c1} + \mathbf{Y}_{c2})^H \mathbf{G}_2 (\mathbf{Y}_{c1} + \mathbf{Y}_{c2}) / p_{ш}, \quad (10)$$

где 
$$\mathbf{G}_2 = \frac{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1^H + \mathbf{x}_2 \mathbf{x}_2^H - \rho \mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2^H - \rho \mathbf{x}_2 \mathbf{x}_1^H}{N(1 - \rho^2)}. \quad (11)$$

При подстановке (10) в (11) после преобразований получим выражение:

$$g_2 = q_1 + q_2 + 2\rho\sqrt{q_1 q_2} \times \cos\left\{\left[\frac{(N-1)}{2}\right]\pi(\sin\theta_2 - \sin\theta_1) + \phi\right\}, \quad (12)$$

где  $\phi$  – случайная разность фаз;  $\rho$  – коэффициент корреляции сигналов.

В дальнейшем обозначим:

$$\theta_1 = \theta_0, \quad \theta_2 = \theta_0 + \Delta, \quad (13)$$

где  $\theta_0$  – предполагаемая угловая координата, устанавливаемая опорным вектором;  $\Delta$  – угловое рас-

совмещение между целями ( $\Delta = \Delta_0 \theta_{0,5p}$ ,  $\Delta_0$  – относительное рассовмещение, используемое для анализа результатов).

**Б. Случай фильтрации одномерным ПФП.**

Размерность сигнального пространства сохраняется равной 2, но для фильтрации используется "несогласованный" одномерный ПФП. При этом:

$$\zeta_1 = \mathbf{Y}^H \mathbf{G}_1 \mathbf{Y}; \quad \mathbf{G}_1 = \mathbf{x}_0 \mathbf{x}_0^H / N, \quad (14)$$

$$\mathbf{x}_0^H = [1e^{-j\phi} e^{-j2\phi} \dots e^{-j(n-1)\phi}]; \quad \phi = \pi \sin \theta_0, \quad (15)$$

где  $\mathbf{x}_0^H$  – оценочная вектор-строка сигнального распределения в антенне.

Параметр нецентральности при решении (14) получим в виде:

$$g_1 = q_1 + q_2 \rho^2 + 2\rho \sqrt{q_1 q_2} \cos \psi. \quad (16)$$

Сравнивая (12) с (16), можно сделать вывод, что при любом  $\psi$  выполняется условие:  $g_2 > g_1$ .

Разность между ними зависит в основном от коэффициента корреляции амплитудно-фазовых распределений сигнального поля в раскрыве антенны, выражение которого имеет вид:

$$\rho = \frac{\sin \left[ N \cos \left( \theta_0 + \frac{\Delta}{2} \right) \sin \left( \frac{\Delta}{2} \right) \right]}{N \sin \left[ 0,5\pi \cos \left( \theta_0 + \frac{\Delta}{2} \right) \sin \left( \frac{\Delta}{2} \right) \right]}. \quad (17)$$

Величина  $\rho$  физически определяется относительным уровнем перекрытия огибающих сигналов первой и второй целей и (при задаче сверхразрешения) может принимать значения от некоторого  $\rho_{min}$  до 0,5.

**Модификация совокупности ПФП.**

Высокая эффективность разрешения целей предложенным в [2] методом может быть получена только при условии "жесткого" согласования характеристик ПФП с сигнальной обстановкой на входе ЛАР, которое достигается точной настройкой оценочного поискового вектора. Решение такой задачи становится проблематичным в связи с априори неизвестном угловом рассогласовании разрешаемых целей. Для иллюстрации задачи настройки на рис. 2 показана картина наложения огибающих отражённых от групповой цели пачек с треугольной (для упрощения) формой при различных уровнях наложения сигналов от одиночных целей.

При формировании опорных векторов для целей с координатами  $\theta_1$  и  $\theta_2$  оценочный вектор для первой цели может быть принят как  $\theta_0 = \theta_1$ , если значение  $\theta_0$  согласуется с направлением диаграммы направленности (ДН) при обзоре. Тогда оценочный вектор для настройки двухразрядного ПФП (по групповой цели) должен выбираться, как  $\theta_{0(2)} = \theta_0 + \Delta_k$ , где  $\Delta_k$  – угловое рассовмещение (рис. 2).

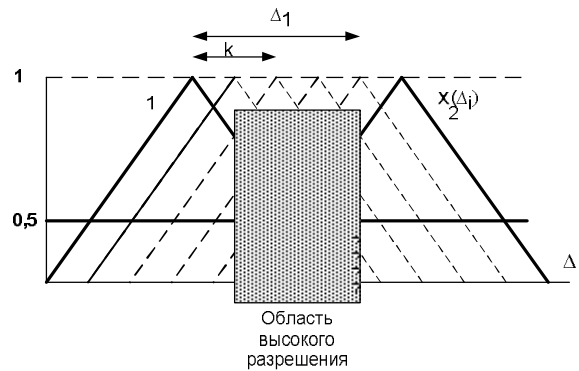


Рис. 2. Наложение огибающих отражённых от групповой цели пачек

В работе [1] предложен метод перестройки проектора, однако способ её не определён. Реализация плавной перестройки представляет сложность решения в реальном масштабе времени.

Предлагается дискретная система настройки с использованием параллельно включённых "М" двумерных ПФП, число которых (М) обосновывается, исходя из обеспечения требуемой эффективности разрешения. Оценка влияния неточности настройки ПФП на качество разрешения может производиться по величине потерь обнаружения при режекции одного из сигналов с использованием выражения для параметра нецентральности при разрешении  $g_p$ , которое после преобразований приводится к виду:

$$g_p = q_2(1 - \rho), \quad (18)$$

где коэффициент корреляции может определяться приближённым выражением:

$$\rho \cong \sin \Delta_0 / \pi \Delta_0. \quad (19)$$

При этом потери определяются выражением:

$$L_p = 1 / (1 - \sin c(\Delta)), \quad \text{где } \sin c(\Delta) = \sin(\Delta) / \Delta. \quad (20)$$

Зависимость потерь ( $L_p$ ) от относительного углового рассовмещения ( $\Delta$ ), которое принимает значения в интервале от  $\Delta_{min}$  до 1, показана на рис. 3.

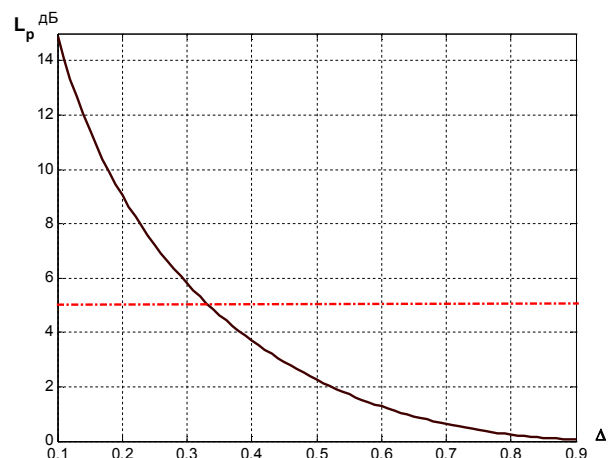


Рис. 3. Зависимость потерь от относительного углового рассовмещения

Как следует из графика потерь, существенное повышение разрешающей способности (РС) по сравнению с релейским пределом ( $\Delta = 1$ ) связано с дополнительными затратами энергии полезного сигнала и, следовательно, с ростом требований к энергетическому потенциалу РЛС. Эти затраты и требования выступают естественным "пропуском" применения метода. На наш взгляд, таким "пропуском" можно принять допустимость потерь в отношении сигнал/шум не более 5 – 6 дБ (на рис. 3 показано пунктирной линией). При этом метод обеспечивает повышение РС по сравнению с классическим пределом до 3 – 3,5 раз (при повышении в 2 раза потери составляют 2 дБ).

Стремление получить более высокую степень повышения РС связано со значительными энергетическими трудностями.

Таким образом, диапазон рабочих настроек двухмерного ПФП будем считать равным:

$$\Delta_d = (\Delta_{\min} \dots \Delta_{\max}) = 0,3 \dots 1.$$

Шаг дискретности, исходя из графика рис. 3, принимаем, равным 0,1, при этом число ПФП со смещённой настройкой  $M$  равно 6 (общее –  $M+1$ ).

Опорные поисковые векторы для фильтров-проекторов записываются в виде:

а) для одномерного ПФП:

$$x_0 \{x_1(\theta_0)\} = \{\exp(-j\pi l \sin \theta_0)\}_{l=1}^n; \quad (21)$$

б) для системы из  $M+1$  двухмерных ПФП – матрица:

$$X_0 = \{x_0(\theta_0), x(\theta_0 + \Delta_1), \dots, x(\theta_0 + \Delta_M)\}^{M+1}. \quad (22)$$

Учитывая, что фильтры-проекторы реализуются программным обеспечением, применение вместо одного нескольких ( $< 10$ ) матричных проекторов не вызывает практической трудности.

Модификация алгоритма обнаружения.

Вторая задача модификации исходного алгоритма "обнаружения – разрешения" заключается в разработке алгоритма обнаружения целей при ситуациях:  $n = 2$  и  $n = 1$ . Процедура обнаружения цели в схеме рис. 1 не определена. Для обнаружения групповой цели используется сигнал с выхода вычитающего устройства ( $\Delta?$ ), для которого, как показано выше, отношение сигнал/шум уменьшается по сравнению с сигналом  $\zeta_2$  на величину потерь разрешения, что снижает качество обнаружения даже для групповой цели. Совершенно не определена процедура обнаружения цели при  $n = 1$ , когда  $\Delta? < z_p$ . Сигнал  $\Delta?$  в этом случае имеет низкое отношение сигнал/шум и не может использоваться для обнаружения.

Предложена схема коммутации сигналов  $\zeta_2$  и  $\Delta?$  схемой ключа (обозначение "Кл"), управляемого сигналом ( $s_p$ ) результата разрешения.

Модифицированная алгоритмическая структурная схема системы "обнаружения – разрешения" на основе пространственной фильтрации матричными фильтрами-проекторами показана на рис. 4.

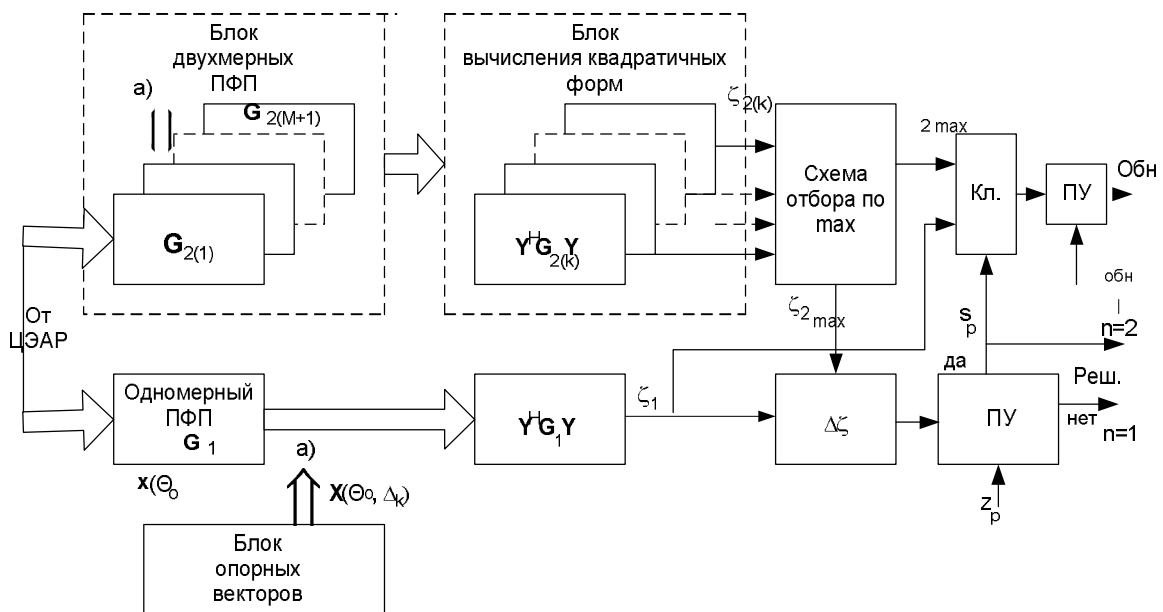


Рис. 4. Модифицированная алгоритмическая структурная схема системы "обнаружения – разрешения"

Все обозначения элементов схемы приведены на рис. 4 и пояснены выше.

Оценка эффективности. Оценка эффективности метода производится на основе использования плотности вероятности  $p(\Delta\zeta)$ , которая определяется

для " $\chi^2$ "-распределения выражением [4]:

$$\chi^2(\zeta, 2, g) = \exp\{-(\zeta + g)/2\} \times \sum_{i=0}^{\infty} \frac{g^i \zeta}{2^{2j+1} j! \Gamma(1+j)}. \quad (23)$$

Параметр нецентральности при разрешении  $g_p$  находится преобразованием исходного выражения:

$$g_p = (Y_{c1} + Y_{c2})^H G_2 G_{\perp 1} (Y_{c1} + Y_{c2}) / p_{ш1} \cdot (24)$$

При точном "согласовании" обоих проекторов с соответствующим числом целей соотношение (24) приводится к виду (18).

Вероятность разрешения целей в группе (при  $n = 2$ ) после вычислений с учётом (23) и (24) определяется выражением:

$$P_p = P(\Delta\zeta > z_p) = 1 - e^{-g_2/2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{g_p^j \Gamma(0,5 + j, z_p/2)}{\Gamma(j + 0,5)} \cdot (25)$$

Для вычисления порога  $z_p$  используется выражение, аналогичное (25), но при условии  $g_2 = 0$ .

График семейства кривых "разрешения" приведен на рис. 5.

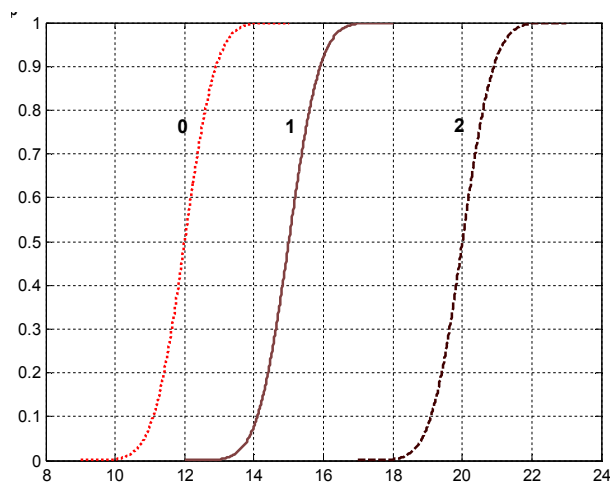


Рис. 5. Семейство кривых "разрешения"

Кривые графика построены для различных значений относительного углового рассовмещения: кривая "0" соответствует  $\Delta_0 = 1$ , т.е. определяет случай классического релейского разрешения и

служит для отсчёта уровня повышения требований к отношению сигнал/шум при "сверзразрешении"; кривые "1" и "2" построены для  $\Delta_0$ , равных 0,5 и 0,25, т.е. соответствуют повышению разрешающей способности в 2 и 4 раза.

## Вывод

Из анализа полученных результатов оценки эффективности метода высокого разрешения следует, что он обеспечивает при практически используемых отношениях сигнал/шум (15 – 16 дБ) улучшение возможностей углового разрешения в 2 – 2,5 раза. Более высокая степень разрешения требует существенного повышения энергетического потенциала РЛС, хотя на современном уровне развития техники это вполне достижимо.

## Список литературы

1. Бондаренко Б.Ф. Предельное качество обнаружения и разрешения в обнаружителе на основе согласованного проектора / Б.Ф. Бондаренко, Г.Н. Бондарчук, В.Ю. Тимчук // Изв. Вузов. Радиоэлектроника, 2005. – Т.48, № 4.
2. Оценка состава групповой сосредоточенной цели методом пространственной фильтрации с помощью матричных фильтров-проекторов / Б.Ф. Бондаренко, В.П. Долгушин, В.А. Осыпа, В.Н. Лоза // Збірник наукових праць Військового інституту КНУ ім. Т. Шевченка. – К., 2012. – № 35. – С. 20-25.
3. Ширман Я.Д. Некоторые этапы развития и проблемы теории и техники разрешения радиолокационных сигналов / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос, Д.Н. Леховицкий // Радиотехника. – 1997. – № 1. – С. 31-42.
4. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применение / С.Р. Рао. – М.: Наука, 1968. – 548 с.
5. Воеводин В.В. Матрицы и вычисления / В.В. Воеводин, Ю.А. Кузнецов. – М.: Наука, 1984. – 320 с.

Поступила в редколлегию 14.09.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. И.В. Шостак, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

## МОДИФІКОВАНИЙ АЛГОРИТМ "НАДСПРОМОЖНОСТІ" НА ОСНОВІ СУКУПНОСТІ ПРОСТОРОВИХ ФІЛЬТРІВ-ПРОЕКТОРІВ

Р.Ю. Кольцов, Ю.О. Гунченко, Є.С. Ленков, В.М. Лоза

*Розглядаються питання вдосконалення відомого алгоритму просторово-часової обробки з високою роздільною спроможністю на основі застосування узгоджених матричних фільтрів-проекторів, що пов'язані з модифікацією багатомірної фільтра-проектора і розробки алгоритму виявлення цілей при різній розмірності сигнального простору. Наведено результати порівняльної оцінки ефективності розрізнення.*

**Ключові слова:** радіолокаційна станція, фільтр-проектор, просторово-часова обробка.

## MODIFIED ALGORITHM OF "SUPERPERMISSION" ON BASIS TO THE AGGREGATE OF SPATIAL FILTERS-PROJECTORS

R. Yu. Kol'cov, Yu. A. Gunchenko, E. S. Lenkov, V. N. Loza

*The issues of improving the well-known algorithm of space-time processing of high-resolution under agreed filter matrix projectors, relating to the modification of the multidimensional filter projector and target detection algorithm development shapes of the signal space. The results of the comparative evaluation of the effectiveness of resolution.*

**Keywords:** radar station, filter projector, space-time processing.