УДК 621.51

Н.В. Кривенко[1], С.М. Кучерук[2]

[1] *ГП "Севастопольский научно-производственный центр стандартизации, метрологии и сертификации", Севастополь*
[2] *Київська державна академія водного транспорту імені гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного, Київ*

РАЗРАБОТКА МЕТОДА АДАПТИВНОГО ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В статье предложен один из вариантов реализации метода оптимального управления в системах с распределенными параметрами в условиях априорной неопределенности инвариантного к факторам на основе адаптации к влияющим воздействиям.

Ключевые слова: *оптимальное управление, синтез, параметры системы, минимизация функционала.*

Введение

Актуальность темы. На современном этапе при осуществлении управления сложными динамическими системами возникает ряд сложностей связанных с внутренними и внешними факторами влияющих как на систему в целом, так и организацию управляющих воздействий [1]. При этом, влияющие факторы изменяют параметры сомой системы, что приводит к принятию решения и осуществлению управления в сложным условиях неопределенности [1, 2]. Кроме этого в теории автоматического управления рассматриваются различные подходы для решения данной задачи [2]. Однако принятия оперативного решения и выработки управляющих воздействий в сложных условиях не нашли данного решения, что послужило написанию данной статьи. Поэтому задача выбора оптимального управления при неполной информации о некоторой совокупности параметров системы занимает одно из важных мест в теории автоматического управления [3, 4].

Анализ литературы. Изучение различных источников литературы [1 – 5], а также в [6] показал, что на сегодняшний день цифровые системы управления различного рода динамическими объектами являются сравнительно быстро развивающейся областью техники [7]. Появление данного вида устройств непосредственно связано с развитием микропроцессорной техники и микроэлектроники, ее возможностью оперативно осуществлять обработку поступающей информации в реальном масштабе времени. Таким образом, внедрение и применение на практике современных микроэлектронных систем позволяют реализовать адаптивные принципы управления сложными динамическими системами. При этом проблемные вопросы управления динамическими объектами в условиях неполной информации влияющих на перераспределения параметров системы приводит к развитию теории автоматического управления [3].

Цель статьи. В работе на основе анализа литературы рассматривается задача синтеза адаптивного оптимального управления распределенными системами в условиях априорной неопределенности.

Постановка задачи

Пусть процесс описывается линейным векторным дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial\phi(x,t)}{\partial t} = A_x(\alpha)\phi(x,t) + B(x,t,\alpha)u(x,t), \qquad (1)$$

$$x \in X, t \in \left[T, t_0\right],$$

с начальными и граничными условиями

$$\phi(x,t_0) = \phi_0(x), x \in X, \qquad (2)$$

$$\beta_x(\alpha)\phi(x,t) = 0, x \in S, \qquad (3)$$

Здесь $\phi(x,t)$ – n – мерный вектор состояния;

$u(x,t)$ – r-мерный вектор управления;

α – не известный параметр), который для простоты предполагается скалярным;

T – заданное время управления;

X – пространственная область m-мерного евклидова пространства с границей.

Матрицы линейных пространственных операторов A_x и β_x предполагаются такими, что для любой достаточно гладкой функцией z(x,t) выполняется равенство

$$\int_X (z^T A_x\phi - \phi^T A_x^* z)dx = \int_S (z^T B_x\phi - \phi^T B_x^* z)ds,$$

где A_x^* и B_x^* – сопряженные операторы.

Матричная функция $B(x,t,\alpha)$ может одержать символические функции. Последнее позволяет рассматривать граничные управления ограничиться однородные граничными условиями; $\phi_0(x)$ – заданная достаточно гладкая функция. Относительно параметра α известно только, что он принадлежит некоторой области, т.е. $\alpha_1 \le \alpha \le \alpha_2, \alpha_1, \alpha_2$ заданные числа.

Предполагается, что для заданного управления, начального и граничного условия для любого фиксированного значения система (1)÷(3) имеет единственное решение.

Пусть $\phi(y,t) - q$ – q-мерный вектор, представляющий собой наблюдаемый сигнал в точке $y \in Y$, где Y – пространственная база измерителя, удовлетворяет уравнению

$$\phi(y,t) = \int_X K(y,x,t)\phi(x,t)dx \ . \quad (4)$$

Матричная функция $K(y,x,t)$ характеризующая способ измерения, предполагается заданной.

Ставится задача: определить управление, минимизирующее функционал

$$J = \int_{t_0}^{T} Wdt + W_0 \quad (5)$$

где

$$W = \int_X \int_{X'} \phi^T(x,t) G_1(x,x',t)\phi(x',t)dxdx' =$$

$$+\int_X u^T(x,t)G_2(x,x,t)u(x,t)dx \ , \quad (6)$$

$$W_0 = \int_X \int_{X''} \phi^T(x,t)G_3(x,x',t)\phi(x',T)dxdx', \quad (7)$$

при условии, что управляющая функция определяется только через измеренные переменные $\psi(y,t)$.

Здесь $G_1(x,x',t)$, $G_3(x,x',T)$ – неотрицательно-определенные матрицы размерности [n×n], а $G_3(x,t)$ – положительно определенная матрица размерности [r×r].

Такая постановка задачи при фиксированном α рассматривалась в работе [6]. При наличии неопределенности выбор оптимального управления значительно усложняется. В зависимости от вида и количества информации используется различные методы определения управлення. Используя текущую информацию о состоянии процесса, можно построить адаптивный метод оптимального управления [6].

Изложение материала

Построение оптимального управления. Задавшись некоторым расчетным значением α_0, получим соответствующее ему оптимальное управление [4, 6, 7]:

$$u(x,t,\alpha_0) = \frac{1}{2} G_2^{-1}(x,t) G^{-1}(x,t,\alpha_0) \int_y \int_{y'} K(x,t,\alpha_0) \times$$

$$\times \left[f(y,y',t) + f^T(y',y,t) \right] \varphi(y',t)dydy'' \cong$$

$$\cong L_{xy}\left\{\varphi(y',t)\right\}, \quad (8)$$

где функция $f(y,y',t)$ определяется из решения уравнений

$$F(x,x',t) = \int_y \int_{y'} K^T(y,x,t) f(y,y',t) \times$$

$$\times K(y',x',t)dydy', \quad (9)$$

$$\frac{\partial F(x,x',t)}{\partial t} = -A_x^*(\alpha_0) f(x,x',t) -$$

$$-A_x^* F(x,x',t) G_3(x,x',t) +$$

$$+\frac{1}{4} \int_{x^n} F\left[(x,x'',t) + F^T(x,x',t)\right] \times$$

$$\times B(x',t,\alpha_0) G_2^{-1}(x,t) B^T(x',t,\alpha_0), \quad (10)$$

$$\left[F(x'',x',t) + F^T(x'',x',t)\right] dx'' .$$

с начальными и граничными условиями

$$F(x,x',t)\Big|_{t=T} = G_3(x,x'), \quad (11)$$

$$\beta_x^* \left[F(s,x',t) + F^T(x',s,t) \right] =$$

$$= \beta_x^* \left[F(s,x,t) + F^T(x,s,t) \right] = 0 . \quad (12)$$

При найденном управлении реальное состояние процесса описывается системой уравнений

$$\frac{\partial \phi(x,t)}{\partial t} = A_x(\alpha^\rho)\phi(x,t) +$$

$$+\beta(x,t,\alpha^\rho) L_{xy'}\{\phi(y',t)\}, \quad (13)$$

$$\phi(x,t_0) = \phi_0(x), \quad x \in X, \quad (14)$$

$$\beta_x(\alpha^\rho)\phi(x,t) = 0, \quad x \in S, \quad (15)$$

где α^ρ – реализовавшееся значение параметра.

Наряду с реальным рассмотрим некоторое состояние процесса $\hat{\phi}(y',t)$, которое можно определить как решение следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial \hat{\phi}(x,t)}{\partial t} = A_x(\alpha_0)\hat{\phi}(x,t) + \beta(x,t,\alpha_0) L_{xy'}\{\hat{\phi}(y',t)\}, \quad (16)$$

$$\phi(x,t_0) = \phi_0(x), \quad x \in X \ , \quad (17)$$

$$\beta_x(\alpha_0)\phi(x,t) = 0, \quad x \in S \ , \quad (18)$$

где $\hat{\phi}(y',t) = \int_x K(y',x,t)\hat{\phi}(x,t)dx$.

Параметр α можно оценить в момент t_1 из условия минимизации функционала

$$J_1 = \int_y [\phi(y,t_1) - \hat{\phi}(y,t_1,\alpha)]^T \times ,$$

$$\times [\phi(y,t_1) - \hat{\phi}(y,t_1,\alpha)]dy \ , \quad (19)$$

где t_1 – некоторый заданный момент времени;

$\overset{\wedge}{\phi}(y,t_1)$ – при заданной структуре управления является функцией $\alpha_1 = \alpha_0 + S\alpha_1$.

В предположении, что $\delta\alpha_1$ мало, запишем

$$\hat{\phi}(y,t_1,\alpha) \cong \hat{\phi}(y,t_1,\alpha_0) + \\ + \frac{\partial\hat{\phi}(y,t_1)}{\partial\alpha}\bigg|_{\alpha=\alpha_0} \delta\alpha_1 \; . \qquad (20)$$

Из условия минимума функционала J_1 можно найти уравнение для определения $\delta\alpha_1$

$$\int\limits_y N^T(y,t_1)N(y,t_1)dy\delta\alpha_1 = \\ = \int\limits_y N^T(y,t_1)\Big[\phi(y,t_1) - \hat{\phi}(y,t_1,\alpha_0)\Big]dy, \qquad (21)$$

где

$$N(y,t) = \frac{\partial\hat{\phi}(y,t_1)}{\partial\alpha}\bigg|_{\alpha=\alpha_0} = \\ = \int\limits_X K(y,x,t)\phi(x,t)dx \; . \qquad (22)$$

$$\phi(x,t) = \frac{\partial\hat{\phi}(x,t_1)}{\partial\alpha}\bigg|_{\alpha=\alpha_0} \; . \qquad (23)$$

$\phi(x,t)$ – n-мерный вектор чувствительности, который определяется как решение системы уравнений

$$\frac{\partial\phi(x,t)}{\partial t} = A_{x\alpha}(\alpha_0)\hat{\phi}(x,t) + A_x(\alpha_0)\phi(x,t) + \\ +\beta(x,t,\alpha_0)L_{xy'}\left\{\hat{\phi}(y',t,\alpha_0)\right\} + \\ +\beta(x,t,\alpha_0)L_{xy'}\left\{N(y',t)\right\} \; . \qquad (24)$$

с начальными и граничными условиями

$$\phi(x,t_0) = 0, \quad x \in X \; , \qquad (25)$$

$$\beta_{x\alpha}(\alpha_0)\hat{\phi}(x,t) + \beta_x(\alpha_0)\phi(x,t) = 0, \quad x \in S \, . \qquad (26)$$

Найденное значение $\alpha_1 = \alpha_0 + \varepsilon\delta\alpha_1$, где $0 < \varepsilon \le 1$, можно использовать для следующей итерации в методе последовательных приближений [8].

Изложенный адаптивный алгоритм можно применять и для медленного меняющегося во времени параметра системы. Оценивание в этом случае проводиться в некоторые $t_k(k = 1,2,...,M-1)$ моменты времени через $\Delta t = \frac{(T - t_0)}{M}$. Оценка параметра $\alpha(t_k)$ используется для выбора оптимального управления на участке $[t_k, T]$, причем реальное состояние $\phi\left(x,t_k,\alpha^p\right)$ должно служить начальным условием для модельного движения системы на участке $[t_k, T]$. Определение последнего по имеющемуся замеру $\phi(x,t_k)$ сводиться к решению интегрального уравнения (4). Точное решение этого уравнения можно найти, когда оператор измерения $K(y,x,t_k)$ - неособая матрица размерности $[n \times n]$, а каждый ее элемент может быть представлен в виде $q_{ij}\delta(x-y)$. В остальных случаях уравнение (4) можно решить лишь приближенно из условия минимума функционала

$$J_2 = \int\limits_y [\phi(y,t_1) - \int\limits_x K(y,x,t_k)\phi(x,t_k,\alpha^p)dx]^T \times , \\ \times[\phi(y,t_k) - \int\limits_x K(y,x,t_k)\phi(x,t_k,\alpha^p)dx]dy \; . \qquad (27)$$

Выбор оптимизируемого функционала. Как известно, при синтезе оптимального управления важное место занимает выбор оптимизируемого функционала [6]. Для квадратичного функционала эта проблема сводится к выбору коэффициентов матриц G_1, G_2, G_3. Выбирая их соответствующим образом, можно добиться удовлетворения некоторых дополнительных требований к процессу регулирования.

Пусть эти требования заданы совокупностью ограничений вида

$$l_\nu \le J_\nu \le L_\nu \quad \text{при} \quad \nu = 1,2,...,k \, . \qquad (28)$$

где J_ν – некоторые функционалы;

l_ν, L_ν – заданные постоянные величины.

Структура управляющего воздействия для найденной оценки параметра процесса α определяется найденным уравнением типа (8). При выбранной структуре управления введенные функционалы J_ν можно рассматривать как функции матриц G_1, G_2, G_3.

Тогда ставится задача: выбрать элементы матриц G_1, G_2, G_3 таким образом, чтобы выполнялись заданное условие (28).

Как известно [5, 7, 8], необходимым и достаточным условием разрешимости поставленной задачи является условие

$$\min_{G_\mu}\left(\max_j \gamma_j\right) \le 1 \quad \text{при} \quad \mu = 1,2,3 \, . \qquad (29)$$

где $\gamma_j(j = 1,2,...,k,k+1,...,2k)$ – совокупность функционалов $\gamma_1', \gamma_2',...,\gamma_k', \gamma_1'', \gamma_2'',...,\gamma_k''$,

$$\gamma_\nu' = \frac{L_\nu - J_\nu}{L_\nu - l_\nu} \; ,$$

$$\gamma_\nu'' = \frac{l_\nu - J_\nu}{L_\nu - l_\nu} \; .$$

На основе условия (29) для решения поставленной задачи предлагается следующая последовательность действий, которую можно реализовать в виде итеративного алгоритма.

1. Выбирается начальная совокупность весовых коэффициентов $G_{\mu}^{0}(\mu = 1,2,3)$), причем элементы матриц G_1^0 и G_3^0 выбираются из множества неотрицательной определенности матриц G_1 и G_3, а элементы матрицы G_2^0 – из множества положительной определенности матрицы G_2. Для найденной оценки параметра системы вычисляется оптимальное управление $u^0(x,t)$ и соответствующая ему траектория системы $\phi^0(x,t)$.

2. Выясняется, обеспечивают ли выбранные весовые коэффициенты выполнение поставленных требований к управляемому процессу, т.е. проверяется выполнение условия $\gamma_j \le 1$ на полученной траектории. При положительном решении задача решена, в противном случае переходим к следующее шагу алгоритма.

3. Определяются производные функционала

$$\frac{\partial \Gamma[G\mu]}{\partial G\mu} | G\mu = G_{\mu}^{0}, \qquad (30)$$

где $\Gamma[G_{\mu}^{0}] = \max_j \gamma_j [G_{\mu}^{0}]$.

В соответствии с методом градиентного спуска изменения весовых коэффициентов определяются выражением

$$\delta G_{\mu} = -\varepsilon \operatorname{sign} \frac{\partial \Gamma[G\mu]}{\partial G\mu} | G\mu = G_{\mu}^{0}, \qquad (31)$$

где ε – достаточно малая положительная постоянная.

Для вычисления производных функционала $\Gamma[G\mu]$ используются функции чувствительности управляемого процесса $\phi(x,t)$ и коэффициентов регулятора $f(x,x',t)$ по совокупности элементов матриц $G\mu$ оптимизируемого функционала [4].

4. Для новых матриц G'_1, G'_2, G'_3, где каждая $G_{\mu}^{1} = G_{\mu}^{0} + \delta G_{\mu}^{0}$ процедура повторяется. Указанный итеративный алгоритм продолжается до тех пор, пока не удовлетворится условие $\max\limits_j \gamma_j \le 1$.

Выводы

В ходе написания статьи были рассмотрены особенности построения сложных систем с распределенными параметрами при неопределенных условиях воздействия и на их основе реализация адаптивного оптимального управления для данных систем [6]. При этом основной путь формирования адаптивного оптимального управления состоит в определении оптимального функционала основного контура сложной системы. Это позволило учитывать в случаях изменения в параметрах сложных систем на основе предлагаемого разработанного алгоритма.

Список литературы

1. *Основы автоматизации управления производством / И.М. Макаров, Н.Д. Дмитриева, Д.П. Ким [и др./. – М.: Высшая школа, 1983. – 504 с.*
2. *Цыпкин Я.З. Основы теории автоматических систем / Я.З. Цыпкин. – М.: Наука, 1977. – 560 с.*
3. *Солодовников В.В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования / В.В. Солодовников, В.Н. Плотников, А.В. Яковлев. – М.: Машиностроение, 1985. – 536 с.*
4. *Теория автоматического управления / С.Е. Душин, Н.С. Зотов, Д.Х. Имаев [и др.]. – М.: Высшая школа, 2003. – 567 с.*
5. *Гноенский Л.С. Математические основы теории управляемых систем / Л.С. Гноенский, Г.А. Каменский, Л.Э. Эльсгольц. – М.: Физматлит, 1969. – 512 с.*
6. *Оптимальное управление / В.М. Алексеев, В.М. Тихомиров, С.В. Фомин. – М.: Наука, 1979. – 430 с.*
7. *Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т.1. Линейные системы / Д.П. Ким. – М.: Физматлит, 2003. – 288 с.*
8. *Иванов В.А. Теория дискретных систем автоматического управления / В.А. Иванов, А.С. Ющенко. – М.: Наука, 1983. – 336 с.*

Поступила в редколлегию 15.04.2013

Рецензент: д-р техн. наук, доц. Д.П. Пашков, Национальный университет обороны Украины, Киев.

РОЗРОБКА МЕТОДУ АДАПТИВНОГО ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ В СИСТЕМАХ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Н.В. Крівенко, С.М. Кучерук

У статті запропонований один з варіантів реалізації методу оптимального управління в системах з розподіленими параметрами в умовах апріорної невизначеності інваріантного до чинників на основі адаптації до впливаючих дій.

Ключові слова: *оптимальне управління, синтез, параметри системи, мінімізація функціонала.*

DEVELOPMENT OF METHOD OF ADAPTIVE OPTIMUM CONTROL IN SYSTEMS WITH THE UP-DIFFUSED PARAMETERS

N.V. Krivenko, S.M. Kucheruk

In the article one of variants of realization of method of optimum management is offered in the systems with the up-diffused parameters in the conditions of a priori vagueness invariant to the factors on the basis of adaptation to influencing influences.

Keywords: *optimum management, synthesis, parameters of the system, minimization of functional.*