

УДК 623.462.12:681.3.06

О.О. Журавльов, М.Г. Іванець

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОБЕРТАЛЬНО-ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ НЕКЕРОВАНИХ ОСКОЛКОВО-ФУГАСНИХ БОЙОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПІСЛЯ РОЗКРИТТЯ КАСЕТНОЇ БОЙОВОЇ ЧАСТИНИ

У статті наведена математична модель, яка дозволяє провести оцінку значень координат точок падіння некерованих осколково-фугасних бойових елементів після розкриття касетної бойової частини. Математична модель містить системи диференціальних рівнянь, що описують поступовий рух центру мас та обертальний рух біля центру мас N -некерованих осколково-фугасних бойових елементів після розкриття касетної бойової частини. Координати точок падіння розраховуються шляхом чисельного інтегрування цих систем диференціальних рівнянь з визначеними початковими умовами.

Ключові слова: касетна бойова частина, некерований осколково-фугасний бойовий елемент.

Вступ

Загальна постановка проблеми Актуальність статті обумовлена тим, що в процесі науково-технічного супроводження (НТС) дослідно-конструкторських робіт (ДКР) виникає необхідність проведення в науково-дослідних установах (НДУ) Замовника науково-технічної експертизи конструкторської документації по касетним бойовим частинам (КБЧ) виробів, що проектуються, підготовки та надання на затвердження Замовнику висновків щодо якості їх опрацювання. Аналіз світової тенденції розв'язання цього завдання свідчить, що проведення в НДУ Замовника науково-технічної експертизи ґрунтується на математичних моделях та методах дослідження ефективності застосування виробів, що проектуються.

Аналіз літератури. В [1] представлений метод знаходження імовірності ураження цілі при одиночному ударі ракетою з КБЧ, спорядженою неуправляємими бойовими елементами. У вказаному методі в якості параметрів використовуються показники розсіювання бойових елементів та приведена зона ураження КБЧ, проте, не вказані способи здобуття значення цих величин. Координати точок падіння бойових елементів (БЕ) розраховуються на основі чисельного інтегрування системи нелінійних диференціальних рівнянь, що описує їх обертально-поступальний рух. Значень цих параметрів можуть бути набуті або на основі льотно-конструкторських випробувань, в процесі учбових стрільб або на основі математичного моделювання [4, 5].

Мета статті. Розробка математичної моделі розрахунку координат точок падіння некерованих осколково-фугасних бойових елементів (НОФБЕ).

Викладення матеріалів досліджень

На завершальному етапі польоту при досягненні певної заданої області простору бортова система управління (СУ) переводить вироб в режим пікіру-

вання на точку із заданими координатами. На заданій висоті по сигналу від СУ приходить в дію центральний розривний заряд бойової частини (БЧ), при спрацьовуванні якого під дією вибухових газів, що утворилися, руйнується корпус БЧ і НОФБЕ розлітаються в радіальних напрямках з додатковими приростами швидкостей ΔV (рис. 1).

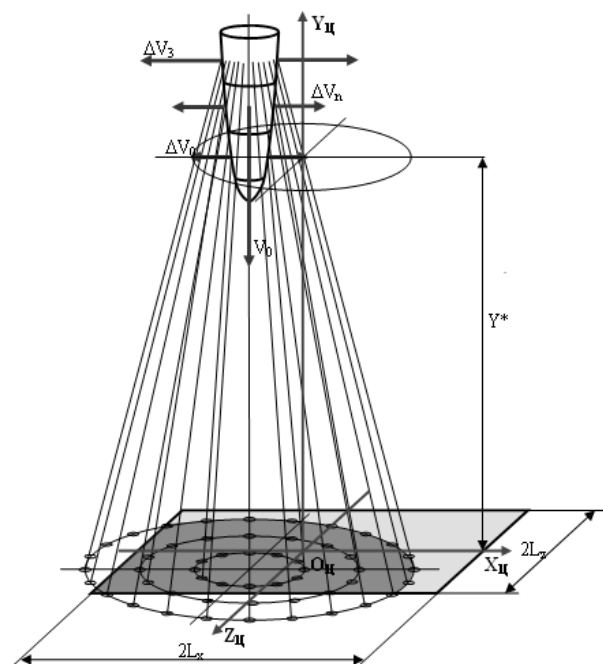


Рис. 1. Особливість ураження групового об'єкту ударом ракетою з КБЧ, оснащеною НОФБЕ

Далі, НОФБЕ здійснюють обертально-поступальний рух в режимі вільного падіння. Після спрацьовування пристрою стабілізації польоту НОФБЕ припиняють інтенсивне обертання і їх подовжні осі орієнтуються по вектору швидкості. При досягненні заданої висоти над підстилаючою поверхнею спрацьовують детонатори і НОФБЕ вибухають, формуючи динамічне поле вражаючих елементів (ВЕ) і області фугасної дії.

В результаті дії безлічі збурених чинників, що впливають на політ виробу, координати точки розкриття КБЧ підпорядковані нормальному закону розподілу щодо точки із заданими координатами.

Якщо не враховувати збурюючі чинники, що впливають на процес розкидання і на політ НОФБЕ, то точки їх падіння на поверхню землі повинні рівномірно розподілятися на деякій площі, фігура якої може бути описана колом (або кільцем). Віртуальні точки падіння БЕ на деякій площі підпорядковані рівномірному закону розподілу.

Вплив численних збурюючих чинників на процес розкидання НОФБЕ і на їх вільний політ приводить до додаткового індивідуального розсіювання їх точок падіння щодо віртуальних точок падіння, що отримуються при вказаному незбуреному процесі.

Це додаткове індивідуальне розсіювання кожного БЕ може бути описане нормальним законом розподілу.

Рух одного i -го ($i = 1, \dots, N_{\text{БЕ}}$) БЕ як твердого тіла розглядається в системі координат $O_b X_b Y_b Z_b$, пов'язаній з точкою розкриття КБЧ (далі – СКР). Положення центру мас i -го БЕ у СКР в кожен момент часу t характеризується координатами x_i, y_i, z_i . Траєкторія центру мас i -го БЕ визначається на основі чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь [2, 3].

Рівняння просторового руху центру мас i -го БЕ у СКР в координатній формі (складові відносного прискорення) мають вигляд:

$$\ddot{x}_i = g_0 n_{x_i} - g_x; \quad \ddot{y}_i = g_0 n_{y_i} - g_y; \quad \ddot{z}_i = g_0 n_{z_i} - g_z, \quad (1)$$

де g_0 – прискорення сили земного тяжіння у поверхні Землі середнього радіусу; $n_{x_i}, n_{y_i}, n_{z_i}$ – складові вектора перевантаження i -го БЕ; g_x, g_y, g_z – складові вектора прискорення від сили земного тяжіння.

Складові вектора відносної швидкості обчислюються шляхом інтегрування за часом відповідних складових вектора відносного прискорення з урахуванням початкової швидкості:

$$\dot{x}_i = \dot{x}_{i0} + \int_{t_0}^t \ddot{x}_i dt; \quad \dot{y}_i = \dot{y}_{i0} + \int_{t_0}^t \ddot{y}_i dt; \quad \dot{z}_i = \dot{z}_{i0} + \int_{t_0}^t \ddot{z}_i dt; \quad (2)$$

$$\dot{x}_{i0} = \dot{x}_i(t_0); \quad \dot{y}_{i0} = \dot{y}_i(t_0); \quad \dot{z}_{i0} = \dot{z}_i(t_0),$$

де t_0 – момент розкриття КБЧ; t – поточний час польоту i -го БЕ, відлічуваний від моменту розкриття КБЧ; $\dot{x}_{i0}, \dot{y}_{i0}, \dot{z}_{i0}$ – проекції початкової швидкості центру мас i -го БЕ у момент розкриття.

Координати центру мас i -го БЕ обчислюються шляхом інтегрування за часом відповідних складових вектора відносної швидкості з урахуванням початкових умов:

$$x_{i0} = x_i(t_0); \quad y_{i0} = y_i(t_0); \quad z_{i0} = z_i(t_0),$$

$$x_i = x_{i0} + \dot{x}_{i0}(t - t_0) + \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \ddot{x}_i dt^2;$$

$$y_i = y_{i0} + \dot{y}_{i0}(t - t_0) + \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \ddot{y}_i dt^2; \quad (3)$$

$$z_i = z_{i0} + \dot{z}_{i0}(t - t_0) + \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \ddot{z}_i dt^2,$$

де x_{i0}, y_{i0}, z_{i0} – координати центру мас i -го БЕ у момент старту. Умовою закінчення інтегрування рівнянь руху є падіння i -го БЕ на поверхню:

$$|y_i(t)| \leq \delta,$$

де δ – задана мала величина.

Значення складових вектора перевантажень обчислюються по формулах:

$$n_{x_i} = \frac{1}{m g_0} \begin{pmatrix} -X_a \cos \theta_n \cos \sigma_n - Y_a \sin \theta_n \\ -Z_a (\sin \varphi \sin \theta_n - \sin \sigma_n \cos \vartheta) \end{pmatrix};$$

$$n_{y_i} = \frac{1}{m g_0} \begin{pmatrix} -X_a \sin \theta_n \cos \sigma_n - Y_a \cos \theta_n \\ -Z_a (\sin \varphi \cos \theta_n - \sin \sigma_n \sin \vartheta) \end{pmatrix}; \quad (4)$$

$$n_{z_i} = \frac{1}{m g_0} (X_a \sin \sigma_n + Y_a \sin \varphi - Z_a);$$

$$n_x \leq n_{x_m}; \quad n_{y(z)} \leq n_m,$$

де m – маса i -го БЕ; X_a – лобовий опір i -го БЕ; Y_a, Z_a – нормальна і бічна складові підйомної сили; ν, ψ, φ – кути тангажа, ристання і крену відповідно; θ_n, σ_n – кути, що визначають орієнтацію вектора повітряної швидкості; n_{x_m}, n_m – максимально допустимі значення осьового і нормального перевантажень.

Динамічні рівняння обертального руху i -го БЕ в проекціях на осі зв'язаної системи координат припускаючи, що вони співпадають з головними центральними осями інерції, мають вигляд:

$$\dot{\omega}_{x_i} = \frac{1}{J_{x_i}} (M_{A x_i} + M_{D x_i}) - \frac{J_{x_i}}{J_{x_i}} \omega_{x_i} - \frac{J_{z_i} - J_{y_i}}{J_{x_i}} \omega_{y_i} \omega_{z_i};$$

$$\dot{\omega}_{y_i} = \frac{1}{J_{y_i}} (M_{A y_i} + M_{D y_i}) - \frac{J_{y_i}}{J_{y_i}} \omega_{y_i} - \frac{J_{x_i} - J_{z_i}}{J_{y_i}} \omega_{x_i} \omega_{z_i}; \quad (5)$$

$$\dot{\omega}_{z_i} = \frac{1}{J_{z_i}} (M_{A z_i} + M_{D z_i}) - \frac{J_{z_i}}{J_{z_i}} \omega_{z_i} - \frac{J_{y_i} - J_{x_i}}{J_{z_i}} \omega_{x_i} \omega_{y_i};$$

$$\dot{\omega}_{x_i} \leq \dot{\omega}_{x_m}; \quad \dot{\omega}_{y_i(z_i)} \leq \dot{\omega}_m,$$

де $M_{A x_i}, M_{A y_i}, M_{A z_i}$ – складові M_{A_i} аеродинамічного моменту; $M_{D x_i}, M_{D y_i}, M_{D z_i}$ – складові M_{D_i} демпфуючого аеродинамічного моменту; $\dot{\omega}_{x_m}, \dot{\omega}_m$ – максимально допустимі значення кутових прискорень.

Значення складових вектора кутової швидкості в проекціях на осі зв'язаної системи координат обчислюються шляхом інтегрування за часом відповідних складових вектора кутового прискорення з урахуванням початкових умов:

$$\omega_{x_i} = \omega_{x_{i0}} + \int_{t_0}^t \dot{\omega}_{x_i} dt; \quad \omega_{y_i} = \omega_{y_{i0}} + \int_{t_0}^t \dot{\omega}_{y_i} dt;$$

$$\omega_{z_i} = \omega_{z_{i0}} + \int_{t_0}^t \dot{\omega}_{z_i} dt; \quad (6)$$

$\omega_{x_{i0}} = \omega_{x_i}(t_0)$; $\omega_{y_{i0}} = \omega_{y_i}(t_0)$; $\omega_{z_{i0}} = \omega_{z_i}(t_0)$,
де $\omega_{x_{i0}}$, $\omega_{y_{i0}}$, $\omega_{z_{i0}}$ – значення складових вектора кутової швидкості i -го БЕ у момент відділення від КБЧ.

Кінематичні рівняння Ейлера, що описують зміну просторової орієнтації i -го БЕ як твердого тіла унаслідок його обертання з кутовою швидкістю, закон зміни якої визначається динамічними рівняннями (5), мають вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta}_i &= \omega_{y_i} \sin \varphi_i + \omega_{z_i} \cos \varphi_i; \quad \dot{\varphi}_i = \omega_{x_i} - \dot{\psi}_i \sin \vartheta_i; \\ \dot{\psi}_i &= \frac{\omega_{y_i} \cos \varphi_i - \omega_{z_i} \sin \varphi_i}{\cos \vartheta_i}. \end{aligned} \quad (7)$$

Значення кутів тангажа, рискання і крену обчислюються шляхом інтегрування за часом рівнянь (7) з урахуванням початкових умов:

$$\begin{aligned} \vartheta_i &= \vartheta_{i0} + \int_{t_0}^t \dot{\vartheta}_i dt; \quad \psi_i = \psi_{i0} + \int_{t_0}^t \dot{\psi}_i dt; \\ \varphi_i &= \varphi_{i0} + \int_{t_0}^t \dot{\varphi}_i dt; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\vartheta_{i0} = \vartheta_i(t_0); \quad \psi_{i0} = \psi_i(t_0); \quad \varphi_{i0} = \varphi_i(t_0),$$

де ϑ_{i0} , ψ_{i0} , φ_{i0} – значення кутів тангажа, рискання і крену у момент старту i -го БЕ відповідно.

Для визначення значень кутів θ_{pi} і σ_{pi} , що визначають орієнтацію вектора повітряної швидкості, використовуються рівняння кінематичних зв'язків:

$$\begin{aligned} \theta_{pi} &= \arcsin \frac{\dot{y}_i}{v_{vi}}; \quad \sigma_{pi} = \arcsin \frac{\dot{z}_i + w_v \sin(A_{0i} - A_w)}{v_{vi}}; \quad (9) \\ v_{vi} &= \sqrt{\left[\dot{x}_i - w_v \cos(A_{0i} - A_w) \right]^2 + \dot{y}_i^2 + \left[\dot{z}_i + w_v \sin(A_{0i} - A_w) \right]^2}, \end{aligned}$$

де A_0 – азимут запуску i -го БЕ; w_v , A_w – швидкість і азимут горизонтального вітру; v_v – швидкість i -го БЕ щодо повітря.

При моделюванні номінальної траєкторії i -го БЕ в безвітряній атмосфері приймемо $w_v = 0$ і $A_w = 0$.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВРАЩАТЕЛЬНО-ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НЕУПРАВЛЯЕМЫХ ОСКОЛОЧНЫХ – ФУГАСНЫХ БОЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПОСЛЕ ВСКРИТИЯ КАССЕТНОЙ БОЕВОЙ ЧАСТИ

А.А. Журавлев, М.Г. Иванец

В статье приведена математическая модель, которая позволяет провести оценку значений координат точек падения неуправляемых осколочно-фугасных боевых элементов после раскрытия кассетной боевой части. Математическая модель содержит системы дифференциальных уравнений, которые описывают поступательное движение центра масс и вращательное движение около центра масс N-неуправляемых осколочно-фугасных боевых элементов после раскрытия кассетной боевой части. Координаты точек падения рассчитываются путем численного интегрирования этих систем дифференциальных уравнений с определенными начальными условиями.

Ключевые слова: кассетная боевая часть, неуправляемый осколочно-фугасный боевой элемент.

MATHEMATICAL MODEL ROTATORY-FORWARD MOTION UNCONTROLLED SPLINTER – HIGH-CAPACITY BATTLE ELEMENTS AFTER DISSECTION CASSETTE BATTLE PART

A. A. Zhuravlev, M. G. Ivanets

A mathematical model which allows to conduct the estimation values co-ordinates points falling uncontrolled splinter-high-capacity battle elements after opening cassette battle part is resulted in the article. A mathematical model contains the systems differential equalizations which describe forward motion centre-of-mass and rotatory motion near centre-of-mass N-uncontrolled splinter-high-capacity battle elements after opening cassette battle part. The co-ordinates points falling settle accounts by numeral integration these systems differential equalizations with certain initial conditions.

Keywords: cassette battle part, uncontrolled splinter-high-capacity battle element.

Початкові умови для інтегрування рівнянь руху, масові і аеродинамічні характеристики БЕ вибираються із пояснювальних записок, що представляються Головним виконавцем Замовнику.

Висновки

На основі математичного моделювання вільного падіння в атмосфері БЕ, що відокремилися, проводиться оцінка координат точок падіння в умовній цільовій системі координат.

На основі наведеної моделі розроблено спеціальне програмне забезпечення, що дозволяє проводити оцінку таких параметрів області розсіювання, як: форма і розмір області групування точок падіння на поверхню, щільність розподілу точок падіння.

Отримані результати застосовуються при оцінці динамічної щільності поля БЕ, що формується при одночасному підриві всіх НОФБЕ КБЧ.

Список літератури

1. Оценка эффективности огневого поражения ударами ракет и огнем артиллерии. – СПб.: «Гелея Принт», 2006. – 424 с.
2. Гурский Б.Г. Основы теории систем управления высокоточных ракетных комплексов Сухопутных войск / Б.Г. Гурский, М.А. Люцанов, Э.П. Спирин. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 328 с.
3. Разорёнов Г.Н. Системы управления летательными аппаратами (баллистическими ракетами и их головными частями) / Г.Н. Разорёнов, Э.А. Бахрамов, Ю.Ф. Титов. – М.: Машиностроение, 2003. – 584 с.
4. Балаганский И.А. Действие средств поражения и боеприпасов: Учебник / И.А. Балаганский, Л.А. Мерзневский. – Н.: НГТУ, 2004. – 408 с.
5. Бабкин А.В. Средства поражения и боеприпасы: Учебник / А.В. Бабкин, В.А. Велданов, Е.Ф. Грязнов. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – 984 с.

Надійшла до редколегії 24.05.2013

Рецензент: д-р техн. наук проф. В.В. Баранник, Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, Харків.