

УДК 621.396.96.095.4:528.8.04-047.27

В.К. Волосюк, В.В. Павликов, С.С. Жила

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков

## СТАТИСТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ И АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ ПОСТРОЕНИЯ РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ В СКАНИРУЮЩИХ РАДИОМЕТРАХ С НУЛЕВЫМ ПРИЕМОМ

*Синтезирован алгоритм оптимального восстановления радиометрических изображений в сканирующих радиометрических устройствах с нулевым приемом и флуктуирующей передаточной характеристикой входного тракта. Показано, что алгоритм содержит операции модуляции и умножения уравнения наблюдения на функцию, совпадающую с нормированной диаграммой направленности антенны, декорреляции с последующим квадратичным детектированием, вычисления разности интенсивностей входного и опорного сигналов, измеренных на соседних полуинтервалах. Разработана соответствующая структурная схема радиометра, определена предельная погрешность оценивания и потенциальная флуктуационная чувствительность.*

**Ключевые слова:** сканирующий нулевой радиометр, оптимальный алгоритм, предельная погрешность оценивания, потенциальная флуктуационная чувствительность.

### Введение

Точность оценивания исследуемых параметров в большей мере определяется качеством измерительной аппаратуры. При исследовании собственного радиотеплового излучения различных объектов измерителями являются радиометры, оценивающие энергетические или мощностные характеристики. Они широко применяются в дистанционном зондировании, радиоастрономии, пассивной радиолокации и медицине.

Простейшим радиометром является компенсационный, но при этом его физическая реализация не целесообразна на практике. Это вызвано тем, что результаты измерения смещены из-за флуктуаций коэффициента усиления входного тракта приемника. Для уменьшения данных погрешностей и повышения точности измерений был разработан ряд новых радиометров: модуляционный (радиометр Дикке), нулевой и аддитивно-шумовой.

Особое место среди существующих радиометров занимают нулевые – приемники электромагнитного излучения нагретых объектов в которых достигается нулевой баланс за счет уравнивания мощности входного и опорного сигналов. Данный подход позволяет значительно снизить, а в теории полностью исключить нестабильность входного тракта приемника.

Для построения радиометрических изображений (РМИ) используются радиометры компенсационного, нулевого или др. типа с одиночными сканирующими антеннами.

Ранее в работах [1 – 3] решены задачи оптимального синтеза алгоритмов обработки сигналов в нулевых радиометрах без учета сканирования диаграммы направленности антенны. **Целью данной работы** является статистический синтез алгоритмов

построения РМИ в сканирующих радиометрах с нулевым приемом, разработка структурных схем, анализ предельных погрешностей оценивания и потенциальной флуктуационной чувствительности.

### Постановка оптимизационной задачи

Необходимо на фиксированном интервале времени наблюдения  $(0, T)$  в сканирующем радиометре с нестабильной передаточной характеристикой входного тракта дать оценку радиояркости  $V(f_0, \bar{\vartheta})$  пространственно-протяженного объекта (РМИ) в присутствии внутренних шумов, при условии, что входной тракт выполнен по модуляционной схеме с перестраиваемым источником опорного сигнала.

В качестве модулирующей функции  $m(t)$  выберем меандр. Введение во входной тракт такой операции эквивалентно формированию двух независимых уравнений наблюдений. При  $m(t) = 1$  в приемник поступает полезный сигнал  $\xi(t, \bar{\vartheta}_0(t))$  и смешивается с внутренними шумами  $\eta(t)$ . При  $m(t) = 0$  – входной тракт закрыт, а в приемник подается опорный сигнал  $\xi_{RG}(t)$  с перестраиваемой СПМ  $N_{0RG}$ .

### Уравнение наблюдения

Запишем уравнение наблюдения в виде

$$u(t, \bar{\vartheta}_0(t)) = m(t)s(t, \bar{\vartheta}_0(t)) + [1 - m(t)]\xi_{RG}(t) + n(t) + n_r(t), \quad (1)$$

где  $s(t, \bar{\vartheta}_0(t))$ ,  $\xi_{RG}(t)$  и  $n(t)$  – процессы  $\xi(t, \bar{\vartheta}_0(t))$ ,  $\xi_{RG}(t)$  и  $\eta(t)$  прошедшие линейную часть приемника (ЛЧП) с нестабильной передаточной характеристикой  $\dot{K}(j2\pi f, \zeta)$ ,  $n_r(t)$  – регуляризирующая

добавка в виде белого гауссовского шума с нулевым средним и СПМ  $N_{0r}$ , исключающая сингулярности в процессе решения интегральных уравнений

$$m(t) = \begin{cases} 1, & nT_m \leq t < (n+1/2)T_m; \\ 0, & (n+1/2)T_m \leq t < (n+1)T_m, \end{cases}$$

$T_m$  – период модуляции.

### Решение оптимизационной задачи

Оптимальный алгоритм получим, решив систему уравнений [4]:

$$\begin{cases} \frac{\delta \ln p[u(t, \bar{\vartheta}_0(t)) | \bar{\lambda}]}{\delta B(f_0, \bar{\vartheta})} \Big|_{\hat{B}(\bar{\vartheta})=B_{opt}(\bar{\vartheta})} = 0; \\ \frac{\partial \ln p[u(t, \bar{\vartheta}_0(t)) | \bar{\lambda}]}{\partial N_{RG}} \Big|_{\hat{N}_{RG}=N_{RGopt}} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\frac{\delta}{\delta B(f_0, \bar{\vartheta})}$  и  $\frac{\partial}{\partial N_{RG}}$  – операторы вариационной и частной производной по искомым параметрам

$$p[u(t, \bar{\vartheta}_0(t)) | \bar{\lambda}] = k(\bar{\lambda}) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T u(t_1, \bar{\vartheta}_0(t_1)) \times \right. \\ \left. \times W_u(t_1, t_2, \bar{\lambda}) u(t_2, \bar{\vartheta}_0(t_2)) dt_1 dt_2 \right\} -$$

функционал правдоподобия для стохастических гауссовских процессов,  $k(\bar{\lambda})$  – коэффициент, зависящий от  $\bar{\lambda}$ ,  $W_u(t_1, t_2, \bar{\lambda})$  – функция, обратная корреляционной функции, которая находится из интегрального уравнения обращения [5]

$$\int_0^T R_u(t_1, t_2, \bar{\lambda}) W_u(t_2, t_3, \bar{\lambda}) dt_2 = \delta(t_1 - t_3). \quad (3)$$

Найдем корреляционную функцию  $R_u(t_1, t_2, \bar{\lambda})$  в виде

$$\begin{aligned} R_u(t_1, t_2, \bar{\lambda}) &\approx \langle u(t_1) u(t_2) \rangle \approx \frac{m^2(t_1) c^2}{2 f_0^2} \times \\ &\times B_F(f_0, \bar{\vartheta}_0(t_1)) \left\{ 1 + \int_{-\infty}^{\infty} h_{\zeta}(t_1 - \tau) h_{\zeta}(t_2 - \tau) d\tau \right\} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1 - \tau) h(t_2 - \tau) d\tau + 0,5 N_{RG} \times [1 - m(t_1)]^2 \times \\ &\times \left\{ 1 + \int_{-\infty}^{\infty} h_{\zeta}(t_1 - \tau) h_{\zeta}(t_2 - \tau) d\tau \right\} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1 - \tau) h(t_2 - \tau) d\tau + \\ &+ \frac{N_{0n}}{2} \left\{ 1 + \int_{-\infty}^{\infty} h_{\zeta}(t_1 - \tau) h_{\zeta}(t_2 - \tau) d\tau \right\} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1 - \tau) h(t_2 - \tau) d\tau + 0,5 N_{0r} \delta(t_1 - t_2), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $c$  – скорость распространения электромагнитных волн,  $f_0$  – центральная частота настройки входного тракта радиометра,  $N_{RG}$ ,  $N_{0n}$ ,  $N_{0r}$  – спектральные плотности мощности опорного сигнала, внутреннего шума и регуляризирующей добавки,  $h(\tau)$  – импульс-

ная характеристика стабильной составляющей додетекторной части радиометра,  $h_{\zeta}(\tau)$  – импульсная характеристика формирующего фильтра первого порядка, который определяет СПМ  $\zeta(t)$ .

Предположения используемые при выводе (4):

1)  $s(t, \bar{\vartheta}_0)$ ,  $s_{RG}(t)$ ,  $n(t)$  и  $n_r(t)$  – статистически независимые гауссовские случайные процессы с нулевым средним и СПМ

$$\begin{aligned} G_s(f, \bar{\vartheta}_0(t)) &= 0,5 N_{0s}(f, \bar{\vartheta}_0(t)) |\dot{K}(j2\pi f, \zeta)|^2, \\ G_{RG}(f) &= 0,5 N_{RG} |\dot{K}(j2\pi f, \zeta)|^2, \\ G_n(f) &= 0,5 N_{0n} |\dot{K}(j2\pi f, \zeta)|^2, \\ G_r(f) &= 0,5 N_{0r}; \end{aligned} \quad (5)$$

2) истинное значение  $N_{RG}$  известно;

3) двусторонние спектральные плотности мощности соответствующих процессов и шумов  $N_{0s}(f, \bar{\vartheta}_0(t))/2$ ,  $N_{RG}/2$ ,  $N_{0n}/2$  постоянны в полосе частот, принимаемых радиометром;

4) мощность регуляризирующей добавки на выходе радиометра существенно меньше мощности внутренних шумов радиометра  $N_{0r} \ll N_{0n}$ .

Вычислив производные и подставив результаты в выражение (1) получим систему функционалов правдоподобия [4]

$$\begin{aligned} &\left\{ \Delta F(N_{RG}) \int_{\Theta} B(f_0, \bar{\vartheta}) \Psi_m(f_0, \bar{\vartheta}' - \bar{\vartheta}) d\bar{\vartheta} + \Delta F(N_{RG}) \times \right. \\ &\times N_{0n} \int_0^T c^2 f_0^{-2} \eta_A |\dot{F}_N(\bar{\vartheta}' - \bar{\vartheta}_0(t_1))|^2 m^2(t_1) dt_1 = \\ &= \int_0^T \int_0^{t_1} \int_{-\infty}^{\infty} c^2 f_0^{-2} \eta_A |\dot{F}_N(\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t_1))|^2 m^2(t_1) \times \\ &\times u(t_1, \bar{\vartheta}_0(t_1)) u(t_1 - \tau, \bar{\vartheta}_0(t_1 - \tau)) \times \\ &\times |\dot{K}_W(j2\pi f, N_{RG})|^2 \exp\{j2\pi f \tau\} df d\tau dt_1; \quad (6) \\ &N_{RG} \Delta F(N_{RG}) \int_0^T [1 - m(t_1)]^4 dt_1 + \\ &+ N_{0n} \Delta F(N_{RG}) \int_0^T [1 - m(t_1)]^2 dt_1 = \\ &= \int_0^T \int_0^{t_1} \int_{-\infty}^{\infty} [1 - m(t_1)]^2 |\dot{K}_W(j2\pi f, N_{RG})|^2 \times \\ &u(t_1, \bar{\vartheta}_0(t_1)) u(t_1 - \tau, \bar{\vartheta}_0(t_1 - \tau)) \exp\{j2\pi f \tau\} df d\tau dt_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\Psi_m(f_0, \bar{\vartheta}' - \bar{\vartheta}) = \int_0^T \frac{c^4}{f_0^4} \eta_A |\dot{F}_N(\bar{\vartheta}' - \bar{\vartheta}_0(t_1))|^2 \times \\ &\times |\dot{F}_N(\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t_1))|^2 m^4(t_1) dt_1, \end{aligned} \quad (7)$$

ширина полосы входного тракта после декоррелирующего фильтра

$$\begin{aligned} &2\Delta F(N_{RG}) = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\{|\dot{K}(j2\pi f)|^2 + \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}(j2\pi f_1)|^2 |\dot{K}_{\zeta}(j2\pi(f-f_1))|^2 df_1\}^2}{G^2(f, N_{RG})} df, \end{aligned} \quad (8)$$

ширина полосы декоррелирующего фильтра

$$2\Delta f(N_{RG}) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{K}(j2\pi f) \right|^2 + \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{K}(j2\pi f_1) \right|^2 \left| \dot{K}_{\zeta}(j2\pi(f-f_1)) \right|^2 df_1}{G^2(f, N_{RG})} df, \quad (9)$$

квадрат модуля частотной характеристики декоррелирующего фильтра

$$\left| \dot{K}_W(j2\pi f, N_{RG}) \right|^2 = \frac{\left| \dot{K}(j2\pi f) \right|^2 + \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{K}(j2\pi f_1) \right|^2 \left| \dot{K}_{\zeta}(j2\pi(f-f_1)) \right|^2 df_1}{G^2(f, N_{RG})}. \quad (10)$$

При выводе уравнений (8) – (10) предполагалось, что характеристика декоррелирующего фильтра зависит от средних значений оцениваемых параметров. Эти значения оценивают на этапе калибровки системы. Согласно допущения (4) СПМ регулирующей добавки исключим из рассмотрения.

В отличие от подхода используемого в [4], для получения нулевого радиометра вычтем первое уравнение системы (6) из второго

$$\begin{aligned} \Delta F(N_{RG}) \int_0^T \frac{c^2}{f_0^2} \left| \dot{F}_N(\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t_1)) \right|^2 B_F(f, \bar{\vartheta}_0(t)) dt_1 - N_{RG} \times \\ \times \Delta F(N_{RG}) \int_0^T \frac{c^2}{f_0^2} \eta_A \left| \dot{F}_N(\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t_1)) \right|^2 [1-m(t_1)]^4 dt_1 = (11) \\ = \int_0^T u_{WFm}^2(t, \bar{\vartheta}) dt - \int_0^T u_{WF[1-m]}^2(t) dt, \end{aligned}$$

где интеграл содержащий только модулирующую функцию равен половине времени наблюдения

$$\int_0^T [1-m(t_1)]^4 dt_1 = T/2,$$

$$B_F(f, \bar{\vartheta}_0(t)) = \int_{\Theta} k_p \eta_A \left| \dot{F}_N(f, \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t)) \right|^2 B(f, \bar{\vartheta}) d\bar{\vartheta};$$

$u_{WFm([1-m])}(t, \bar{\vartheta}) = F^{-1}[\dot{U}_{WFm([1-m])}(j2\pi f, \bar{\vartheta})]$  – декоррелированное наблюдение, синхронно умноженное на модулирующую функцию и модуль диаграммы направленности (здесь  $F^{-1}[\cdot]$  – оператор обратного преобразования Фурье). При выводе алгоритма (11) использовалась теорема Парсеваля. Если выполняется равенство  $N_{RG} = B_F(f, \bar{\vartheta}_0(t))$ , то уравнение (11) примет вид

$$\int_0^T u_{WFm}^2(t, \bar{\vartheta}) dt - \int_0^T u_{WF[1-m]}^2(t) dt = 0 \quad (12)$$

Так как радиояркость зависит от угловых координат, то период модуляции и соответственно перестройки опорного генератора должен соответствовать условию

$$T_m \ll \int_{-\infty}^{\infty} \left| \int_{\Theta} \dot{F}_N(f, \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t_1)) \dot{F}_N^*(f, \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t_2)) d\bar{\vartheta} \right| dt.$$

Синтезированный алгоритм (12) содержит следующие операции:

1) модуляция и умножение наблюдения на функцию, совпадающую с нормированной диаграммой направленности антенны  $\dot{F}_N(\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t_1))$ ;

2) декорреляция с последующим квадратичным детектированием;

3) вычисление разности интенсивностей входного и опорного сигналов, измеренных на соседних полуинтервалах;

На рис. 1 показана структурная схема, реализующая алгоритм (12).

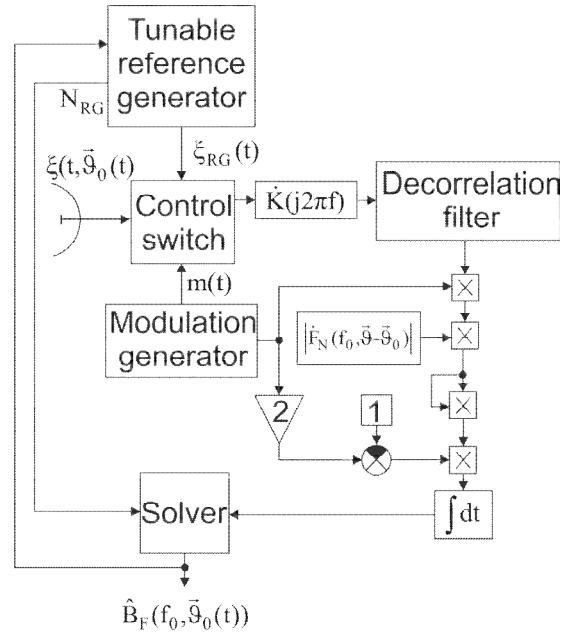


Рис. 1. Схема соответствующая оптимальному алгоритму (12)

Схема работает следующим образом. Сигналы  $\xi(t, \bar{\vartheta}_0(t))$  и  $\xi_{RG}(t)$  поочередно (соответственно значению модулирующей функции  $m(t)$ , генерируемой в блоке Modulation generator), при помощи управляемого переключателя (Control switch), поступают в линейную часть приемника. Далее сигналы проходят декоррелирующий фильтр (Decorrelation filter), умножаются на функцию, совпадающую с нормированной диаграммой направленности антенны  $\dot{F}_N(\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t_1))$  и детектируются в квадратичном детекторе. Для вычисления разности интенсивностей входного и опорного сигналов сигналы поступают в синхронный детектор, который включает интегратор и умножитель на функцию  $[2m(t) - 1]$ . Оценку радиояркости  $\hat{B}_F(f, \bar{\vartheta}_0(t))$  формирует решающее устройство (Solver), на входы которого подаются сигналы с перестраиваемого опорного генератора (Tunable reference generator) и синхронного детектора. Сигнал с выхода радиометра управляет работой опорного генератора.

## Предельная погрешность оценивания РМИ

Предельную погрешность оценивания получим обращением информационной матрицы Фишера, элементы которой определяются выражением

$$\Phi_{\mu\nu} = - \left\langle \frac{\delta^2 \ln P[u(t, \bar{\vartheta}_0(t)) | \bar{\lambda}]}{\delta \lambda_\mu \delta \lambda_\nu} \right\rangle_{\hat{\lambda} = \bar{\lambda}}. \quad (13)$$

Дважды дифференцируя функционал правдоподобия (2) по радиояркости как функции угловых координат и обращая полученное выражение, получим

$$\sigma_{B_F}^2 = 4B_F^2(f_0, \bar{\vartheta}_0(t_1)) \cdot (\Delta F(N_{RG}) T_{\text{eff}})^{-1} \times \left( 1 + N_{0n} / \left( (2c^2/f_0^2) \cdot B_F(f_0, \bar{\vartheta}_0(t_1)) m^2(t_1) \right) \right)^2, \quad (14)$$

где  $T_{\text{eff}}$  – эффективное время наблюдения источника излучения.

## Флуктуационная чувствительность радиометра

Воспользовавшись обобщенным определением потенциальной флуктуационной чувствительности [4], найдем

$$\Delta B_F = 2\sqrt{2} B_F(f_0, \bar{\vartheta}_0(t_1)) \cdot \left( \sqrt{\Delta F(N_{RG}) T_{\text{eff}}} \right)^{-1} \times \left( 1 + N_{0n} / \left( (2c^2/f_0^2) \cdot B_F(f_0, \bar{\vartheta}_0(t_1)) m^2(t_1) \right) \right). \quad (15)$$

## Выводы

В работе синтезирован алгоритм оптимального восстановления РМИ в сканирующих радиометрических устройствах с нулевым приемом и флуктуирующей передаточной характеристикой входного тракта. Оптимальными являются следующие операции: модуляция и умножение наблюдения на функцию, совпадающую с нормированной диаграммой направленно-

сти антенны  $\hat{F}_N(\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t_1))$ ; декорреляция с последующим квадратичным детектированием; вычисление разности интенсивностей входного и опорного сигналов, измеренных на соседних полуинтервалах. На основе данных операций разработана структурная схема радиометра. Определены предельные погрешности оценивания и потенциальная флуктуационная чувствительность радиометра, которые зависят от соотношения сигнал/шум, полосы частот входного тракта и эффективного времени наблюдения.

**Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №12-02-90425) и НАН Украины.**

## Список литературы

1. Волосюк В.К. Статистический синтез радиометрических систем модуляционного типа [Текст] / В.К. Волосюк, В.Ф. Кравченко, В.В. Павликов, академик В.И. Пустовойт // Докл. АН РАН. – 2013. – Т. 448, №3. – С. 289-292.
2. Волосюк В.К., Кравченко В.Ф., Павликов В.В. Статистический синтез радиометра нулевого типа [Текст] / Труды конференции Радиолокация и связь, Москва, Россия, Ноябрь 19 – 22, 2012.
3. Kravchenko, V.F., Volosyuk, V.K., and Pavlikov, V.V. // PERS Proceedings, Moscow, Russia, August 19-23, 2012. P. 50-54.
4. Волосюк В.К. Оптимальное восстановление радиометрического изображения в сканирующем радиометре с нестабильным коэффициентом усиления входного тракта [Текст] / В.К. Волосюк, В.В. Павликов, С.С. Жила // Наука и техника Воздушных Сил Вооруженных Сил Украины – 2013. – №1(10), ISSN 2223-456X.
5. Волосюк В.К. Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации [Текст] / В.К. Волосюк, В.Ф. Кравченко. – М.: Физматлит, 2008. – 704 с.

Поступила в редколлегию 26.04.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. А.А. Зеленский, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.

## СТАТИСТИЧНИЙ СИНТЕЗ ТА АНАЛІЗ АЛГОРИТМІВ ПОБУДОВИ РАДІОМЕТРИЧНИХ ЗОБРАЖЕНЬ У СКАНУЮЧИХ РАДІОМЕТРАХ З НУЛЬОВИМ ПРИЙОМОМ

В.К. Волосюк, В.В. Павліков, С.С. Жила

*Синтезований алгоритм оптимального відновлення радіометричних зображень у скануючих радіометричних пристроях з нульовим прийомом та флуктуючою передаточною характеристикою вхідного тракту. Показано, що алгоритм містить операції модуляції та множення рівняння спостереження на функцію, яка співпадає з нормованою діаграмою спрямованості антени, декореляції з наступним квадратичним детектуванням, обчислення різниці інтенсивностей вхідного та опорного сигналів виміряних на сусідніх напівінтервалах. Розроблена відповідна структурна схема радіометра, визначена гранична похибка оцінювання та потенційна флуктуаційна чутливість.*

**Ключові слова:** скануючий нульовий радіометр, оптимальний алгоритм, гранична похибка оцінювання, потенційна флуктуаційна чутливість.

## STATISTICAL SYNTHESIS AND ANALYSIS OF ALGORITHMS OF RADIOMETRIC IMAGES CREATION IN SCANNING RADIOMETERS WITH ZERO RECEIVING

V.K. Volosyuk, V.V. Pavlikov, S.S. Zhila

*The algorithm of optimal radiometric images restoration in scanning radiometric devices with zero receiving and fluctuating of transfer characteristic of the predetection section is synthesized. It is shown that the algorithm contains operations of modulation and multiplication of the observation equation on the function matched with normalized antenna pattern, decorrelation and following square detecting, calculations difference between of intensities of the entrance and basic signals measured on the next half-intervals. The corresponding block diagram of the radiometer is developed, the limit error of estimation and potential fluctuation sensitivity is defined.*

**Keywords:** scanning zero radiometer, optimal algorithm, limit error of estimation, potential fluctuation sensitivity.