

УДК 621.3:510.6:519.766.2

С.Ю. Леонов

Национальный технический университет "ХПИ", Харьков

## АНАЛИЗ РАБОТЫ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ С ПОМОЩЬЮ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ К-ЗНАЧНЫХ МОДЕЛЕЙ

В статье рассматриваются вопросы моделирования распространения импульсных сигналов цифровых устройств по проводникам, соединяющим отдельные устройства, и представляющим собой длинные линии. Моделирование выполняется на основе использования математического аппарата К-значного дифференциального исчисления.

**Ключевые слова:** моделирование, импульсные сигналы, цифровые устройства, длинная линия, К-значное дифференциальное исчисление.

### Введение

**Анализ литературы и постановка задачи.** Анализ цифровых устройств на основе аналитических и численных методов может быть использован при исследовании работоспособности устройств, которые соединены длинными линиями. Одними из наиболее известных моделей линий связи являются модели на основе телеграфных уравнений в частных производных [1, 2]. Аналитические и численные методы решения таких непрерывных уравнений давно разработаны, хорошо известны [3 – 5], и широко используются при исследовании различных моделей [6 – 10]. Методика перехода от непрерывных дифференциальных уравнений к К-значным дифференциальным уравнениям известна [11]. Однако в настоящее время практически отсутствуют численные методы решения К-значных дифференциальных уравнений с частными производными.

Непрерывные дифференциальные уравнения с частными производными во многих случаях незаменимый математический аппарат при изучении физических явлений в различных областях науки и техники. Однако математические модели на основе этих уравнений часто требуют чрезмерных вычислительных затрат. Поэтому целесообразно рассмотреть возможный альтернативный математический аппарат на основе К-значных дифференциальных уравнений с частными производными, который может оказаться при моделировании для некоторых классов объектов более эффективным, чем существующий. При этом можно говорить о кольце  $R_n$  непрерывных дифференцируемых функций вещественной переменной и о кольце  $R_K$  К-значных дифференцируемых функций в К-значно-числовом пространстве  $(M, N)$ ,

$$M = \{0, 1, \dots, K-1\}, N = \{0, 1, 2, \dots\}.$$

Исследования закономерностей, основанных на отображении К-значных и К-значно-временных пространств, имеет вид

$$\begin{aligned} \psi &: M^m \rightarrow M^p, \\ \psi_1 &: (M^m, N) \rightarrow M^p, \end{aligned} \quad (1)$$

где в большинстве случаев полагается, что  $p = 1$ . В этом выражении множество  $M^m$ , является декартовым произведением  $m$  множеств  $M = \{0, 1, 2, \dots, K-1\}$ . Множество  $M^m$  состоит из всех  $m$ -разрядных К-значных векторов:

$$\begin{aligned} M^m &= \{x \mid x = (x_1, \dots, x_j, \dots, x_m), \\ x_j &\in \{0, 1, 2, \dots, K-1\}, j = \overline{1, m}\}. \end{aligned}$$

Проанализируем обобщение отображения (1)

$$\psi_2 : (M^m, N^L) \rightarrow M^p, L > 1. \quad (2)$$

Вначале, рассмотрим только подпространства  $N^L$  исходного пространства  $(M^m, N^L)$  и отображения вида

$$\psi : N^L \rightarrow M. \quad (3)$$

При  $L = 2$  отображение (3) во многих случаях можно интерпретировать как К-значную функцию

$$\begin{aligned} y &= \varphi(t_1, t_2), y \in M = \{0, 1, \dots, K-1\}, \\ t_1, t_2 &= \{0, 1, 2, \dots\}, \end{aligned}$$

с помощью которой каждой клетке плоскости (рис. 1) ставится в соответствие некоторое число. При  $0 \leq t_1 \leq p$ ;  $0 \leq t_2 \leq q$  это можно рассматривать как цветное изображение, которое при  $K = 2$  переходит в черно-белое.

$t_2$						
$q$	$\varphi(0, q)$	$\varphi(1, q)$	$\varphi(2, q)$	...	$\varphi(p, q)$	
.	.	.	.	...	.	
.	.	.	.	...	.	
$1$	$\varphi(0, 1)$	$\varphi(1, 1)$	$\varphi(2, 1)$	...	$\varphi(p, 1)$	
$0$	$\varphi(0, 0)$	$\varphi(1, 0)$	$\varphi(2, 0)$	...	$\varphi(p, 0)$	
	$0$	$1$	$2$	...	$p$	$t_1$

Рис. 1. Отображение подпространства  $N^L$  числами

При  $L = 3$  отображение (3) можно трактовать как К-значную функцию

$$y = \varphi(t_1, t_2, t_3), y \in M, t_1, t_2, t_3 = \{0, 1, 2, \dots\}, \quad (4)$$

где с помощью переменных  $t_1, t_2$  задаются цветные или черно-белые снимки, а переменная  $t_3$  определяет номер кадра, снимка, стадию обработки изображе-

ния, процесс распространения тепла в микросхеме, различные состояния систолической вычислительной среды и т.д.

Функция (4) может быть и функцией трех пространственных переменных, с помощью которых задается объемное изображение или состояние объемной СБИС и т.д. Анализ последовательности объемных изображений требует уже рассмотрения отображений при  $L = 4$ . Существуют и другие интерпретации целочисленных переменных, которые могут приводить и к  $L > 4$  [1]. При этом необходимо отметить, что хотя, на первый взгляд, это все равноправные переменные, однако из-за различной физической сущности описываются они в общем случае различно. Действительно, время изменяется глобально и в одном направлении, а локальное возмущение в пространстве, в зависимости от свойств этого пространства, может предполагать распространение во всех направлениях или только в направлениях, удовлетворяющих определенным требованиям. Кроме того, еще возможна интерпретация целочисленной координаты как индексной координаты, с помощью которой учитывается, например, номер варианта или номер изделия, или номер опыта и т.д.

Все это приводит к достаточно большому числу разных по своим свойствам подпространств  $N^L$ :

$L = 1$ :  $t$  – время, результаты исследования для этого подпространства приведены в [11];

$L = 1$ :  $t_1$  – пространственная координата; зависит от конкретных свойств (физики) изучаемых пространств, например:

- 1) исследуются свойства однородной одномерной вычислительной среды с однонаправленной передачей информации;
- 2) описывается однородная одномерная вычислительная среда, но с двунаправленной передачей информации;
- 3) моделируется однородная одномерная вычислительная среда, замкнутая в кольцо с однонаправленной передачей информации и т.д.

Для каждого из подпространств может быть разработан свой математический аппарат;

$L = 1$ :  $t$  – индексная координата, учет конкретных свойств которой может быть аналогичен тому, как это делается для временной переменной;

$L = 2$ :  $t_1$  – время,  $t_2$  – пространственная координата;

$L = 2$ :  $t_1, t_2$  – пространственные координаты;

$L = 2$ :  $t_1$  – временная координата,  $t_2$  – индексная координата;

$L = 2$ :  $t_1$  – пространственная координата,  $t_2$  – индексная координата;

$L = 2$ :  $t_1, t_2$  – индексные координаты;

$L = 3$ :  $t_1$  – временная координата,  $t_2, t_3$  – пространственные координаты;

$L = 3$ :  $t_1, t_2, t_3$  – пространственные координаты.

Процесс перечисления возможных подпространств  $N^L$  пространства  $(M^m, N^L)$  легко продолжить. Пользуясь предложенной методикой, можно изучить свойства этих пространств, ввести в них необходимые математические структуры, определить дифференциальные операторы, производные, интегральные операторы и также исследовать их свойства. Однако привести их для каждого из пространств не представляется возможным в силу большого объема исследований и значительных объемов полученной информации. Часть результатов исследований приведена ранее [11], часть будет изложена в дальнейшем, при описании математического аппарата для исследования пространственно-временных  $K$ -значных дифференциальных моделей.

Дальнейшие исследования выполним для подпространства  $N^L$ . В большинстве случаев будем использовать векторную форму записи переменных  $t = (t_1, \dots, t_k)$ , которая во многих случаях может подразумевать или использовать и менее общий вид  $t = (t_1, t_2)$ .

Пусть, как определено раньше,

$$y = \varphi(t_1, t_2), \quad y \in M, \quad t_1, t_2 = \{0, 1, 2, \dots\}.$$

Как и в пространстве  $M^m$ , в пространстве  $N^k$  для векторов  $t$  одинаковой длины можно ввести различные бинарные операции:

$$(t \pm a) = (t_1 \pm a_1, t_2 \pm a_2, \dots, t_k \pm a_k);$$

$$(t \vee a) = (t_1 \vee a_1, t_2 \vee a_2, \dots, t_k \vee a_k);$$

$$(t \wedge a) = (t_1 \wedge a_1, t_2 \wedge a_2, \dots, t_k \wedge a_k),$$

операцию умножения вектора на любые  $\alpha, \beta \in M$  со свойствами:

$$\alpha t = (\alpha t_1, \alpha t_2, \dots, \alpha t_k);$$

$$(\alpha \langle + \rangle_K \beta) t = ((\alpha \langle + \rangle_K \beta) t_1, (\alpha \langle + \rangle_K \beta) t_2, \dots, (\alpha \langle + \rangle_K \beta) t_k).$$

Как и в пространствах  $M^m, N$  полный дифференциал  $K$ -значной функции  $\varphi(t) = F(t_1, \dots, t_k)$  определим выражением

$$d_t \varphi(t) = \varphi(t + dt) \langle - \rangle_K \varphi(t), \quad (5)$$

где  $d_t \varphi(t)$  является функцией  $2k$  переменных:  $t_1, \dots, t_k, dt_1, \dots, dt_k$ .

Частный дифференциал функции  $\varphi(t) = \varphi(t_1, \dots, t_i, t_{i+1}, \dots, t_k) = \varphi(\tau_1, \tau_2)$  по подвектору  $\tau_1$  получим из выражения (5) при  $d\tau_2 = (dt_{i+1}, \dots, dt_k) = 0$

$$d_{\tau_1} \varphi(t) = d_t \varphi(t) \Big|_{d\tau_2=0}. \quad (6)$$

Если подвектор  $\tau_1$  состоит из одного элемента  $\tau_1 = (t_p)$ ,  $1 \leq p \leq k$ , то выражение (6) определяет простой частный дифференциал  $K$ -значной функции по целочисленной переменной  $t_p$ .

При изменении только одной целочисленной переменной  $t_p$  функции  $\varphi(t_1, \dots, t_p, \dots, t_k)$  можно определить частную производную по этой переменной.

Определение 1. Отношение приращения  $K$ -значной функции  $\varphi(t)$  к вызвавшему его единичному приращению независимой целочисленной переменной  $t_p$  назовем частной производной  $K$ -значной

функции  $\varphi$  по независимой переменной  $t_p$  в точке  $(t_{i_1}, \dots, t_{p_i}, \dots, t_{k_i})$ :

$$\frac{\partial \varphi^+(t)}{\partial t_p} = \frac{\left( \begin{array}{c} \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i} + \Delta t_p, \dots, t_{k_i}) \langle - \rangle_K \\ \langle - \rangle_K \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i}, \dots, t_{k_i}) \end{array} \right)}{\Delta t_p}. \quad (7)$$

Точно так же, как и при определении производной в пространстве  $N$ , частная производная

$\frac{\partial \varphi(t)}{\partial t_p}$  может быть введена еще двумя способами:

$$\frac{\partial \varphi^-(t)}{\partial t_p} = \frac{\left( \begin{array}{c} \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i}, \dots, t_{k_i}) \langle - \rangle_K \\ \langle - \rangle_K \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i} - \Delta t_p, \dots, t_{k_i}) \end{array} \right)}{\Delta t_p}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \varphi^\Delta(t)}{\partial t_p} = \frac{\left( \begin{array}{c} \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i} + \Delta t_p, \dots, t_{k_i}) \langle - \rangle_K \\ \langle - \rangle_K \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i} - \Delta t_p, \dots, t_{k_i}) \end{array} \right)}{2\Delta t_p} \quad (9)$$

По аналогии с пространством  $M^m$  могут быть введены и частные производные второго и более высоких порядков. При этом, как и в пространстве  $M^m$ , выполняются тождества вида

$$\frac{\partial \varphi(t_1, \dots, t_i, t_j, \dots, t_k)}{\partial t_i \partial t_j} = \frac{\partial \varphi(t_1, \dots, t_j, t_i, \dots, t_k)}{\partial t_j \partial t_i}, \quad (10)$$

справедливые для произвольного числа переменных, принадлежащих вектору  $t$ .

Соотношения (5) – (10) имеют место и в случае, если часть компонент вектора  $t$  являются  $K$ -значными переменными.

При одновременном изменении двух или большего числа независимых переменных могут быть введены  $K$ -значные векторные производные

$$\frac{\partial \varphi(t)}{\partial (t_p, t_q)} = \frac{\left( \begin{array}{c} \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i} + \Delta t_p, \dots, t_{q_i} + \Delta t_q, \dots, t_{k_i}) \langle - \rangle_K \\ \langle - \rangle_K \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i}, \dots, t_{q_i}, \dots, t_{k_i}) \end{array} \right)}{\Delta(t_p t_q)}$$

между  $K$ -значными векторными и частными производными существуют взаимосвязи. Одна из них определяется следующей теоремой.

**Теорема 1.** Для  $K$ -значной функции  $\varphi(t) = \varphi(t_1, \dots, t_p, t_q, \dots, t_k)$  целочисленных переменных справедливо следующее соотношение

$$\frac{\partial \varphi(t)}{\partial (t_p, t_q)} = \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t_p} \langle + \rangle_K \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t_q} \langle + \rangle_K \frac{\partial^2 \varphi(t)}{\partial t_p \partial t_q}.$$

**Доказательство.**

Представим правую часть этого выражения через приращения в соответствии с определением 1 частной производной функции  $\varphi(t)$  в пространстве  $N^k$  в некоторой точке  $(t_{i_1}, \dots, t_{k_i})$ . При этом к частной производной  $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t_1 \partial t_2}$  соотношение (7) применим последовательно два раза:

$$\frac{\partial \varphi(t)}{\partial t_p} \langle + \rangle_K \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t_q} \langle + \rangle_K \frac{\partial^2 \varphi(t)}{\partial t_p \partial t_q} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\left( \begin{array}{c} \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i} + \Delta t_p, \dots, t_{q_i}, \dots, t_{k_i}) \langle - \rangle_K \\ \langle - \rangle_K \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i}, \dots, t_{q_i}, \dots, t_{k_i}) \end{array} \right)}{\Delta t_p} \langle + \rangle_K \\ &\langle + \rangle_K \frac{\left( \begin{array}{c} \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i}, \dots, t_{q_i} + \Delta t_q, \dots, t_{k_i}) \langle - \rangle_K \\ \langle - \rangle_K \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i}, \dots, t_{q_i}, \dots, t_{k_i}) \end{array} \right)}{\Delta t_q} \langle + \rangle_K \\ &\langle + \rangle_K \frac{\partial}{\partial t_p} \frac{\left( \begin{array}{c} \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i}, \dots, t_{q_i} + \Delta t_q, \dots, t_{k_i}) \langle - \rangle_K \\ \langle - \rangle_K \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i}, \dots, t_{q_i}, \dots, t_{k_i}) \end{array} \right)}{\Delta t_q} = \\ &= \frac{\left( \begin{array}{c} \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i} + \Delta t_p, \dots, t_{q_i}, \dots, t_{k_i}) \langle - \rangle_K \\ \langle - \rangle_K \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i}, \dots, t_{q_i}, \dots, t_{k_i}) \end{array} \right)}{\Delta t_p} \langle + \rangle_K \\ &\langle + \rangle_K \frac{\left( \begin{array}{c} \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i}, \dots, t_{q_i} + \Delta t_q, \dots, t_{k_i}) \langle - \rangle_K \\ \langle - \rangle_K \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i}, \dots, t_{q_i}, \dots, t_{k_i}) \end{array} \right)}{\Delta t_q} \langle + \rangle_K \\ &\langle + \rangle_K \frac{\left( \begin{array}{c} \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i} + \Delta t_p, \dots, t_{q_i} + \Delta t_q, \dots, t_{k_i}) \langle - \rangle_K \\ \langle - \rangle_K \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i}, \dots, t_{q_i} + \Delta t_q, \dots, t_{k_i}) \end{array} \right)}{\Delta t_p \Delta t_q} \langle - \rangle_K \\ &\langle - \rangle_K \frac{\left( \begin{array}{c} \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i} + \Delta t_p, \dots, t_{q_i}, \dots, t_{k_i}) \langle - \rangle_K \\ \langle - \rangle_K \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i}, \dots, t_{q_i}, \dots, t_{k_i}) \end{array} \right)}{\Delta t_q \Delta t_p}. \end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что при  $\Delta t_q = \Delta t_p = 1$ :

$$\frac{\partial \varphi(t)}{\partial (t_p, t_q)} = \frac{\left( \begin{array}{c} \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i} + \Delta t_p, \dots, t_{q_i} + \Delta t_q, \dots, t_{k_i}) \langle - \rangle_K \\ \langle - \rangle_K \varphi(t_{i_1}, \dots, t_{p_i}, \dots, t_{q_i}, \dots, t_{k_i}) \end{array} \right)}{\Delta t_q \Delta t_p},$$

что и доказывает теорему.

На рис. 2 в качестве примера приведена  $K$ -значная ( $K = 3$ ) функция  $\varphi(t_1, t_2)$ , а на рис. 3 – 5 ее различные частные производные.

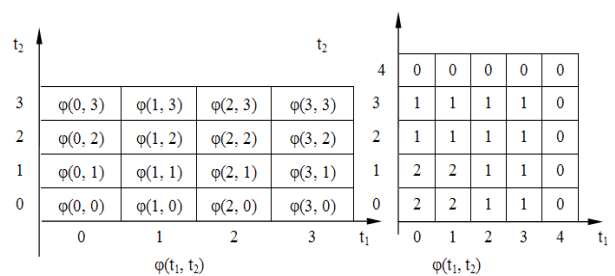


Рис. 2.  $K$ -значная функция при  $K = 3$

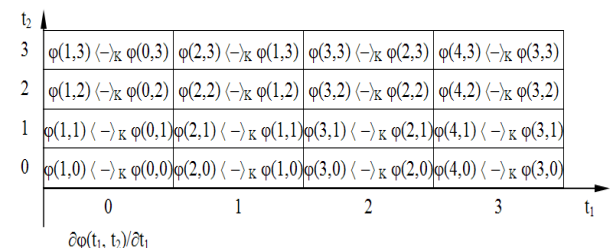


Рис. 3. Производная  $\frac{\partial \varphi(t_1, t_2)}{\partial t_1}$   $K$ -значной функции при  $K = 3$

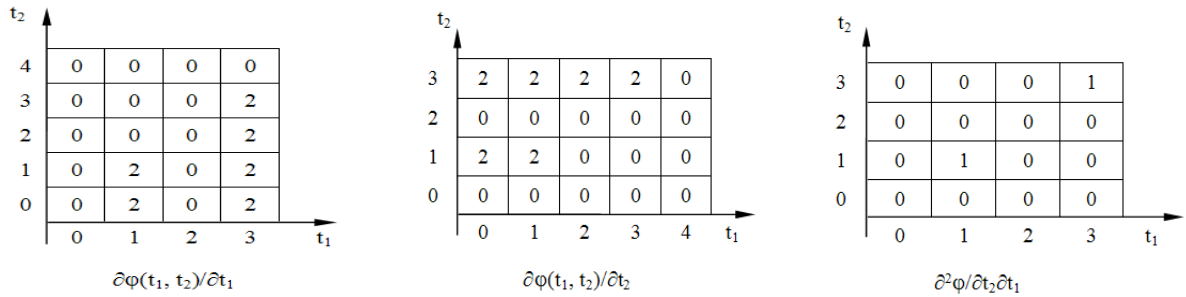


Рис. 4. Производные K-значной функции при K = 3

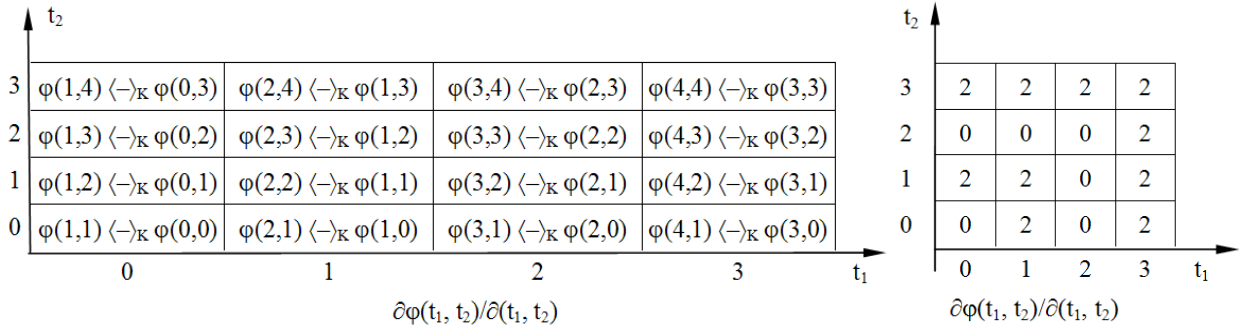


Рис. 5. Производная  $\partial\varphi(t_1, t_2)/\partial(t_1, t_2)$  K-значной функции при K = 3 (начало)

По аналогии с пространствами  $M^m, N, (M^m, N)$  могут быть введены и операции обращения взятия производных.

Рассмотрим численный метод решения (простейшего) K-значного дифференциального уравнения в частных производных, аппроксимирующего гиперболическое дифференциальное уравнение второго порядка с двумя независимыми переменными [12]:

$$\frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} - b \frac{\partial U(x, t)}{\partial t} - cU(x, t), \quad (11)$$

где  $U$  – неизвестная переменная;  $t$  и  $x$  – независимые переменные ( $t$  – время,  $x$  – расстояние от начала линии);  $a^2$  – постоянный коэффициент, учитывающий распределенную емкость и индуктивность линии,  $b$  и  $c$  – коэффициенты, характеризующие потери в длинной линии.

Известно [3 – 5], что один из методов решения уравнения (11) основан на сведении его к разностному гиперболическому уравнению

$$\begin{aligned} u_{i,j+1} &= 2(1 - \lambda^2)u_{i,j} + \lambda^2(u_{i+1,j} + u_{i-1,j}) - u_{i,j-1} - \\ &\quad - \eta(u_{i+1,j} + u_{i-1,j}) - c(u_{i,j}), \\ h &= L/n, \\ \lambda &= a \frac{\tau}{h}, \\ \eta &= b \frac{\tau}{h}, \\ i &= 0, 1, 2, \dots, n; j = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $U_{i,j} = U(ih, j\tau)$ ;  $h, \tau$  – величины шагов дискретизации соответственно по независимым переменным

$x$  и  $t$ ;  $L$  – длина линии (проводника).

Соотношение (12) фактически является явной схемой решения уравнения (11). Устойчивость и сходимость этой схемы или метода решения обеспечивается при  $\lambda \leq 1$ . Для описания процессов в линии с помощью K-значной пространственно-временной модели, где  $K$  – простое число, положим, что зависимая переменная  $U^K$  принимает значения из множества  $M = \{0, 1, \dots, K-1\}$  и является функцией двух целочисленных переменных  $U^K = U^K(x_i, t_j), i = 0, 1, 2, \dots, n; j = 0, 1, 2, 3, \dots$ . Если положить  $\lambda = 1$ , то разностное уравнение (12), в котором область значений непрерывной переменной  $U$  является множеством вещественных чисел из замкнутого интервала  $[U_{\min}, U_{\max}]$ , может быть аппроксимировано K-значным разностным уравнением:

$$\begin{aligned} U_{i,j+1} &= \frac{a\tau^2}{h^2(1+2b\tau)} U_{i+1,j} \langle - \rangle_K - 2 \frac{a\tau^2}{h^2(1+2b\tau)} U_{i,j} \langle + \rangle_K \\ &\quad \langle + \rangle_K - \frac{a\tau^2}{h^2(1+2b\tau)} U_{i-1,j} \langle + \rangle_K - \frac{2}{1+2b\tau} U_{i,j} \langle - \rangle_K \\ &\quad \langle - \rangle_K - \frac{U_{i,j-1}}{1+2b\tau} \langle + \rangle_K - \frac{2b\tau}{1+2b\tau} U_{i,j-1} \langle - \rangle_K - \frac{c\tau^2}{1+2b\tau} U_{i,j}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $a = \frac{1}{L_0 C_0}$ ;  $b = \frac{g_0}{C_0} + \frac{r_0}{L_0}$ ;  $c = \frac{r_0 g_0}{L_0 C_0}$ ;  $L_0$  и  $C_0$  – погонная индуктивность и емкость линии;  $r_0$  и  $g_0$  – погонное сопротивление и проводимость линии.

Таким образом, с одной стороны, выражение (13) является K-значной разностной формой непрерывного волнового уравнения (11), а с другой – определяет метод решения K-значного волнового уравнения.

В качестве примера рассмотрим передачу сигнала по линии, соединяющей два устройства, одно из которых может выступать в качестве передатчика, а второе – в качестве приемника [13]. На рис. 6

показан возможный вариант связи передатчика и приемника на примере которого можно показать исследование распространения совокупности сигналов по линии связи.

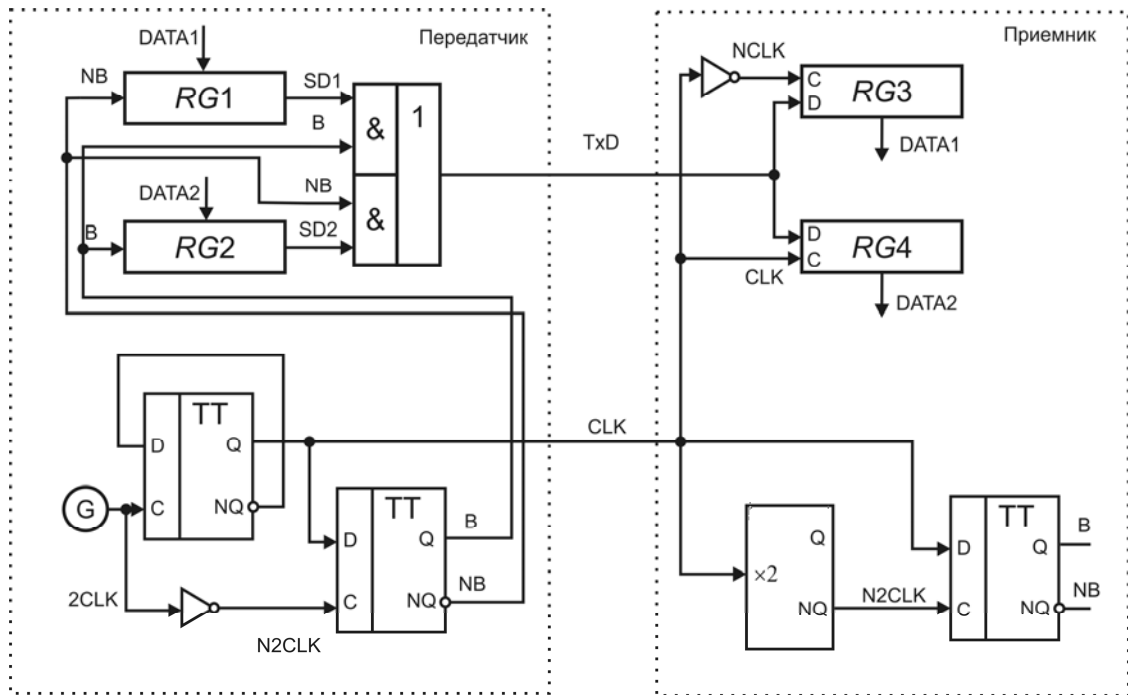


Рис. 6. Вариант связи передатчика и приемника

При этом если на выходе передатчика имеется импульсный сигнал, то на конце линии (т.е. на входе приемника) сигнал может быть искажен как за счет

имеющегося коэффициента потерь в линии (рис. 7, сверху), так и за счет коэффициента отражения (рис. 7, внизу).

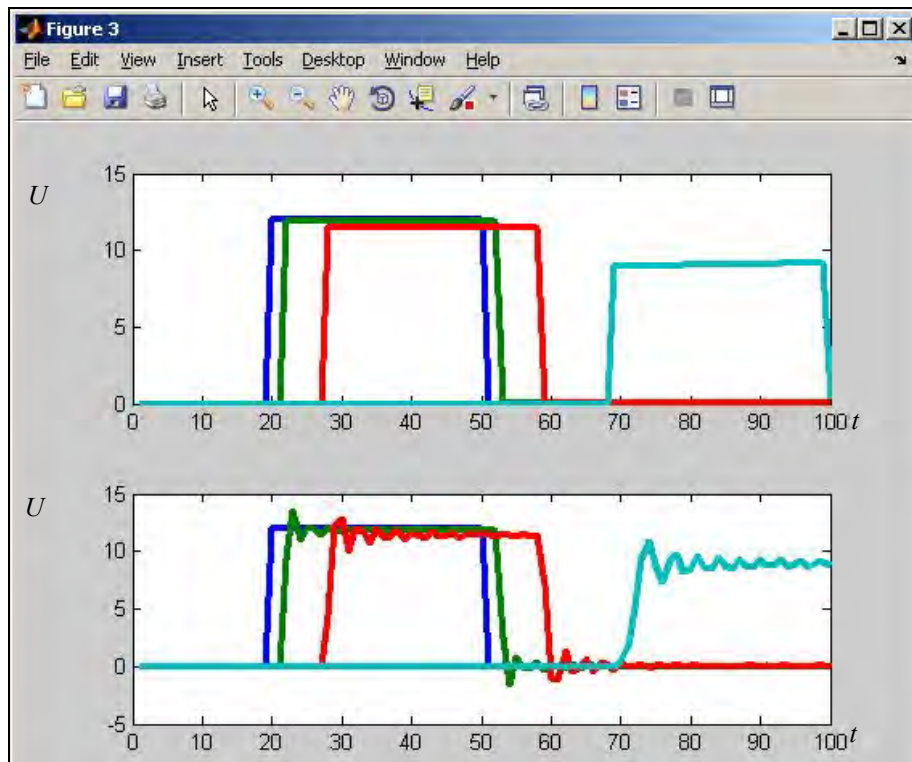


Рис. 7. Временные диаграммы передачи сигнала по линии связи с потерями

## Выводы

Полученные методы исследования распространения сигналов с помощью  $K$ -значных дифференциальных уравнений в частных производных позволяют выполнять проектирование вычислительных систем и связей между отдельными устройствами в этих системах.

Использование для этих целей  $K$ -значного дифференциального исчисления позволяет достаточно просто получить результаты моделирования таких связей, что в сочетании с использованием  $K$ -значных методов моделирования отдельных логических элементов и устройств дает возможность комплексно исследовать вычислительные устройства.

Таким образом, получен новый вид математических моделей, позволяющих более эффективно моделировать цифровые устройства и СБИС используемых для систем вооружения.

## Список литературы

1. Барнс Дж. Электронное конструирование: Методы борьбы с помехами / Дж. Барнс. – М.: Мир, 1990. – 238 с.
2. Баскаков С.И. Электродинамика и распространение радиоволн / С.И. Баскаков. – М.: Высш. шк., 1992. – 416 с.
3. Годунов С.К. Разностные схемы (введение в теорию) / С.К. Годунов, В.С. Рябенский. – М.: Наука, 1977. – 440 с.
4. Демидович Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения / Б.П. Демидович, И.А.Марон, Э.Э. Шувалова – М.: Наука, 1967. – 368 с.
5. Мак-Кракен Д. Численные методы и программирование на Фортране / Д. Мак-Кракен, У. Дорн. – М.: Мир, 1977. – 584 с.
6. Dirk Langemann. A droplet in a stationary electric field / Langemann Dirk // *In Press, Corrected Proof*, 2003. – P. 57 – 70.

7. Petr Svacek Numerical solution of problems with non-linear boundary conditions / Svacek Petr, Najzar Karel // *Mathematics and Computers in Simulation*. – 2003. – № 61. – P. 219 – 228.

8. Ludu R.F. O'Connell, Nonlinear equations and wavelets / O'Connell Ludu R.F., J.P. Draayer // *Mathematics and Computers in Simulation*. – 2003. – Vol. 62. – P. 91 – 99.

9. Sanchez-Avila. Wavelet domain signal deconvolution with singularity-preserving regularization / Sanchez-Avila // *Mathematics and Computers in Simulation*. – 2003. – Vol. 61. – P. 165 – 176.

10. Keyser John. ESOLID – a system for exact boundary evaluation / John Keyser, Tim Culver, Mark Foskey, Shankar Krishnan, Dinesh Manocha // *In Press, Corrected Proof*, 2003. – P. 13 – 24.

11. Дмитриенко В.Д.  $K$ -значное дифференциальное исчисление и моделирование цифровых устройств / В.Д. Дмитриенко, С.Ю. Леонов // Харьков: "Транспорт України", 1999. – 223 с.

12. Дмитриенко В.Д. Моделирование передачи данных с помощью  $K$ -значных дифференциальных моделей / В.Д. Дмитриенко, С.Ю. Леонов, Т.В. Гладких // *Информатика и моделирование: Вестник НТУ "ХПИ"*. Сб. науч. тр. – Вып. 46. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2005. – С. 67 – 76.

13. Сухман С.М. Синхронизация в телекоммуникационных системах. Анализ инженерных решений / С.М. Сухман, А.В. Бернов, Б.В. Шевкопляс. – М.: Эко-Трендз, 2003. – 272 с.

Поступила в редколлегию 29.03.2012

Рецензент: д-р техн. наук проф. В.Д. Дмитриенко, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.

## АНАЛІЗ РОБОТИ ЦИФРОВИХ ПРИСТРОЇВ ЗА ДОПОМОГОЮ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИХ $K$ -ЗНАЧНИХ МОДЕЛЕЙ

С.Ю. Леонов

У статті обговорюється питання моделювання розповсюдження імпульсних сигналів цифрових пристроїв по провідникам, які з'єднують окремі пристрої і які являють собою довгі лінії. Моделювання виконується за допомогою математичних засобів  $K$ -значного диференційного числення.

**Ключові слова:** моделювання, імпульсні сигнали, цифрові пристрої, довга лінія,  $K$ -значне диференційне числення.

## ANALYSIS OF DIGITAL DEVICES WORK BY SPATIO-TEMPORAL $K$ -VALUE MODELS

S.Yu. Leonov

In the article the questions of design the distribution of impulsive signals of digital devices are examined on explorers, to connecting separate devices, and being a long line. A design is executed on the basis of the use of mathematical vehicle of  $K$ -Value differential calculus.

**Keywords:** design, impulsive signals, digital devices, long line,  $K$ -Value differential calculus.