

УДК 629.73.519.673

С.Ю. Тішков, Д.Г. Васильєв, С.В. Федоряка

Державний науково-випробувальний центр Збройних Сил України, Феодосія

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ БЕЗПІЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ ДВОХВЕРТОЛІТНОЇ КОМБІНАЦІЇ З V-ОБРАЗНОЮ ТА РОЛИКОВОЮ ПІДВІСКАМИ

Запропоновано математичну модель руху безпілотних літальних апаратів двохвертолітної комбінації з V-образною і роликовою підвісками. Розроблена модель оптимального керування руху безпілотних літальних апаратів двохвертолітної комбінації з V-образною та роликовою підвісками.

Ключові слова: математична модель, двохвертолітна комбінації з V-образною та роликовою підвісками, нормальна система координат, безпілотний літальний апарат вертолітного типу.

Вступ

Постановка проблеми. Досвід локальних війн останніх десятиліть показує, що бойові дії починається з ретельної підготовки (перевезення вантажів, особового складу, боєприпасів, техніки) в заданий район. Найбільш загальним способом може вважатися доставка вантажів наземним, водним та повітрям способом. Найбільш мобільним й швидким є перевезення повітряним транспортом. Аналіз комплексу заходів службової діяльності транспортної авіації Повітряних Сил (ПС) Збройних Сил (ЗС) України дає підстави стверджувати, що реалізація функцій ЗС України вимагає стійкого, безперервного, оперативного і прихованого управління, забезпечення ефективного використання сил та засобів підрозділів ПС й успішного виконання покладених на них завдань. Зменшення часу на перевезення необхідного вантажу на цьому етапі досягається за рахунок спроможності літального апарата (ЛА) перевезти необхідний вантаж в встановлені строки. Задачею прискореного перевезення вантажу є підвищення спроможності існуючого вертолітного парку ЛА в різних комбінаціях як з пілотованими ЛА так й безпілотними ЛА (БпЛА).

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Способи доставки вантажів можуть бути різними та залежать як від місця розташування об'єкта, так і можливостей транспортного засобу. Найбільш мобільний є повітряний спосіб під яким розуміють організацію функціонування військово-транспортних літаків, вертольотів та БпЛА, щоб доставка вантажу займало час, який мінімально необхідний для виконання бойової задачі. Застосування швидкого перевезення військ та вантажу в необхідний район бойових дій може дезорганізувати противника. При цьому ймовірні ситуації, коли противник установить факт зміни ситуації не на його користь, але не встигне відреагувати, й буде змушений відмовитись від нанесення удару та щоб уникнути ве-

ликих втрат, або чекати, коли будуть ситуація змінена на його користь.

Метою статті є розгляд ситуації в формалізованому вигляді для гіпотетичної інформаційної системи (ІС) руху БпЛА двохвертолітної комбінації з V-образною та роликовою підвісками (підсистем, які можуть бути однотипними чи відрізнятися за своїм функціональним призначенням) для вибору шляхів підвищення оптимального керування БпЛА з урахуванням забезпечення мінімального ураження.

Основний матеріал

Розглянемо розрахункову схему двохвертолітної комбінації (ДВК) БпЛА з компактним моновантажем на загальній V-образній та роликовій підвісках (рис. 1). Вводиться припущення, що маса моновантажу для V-образної підвіски зосереджена в точці з'єднання кінців тросів, а для роликової підвіски – в центрі ролика, точці O_M . Аеродинамічні моменти, що діють на моновантаж, не враховуються [4]. Рух і-го БпЛА вертольотного типу (ВТ) ($i = 1, 2$) розглядається в пов'язаний з ним системі координат $(O_i X_i Y_i Z_i)$. Рух зовнішньої підвіски – в рухомий земної системі координат $(O_0 X_0 Y_0 Z_0)$, початок якої (та початок нормальної системи координат $(O X_g Y_g Z_g)$) розташовано в центрі мас першого, ведучого БпЛА ВТ на сталому режимі. Вісь OY_0 збігається з віссю OY_g , вісь OZ_0 повернута по відношенню до осі OZ_g на кут ψ_{Π} пеленга незбуреного строю БпЛА ВТ (позитивний при розташуванні веденого БпЛА ВТ попереду ведучого) та на сталому режимі проходить через проекцію центру мас другого, веденого БпЛА ВТ на площину $X_g Z_g$ [1 – 3].

Положення моновантажу в системі $O_0 X_0 Y_0 Z_0$ характеризується радіусом-вектором його центру мас $r_{OM} = (X_{OM} Y_{OM} Z_{OM})^T$ і двома кутами φ_{OM} , ψ_{OM} , орієнтованими поздовжню вісь моновантажу.

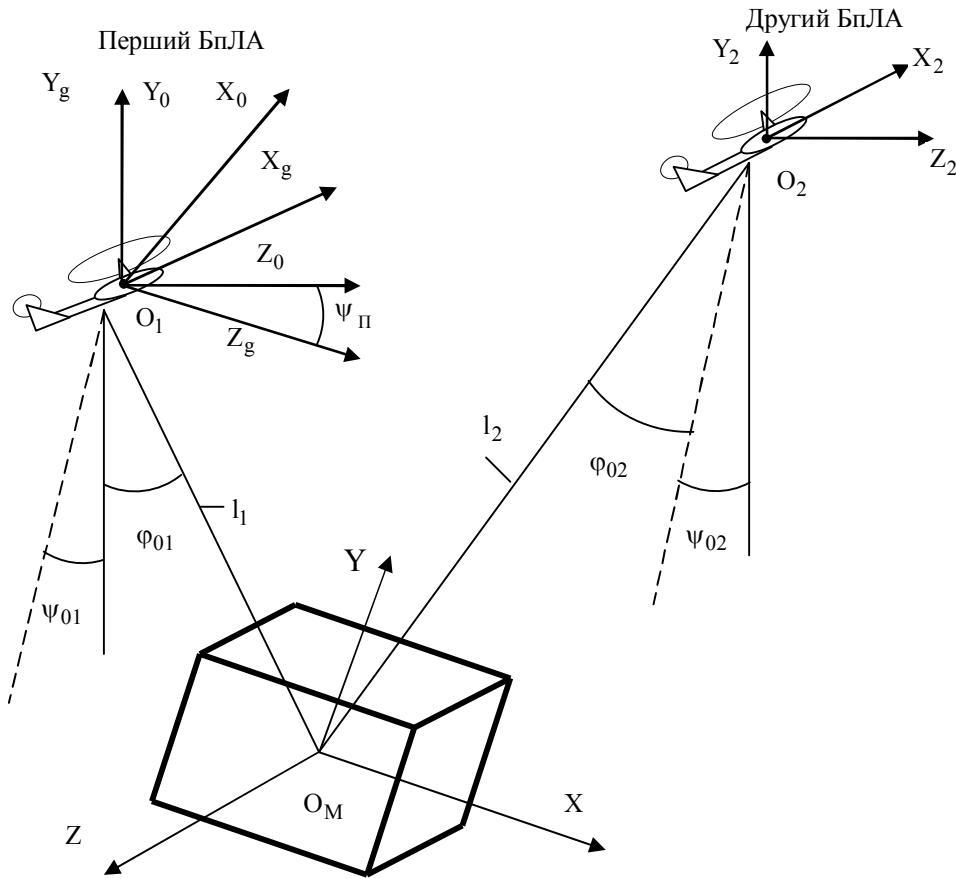


Рис. 1. Схема ДВК БПЛА з компактним моновантажем на загальній V-образній та роликів підвісках

Положення точки кріплення до моновантажу троса і-го БПЛА G_i – довжиною троса L_i та кутами φ_{0i} , ψ_{0i} (позитивними при відхиленні троса відповідно вліво й вперед). Такий вибір приводить до суттєвих спрощень, так як дані кути залишаються малими при відповідних відхиленнях тросів в будь-якому напрямку, а система координат $O_0X_0Y_0Z_0$ дозволяє залишатися в рамках припущення про малість кутів при розгляді діапазону кута $\psi_{\pi} = \pm 90^\circ$, використовуючи його в якості параметра. V-образна підвіска має одну ступінь свободи, яка відповідає відхиленню еквівалентної системи (ЕС) по куту ψ_R .

Отже, сумарні кути відхилення і-го троса рухомої системи в системі координат $OX_0Y_0Z_0$ рівні [1–3].

$$\psi_{0i} = \psi_R; \varphi_{0i} = \varphi_{0i0}. \quad (1)$$

Кути ψ_{0i} мають лише одну складову, яка залежить від взаємного розташування в просторі точок кріплення тросів до БПЛА вертолітного типу. З рівнянь геометричної нерозривності для V-образної підвіски на балансувальному режимі висіння, які отримуємо з виразу

$$h + \sum_{i=1}^2 (-1)^{s+1} L_i \times$$

$$\times [-\cos \varphi_{0i} \quad \cos \varphi_{0i} \cos \psi_{0i} \quad \sin \varphi_{0i}]^T - L_M \times$$

$$\times [\cos \varphi_{0M} \sin \psi_{0M} \quad \cos \varphi_{0M} \cos \varphi_{0M} \quad \cos \psi_{0M}]^T = 0,$$

при $L_M = 0$, маємо

$$\varphi_{0i0} = \mp \varphi_0 - \frac{h_Y}{h_Z} \left(1 + \frac{h_Y}{2R_\epsilon} \right), \quad (2)$$

де $\varphi = \frac{h_Z}{2R_\epsilon}$.

В лінійному наближенні [1–3]

$$\varphi_{0i0} = \mp \varphi_0 \frac{\Delta h_Z}{2R_\epsilon} - \varphi_{0i}^{h_Y} \Delta h_Y, \quad (3)$$

де

$$\varphi_{0i}^{h_Y} = (2R_\epsilon \varphi_0)^{-1}.$$

Реакції зв'язку F_{YTi} визначаються рівнянням, в якому

$$F_{YTi} = [Y_{OM} - m_M(g + \ddot{y}_{OR})] C_i,$$

$$\ddot{y}_{OR} \approx \sum_{i=1}^2 K_i \dot{V}_{KYi};$$

V_{KYi} – вертикальна складова земної швидкості центру мас i -го БПЛА ВТ в системі координат $O_i X_i Y_i Z_i$;

$$C_i = \mp \frac{\sin \varphi_{O(e-i)}}{\sin(\varphi_{01} - \varphi_{02})}. \quad (4)$$

У лінійному наближенні для режиму висіння

$$F_{YTi} = -0,5G_M \left(1 + \frac{\ddot{y}_{OR}}{g} \right) \pm G_M \frac{1}{4R_e \varphi_0^2} \Delta h_Y. \quad (5)$$

З рівняння (5) видно, що, подібно нагоди трапецієподібної підвіски, БПЛА ВТ із загальною V-образною підвіскою статично стійкі по перевищенню. Однак, на відміну від останньої, у V-образної ступінь статичної стійкості збільшується при зменшенні наведеного кута напіврозтвора тросів φ_0 та їх довжини. Причиною цього є особливість кінематики V-образної підвіски, яка полягає в тому, що, наприклад, при $\Delta h_Y > 0$ зменшення φ_0 приводить до збільшення зміщення центру мас моновантажів в бік другого БПЛА ВТ й, як наслідок, збільшення ступеня перерозподілу між БПЛА ВТ сили тяжіння моновантажів при заданому Δh_Y . Крім цієї особливості V-образної підвіски ступінь статичної стійкості на порядок більше, ніж у трапецієподібної, що видно з рис. 2, на якому показано вплив перевищення БПЛА ВТ в строю на сили натягу тросів в ДВК.

Зазначена обставина стала однією з головних причин суттєвого погіршення керованості БПЛА ВТ із загальною V-образною підвіскою [1 – 4].

Отримаємо систему нелінійних диференціальних рівнянь руху ДВК на загальній V-образній підвісці у вигляді

$$\begin{aligned} \dot{V}_{KXi} &= (F_{Xi} + F_{XTi})m^{-1} - g \sin \vartheta_i + (\omega_{Zi} V_{KYi} - \omega_{Yi} V_{KZi}); \\ \dot{V}_{KYi} &= \frac{(F_{X\Sigma i} - G_{\Sigma i}^1) - (F_{Y\Sigma(\vartheta-i)} - G_{\Sigma(\vartheta-i)}^1) \frac{m_M}{m_{\Sigma(\vartheta-i)}} G_{i\Sigma(\vartheta-i)}}{\tilde{m} m_{\Sigma i}}; \\ \dot{V}_{KZi} &= (F_{Zi} + F_{ZTi})m^{-1} - g \cos \vartheta_i \sin \gamma_i + (\omega_{Yi} V_{KXi} - \omega_{Xi} V_{KYi}); \\ \dot{\omega}_{Xi} &= (I_Y \tilde{M}_{Xi} + I_{XY} \tilde{M}_{Yi})(I_X I_Y - I_{XY}^2)^{-1}; \\ \dot{\omega}_{Yi} &= (I_X \tilde{M}_{Yi} + I_{XY} \tilde{M}_{Xi})(I_X I_Y - I_{XY}^2)^{-1}; \\ \dot{\omega}_{Zi} &= [(M_{Zi} + M_{ZTi}) + (I_X + I_Y) \omega_{Xi} \omega_{Yi} - I_{XY}(\omega_{Yi}^2 - \omega_{Xi}^2)] I_Z^{-1}; \\ \dot{\omega}_{H.Bi} &= (M_{ДВi} - M_{Ki}) I_{H.B}^{-1}; \\ \dot{\vartheta}_i &= \omega_{Zi} \cos \gamma_i + \omega_{Yi} \sin \gamma_i; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\dot{\gamma}_i = \omega_{Xi} + (\omega_{Zi} \sin \gamma_i - \omega_{Yi} \cos \gamma_i) \operatorname{tg} \vartheta_i;$$

$$\dot{\Psi}_i = (\omega_{Yi} \cos \gamma_i - \omega_{Zi} \sin \gamma_i) / \cos \vartheta_i;$$

$$\dot{X}_{gi} = A_{(li)}^{(g)} V_{Ki};$$

$$I_{M.T2} \dot{\omega}_R = Q_{M.T2} + \sum_{i=1}^2 I_{B.T2i} \times$$

$$\times [A_{(li)}^{(0)} \dot{V}_{Ki} + A_{(g)}^{(0)} (\dot{\omega}_i \times b_B)];$$

$$\dot{\alpha}_R = \omega_R;$$

$$\dot{h} = A_{(i)2}^{(0)} V_{K2} - A_{(i)1}^{(0)} V_{K1} + A_{(g)}^{(0)} (\omega_2 - \omega_1) \times b_B,$$

$$(i = 1, 2),$$

де
$$\tilde{M}_{Xi} = (M_{Xi} + M_{XTi}) - I_{XY} \omega_{Xi} \omega_{Zi} + (I_Y - I_Z) \omega_{Yi} \omega_{Zi};$$

$$\tilde{M}_{Yi} = (M_{Yi} + M_{YTi}) - (I_X - I_Z) \times$$

$$\times \omega_{Xi} \omega_{Zi} + I_{XY} \omega_{Yi} \omega_{Zi};$$

$$F_i = [F_{Xi} \quad F_{Yi} \quad F_{Zi}]^T -$$

вектор сумарної аеродинамічної сили, що діє на i -й БПЛА ВТ;

$$M_i = [M_{Xi} \quad M_{Yi} \quad M_{Zi}]^T -$$

вектор сумарного аеродинамічного моменту, що діє на i -й БПЛА ВТ [1 – 3].

$$R_e = L_1 = L_2, \quad K = 0,5, \quad \varphi_{01}^{hY} = (2R_e \varphi_0)^{-1}. \quad (7)$$

В результаті отримаємо систему нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку. При цьому компоненти сил натягу тросів визначаються з урахуванням співвідношень (1), (3) (4). Рух V-образної підвіски описується двома диференціальними рівняннями

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_\Psi &= \frac{1}{m_M R_\vartheta} [(Y_{OM} - G_M) \sin \Psi_R - X_{OM} \cos \Psi_R] + \\ &+ \sum_{i=1}^2 I_{B.V2i} [A_{(li)}^{(0)} \dot{V}_{Ki} + A_{(g)}^{(0)} (\dot{\omega}_i \times b_B)]; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\dot{\Psi}_R = \omega_\Psi,$$

де

$$I_{B.VZi} = -0,5e^{-1} \left[1 \quad \Psi_R \left[1 \pm R_e \varphi_{01}^{hY} (\varphi_{010} \varphi_{020}) \right] \pm \right. \\ \left. \pm 0,5 \Psi_R (\varphi_{010} \varphi_{020}) \right].$$

Загальна роликів підвіска має два ступені свободи – рух моновантажів можливо в площинах $X_0 Y_0$, $Y_0 Z_0$, що відповідає відхиленню ЕС по кутах Ψ_R , φ_R .

Тоді сумарні кути відхилення троса i -го БПЛА ВТ в системі координат $O X_0 Y_0 Z_0$ дорівнюють

$$\varphi_{0i} = \Psi_R; \quad \varphi_{0i} = \varphi_0 + \varphi_R. \quad (9)$$

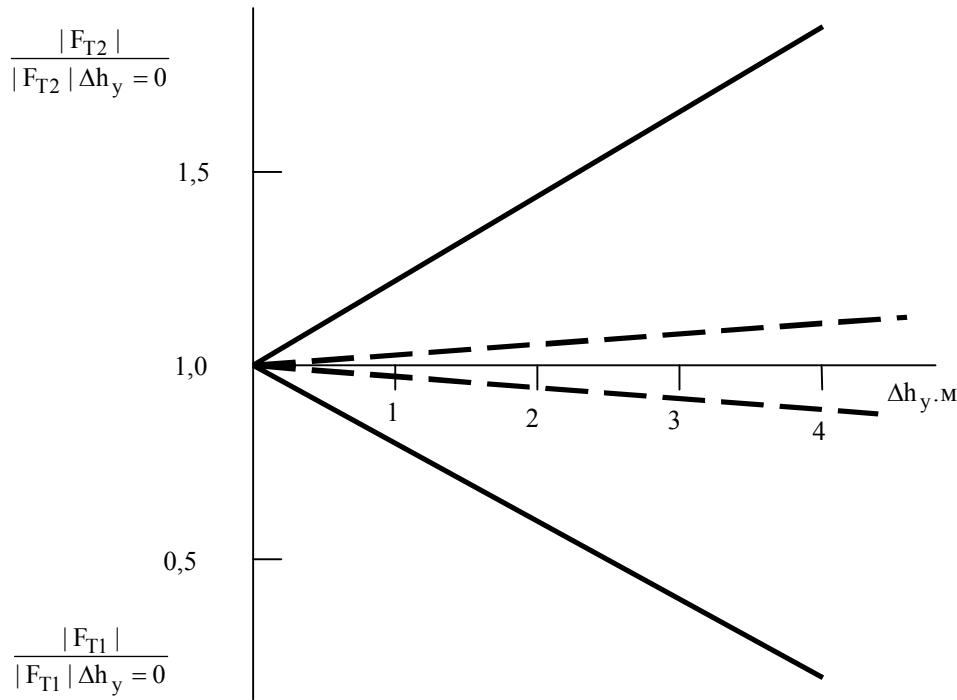


Рис. 2. Вплив перевищення БПЛА ВТ в строю на сили натягу тросів в ДВК

В рівнянні (8) відображена основна кінематична особливість роликів підвіски, яка полягає в тому, що, якщо не враховувати тертя ролика при його русі по тросу, то при відсутності відхилення ЕС рівноважний стан ролика в просторі такий, що кути відхилення по осі OY_0 правої та лівої гілки троса однаково незалежні від відносного положення точок кріплення тросів до БПЛА ВТ. Отже, рівні й сили натягу тросів.

Іншими словами, БПЛА ВТ з моновантажів на загальної зовнішньої роликів підвіски мають нейтральну статичну стійкість по перевищенню [1 – 3].

Для отримання рівнянь руху двох БПЛА ВТ з моновантажем на роликів підвіски необхідно в систему рівнянь (6) покласти і виключити рівняння руху моновантажу по v_σ .

$$K = 0,5, \quad \varphi_{01}^{hy} = 0. \quad (10)$$

В результаті отримаємо систему нелінійних диференціальних рівнянь, яка відрізняється від системи рівнянь (6) тільки рівняннями руху моновантажу і тим, що компоненти сил натягу тросів визначаються з урахуванням співвідношень (8) та (10).

$$C_i = \frac{\sin(\varphi_0 \mp \varphi_R)}{\sin 2\varphi_0}. \quad (11)$$

Просторовий рух моновантажу на загальній роликів підвіски описується системою диференціальних рівнянь

$$I_{M,P2} \dot{\omega}_{RP2} = Q_{M,P2} + \sum_{i=1}^2 I_{B,P2i} \times \left[A_{(1)i}^{(O)} \dot{V}_{Ki} + A_{(g)}^{(O)} (\dot{\omega}_i \times b_B) \right]; \quad (12)$$

$$\dot{\alpha}_{RP2} = \omega_{RP2}$$

де

$$\alpha_{RP2} = [\varphi_R \psi_R]^T;$$

$$\omega_{RP2} = [\omega_\varphi \omega_\psi]^T;$$

$$Q_{M,P2} = 0,5L_\Sigma \times$$

$$\times \begin{bmatrix} X_{OM} \sin \varphi_R \sin \psi_R + (Y_{OM} - G_M) \sin \varphi_R \sin \psi_R - Z_{OM} \cos \varphi_R \\ -X_{OM} \cos \varphi_R \cos \psi_R + (Y_{OM} - G_M) \cos \varphi_R \sin \psi_R \end{bmatrix}$$

$$I_{M,P2} = 0,25m_M L_\Sigma^2 E;$$

$$I_{B,P2i} = 0,25m_M L_\Sigma \begin{bmatrix} 0 & -\varphi_R & 1 \\ -1 & 1\psi_R & \varphi_0\psi_R \end{bmatrix}.$$

Отже, просторовий рух ДВК БПЛА ВТ з V-образною підвіскою, що описується системою нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку, в яких рівняння співпадають з аналогічними рівняннями ДВК з трапецієподібної підвіскою (рівняння (6)). При цьому компоненти сил натягу тросів визначаються з урахуванням співвідношень (1), (3), (4).

Рух V-образної підвіски описується диференціальними рівняннями (8).

Рівняння просторового руху ДВК БПЛА ВТ з роликів підвіскою представляють собою систему

нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку, яка відрізняється від рівнянь (6) тільки рівняннями руху моновантажу й тим, що компоненти сил натягу тросів визначаються з урахуванням співвідношень (8), (9), (11).

Просторовий рух моновантажу на загальній роликів підвісці описується системою диференціальних рівнянь (12) [1 – 4].

Висновки

Багатовертольотні комбінації представляють собою динамічні системи з багатьма ступенями свободи. Просторовий рух ДВК з V-образною підвіскою описується отриманою системою нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку. При цьому компоненти сил натягу тросів визначаються з урахуванням співвідношень (1), (3) та (4). Рух V-образної підвіски описується двома диференціальними рівняннями (8).

Розроблені рівняння просторового руху ДВК з роликів підвіскою представляють собою систему нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку, яка відрізняється тільки рівняннями руху моновантажу й тим, що компоненти сил натягу тросів визначаються з урахуванням співвідношень (8), (9), (11).

Просторове рух моновантажу на загальній роликів підвісці описується системою диференціальних рівнянь (12).

Динамічні характеристики (балансувальні характеристики стійкості та керованості) БВК мають ряд особливостей в порівнянні з вільними БПЛА VT й одновертолітними комбінаціями.

Параметри ДВК необхідно вибирати таким чином, щоб період найбільш високочастотної нестійкої або практично нейтральною форми руху

в поздовжньому каналі був не менш 3,3 с та час подвоєння амплітуди аперіодично нестійкої форми в бічному каналі не менш 2 с, або розробляти систему автоматичного управління, яка мала б таку структуру, що компенсувала б коріння зазначених форм руху.

Останній шлях є найбільш прийнятним, оскільки не вимагає певного вибору конструктивних параметрів об'єкта управління, що призводить до розширення експлуатаційних можливостей та підвищення ефективності бойового застосування БВК.

Список літератури

1. Фролов Л.М. *Аэродинамика и динамика полета вертолетов* / Л.М. Фролов. – М.: Воениздат, 1982. – 488 с.
2. Обидин Н.И. *Динамика полета и боевое маневрирование вертолетов* / Н.И. Обидин, В.Н. Костенко. – Х.: Типография ХВВАИУ, 1989. – 212 с.
3. Володко А.М. *Динамика вертолетов* / А.М. Володко. Часть 2. – Х.: Типография ХВВАИУ, 1989. – 378 с.
4. Евстифеев Д.И. *Расчет характеристик устойчивости и управляемости вертолета* / Д.И. Евстифеев, В.Н. Костенко. – Х.: Типография ХВВАИУ 1987. – 212 с.

Надійшла до редколегії 15.05.2013

Рецензент: канд. техн. наук О.Т. Гордієвський, Державний науково-випробувальний центр Збройних Сил України, Феодосія.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ ДВУХВЕРТОЛЕТНОЙ КОМБИНАЦИИ С V-ОБРАЗНОЙ И РОЛИКОВОЙ ПОДВЕСКАМИ

С.Ю. Тишков, Д.Г. Васильев, С.В. Федоряка

Предложена математическая модель движения беспилотных летательных аппаратов двухвертолетной комбинации с V-образной и роликковой подвесками. Разработана модель оптимального управления движением беспилотных летательных аппаратов двухвертолетной комбинации с V-образной и роликковой подвесками.

Ключевые слова: математическая модель, двухвертолетная комбинация, V-образная подвеска, роликковая подвеска, нормальная система координат, беспилотный летательный аппарат вертолетного типа.

MATHEMATICAL MODEL OF MOVEMENT UNMANNED AERIAL VEHICLE TWO HELICOPTER COMBINATION WITH V-VIVID AND ROLLER PENDANTS

S.Y. Tishkov, D.G. Vasiliev, S.V. Fedoryak

The mathematical model of movement of two helicopter combination unmanned aerial vehicle with V-similar and roller pendants is offered. The model of movement optimal management unmanned aerial vehicle of twohelicopter combination with V-similar and roller pendants is invented.

Keywords: mathematical model, two helicopter combination, V-similar pendants, roller pendants, normal system of coordinates, unmanned aerial vehicle of helicopter type.