

УДК 623.746-519

Г.Ю. Куянова, Д.Г. Васильєв, О.Т. Гордієвський, С.В. Федоряка

*Державний науково-випробувальний центр Збройних Сил України, Феодосія*

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ САМОНАВЕДЕННЯ БЕЗПІЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ НА НАЗЕМНУ ЦІЛЬ ПО ПРОМЕНЮ

*Запропоновано математичну модель системи самонаведення безпілотних літальних апаратів по променю на наземну ціль.*

**Ключові слова:** *безпілотний літальний апарат, математична модель, самонаведення по променю, наземна ціль, субоптимальний алгоритм комплексного керування польотом, груповий політ.*

### Вступ

**Постановка проблеми.** На даний час, розглядаючи існуючі в світі погляди на ведення збройної боротьби й основні способи розв'язання та ведення збройних конфліктів, можна зробити цілком законним висновок, що найбільша увага буде приділятися авіації. Повітряні Сили (ПС) Збройних Сил (ЗС) України є одним з головних носіїв бойовому потенціалу Збройних Сил.

Пілотовані ударні літальні апарати (ЛА) для виконання завдань по знищенню цілей частіше усього використовуються не поодинокі, а групами, при цьому забезпечується масований удар авіації, як правило, з декількох напрямків. Безпілотні літальні апарати (БпЛА) здатні виконувати функції пілотованої авіації: розвідувальні, наведення ударних й винищувальних ЛА, цілевказання, використовуватись в якості ретрансляторів та інших спеціальних завдань. Важливість задач, що виконуються БпЛА, високі вимоги до бойових можливостей даного класу озброєння та специфіка виконання завдань ставлять на перше місце проблему підвищення ефективності управління, як одним БпЛА так й під час виконання групових польотів, тобто алгоритмічного забезпечення керуванням польотом БпЛА при наведенні на наземну ціль [3].

При цьому необхідно вирішити широке коло завдань в різноманітних умовах обмеження та спеціальних вимог, а також пов'язаних з аналізом поведінки того чи іншого комплексу для виконання окремих прикладних задач. В цих умовах при синтезі управління доводиться розглядати та моделювати значну кількість можливих варіантів, як з організації структурного характеру, так і загального, часткового алгоритмів управління його підсистем. Сучасні обчислювальні засоби, розвинуте спеціалізоване програмне забезпечення та накопичений досвід розробок дозволяють вирішити завдання побудови субоптимального алгоритму управління і наведення БпЛА з метою найбільш ефективного вирішення завдань міжлітакової навігації, автома-

тизації керування польотом при наведенні на наземну ціль. Вихідними даними для побудови алгоритму, реалізованого на борту БпЛА, є інформація – заданий кут візування та дальність до цілі [3].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дослідження зі створення науково-методологічного апарату синтезу автоматизованих систем керування високоточних ударно-розвідувальних комплексів (ВРУК) безпосередньо орієнтовані на виконання Указу Президента України від 22.06.04 №670/2004 “Про стратегічний оборонний бюлетень України на період до 2015 року”, “Національної програми розвитку високоточних озброєнь в Україні”. Аналіз комплексу заходів службової діяльності транспортної авіації ПС ЗС України дає підстави стверджувати, що реалізація функцій ЗС України вимагає стійкого, безперервного, оперативного та прихованого управління, забезпечення ефективного використання сил та засобів підрозділів авіації ПС та успішного виконання покладених на них завдань.

**Метою статті** є розгляд ситуації в формалізованому вигляді для наведення по променю БпЛА на наземну ціль з метою вибору шляхів підвищення оптимального керування БпЛА з урахуванням забезпечення ураження наземної цілі.

### Основний матеріал

Існують два типи самонаведення: чисте (звичайне), при якому кут попередження дорівнює нулю, та з попередженням, при якому куту попередження надається деяке постійне значення. Чистим самонаведенням називається метод зближення, при якому вектор швидкості БпЛА не постійно проходить через ціль. Розглянемо найбільш відому й просту траєкторію, якою є так звана крива переслідування або (собача крива), яка виходить при чистому самонаведенні. При виведенні рівняння руху ми зробимо наступні припущення: ціль рухається прямолінійно (не маневрує); швидкість БпЛА та цілі постійні; розглядається тільки рух в нерухомій площині, обумовленого векторами швидкостей БпЛА та цілі. Геометричні співвідношення, необхідні для

виведення рівнянь руху при чистому самонаведенні, наведені на рис. 1, де використовуємо такі позначення: М – місце розташування БПЛА, Т – місце розташування цілі, r – відстань між БПЛА та ціллю, φ – кут між напрямком швидкості цілі та БПЛА.

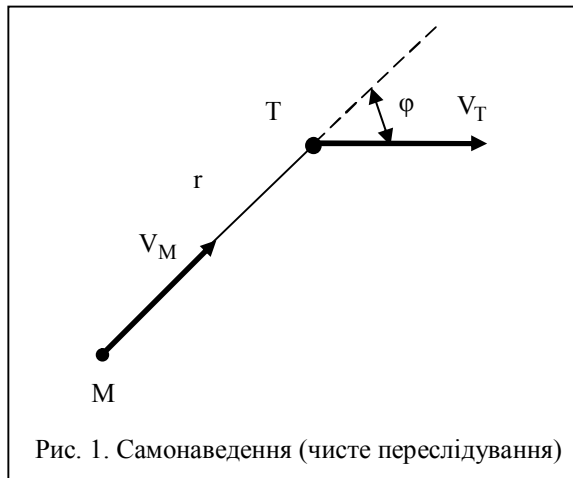


Рис. 1. Самонаведення (чисте переслідування)

Таким чином, положення БПЛА щодо цілі визначається полярними координатами r та φ.

Для цілі, що віддаляється, як показано на рис. 1, отримуємо рівняння руху, беручи складові швидкості по радіусу вектору та по перпендикуляру до нього [1, 2, 4]:

$$\dot{r} = V_T \cos \varphi - V_M; \quad (1)$$

$$\dot{\varphi} = -V_T \sin \varphi. \quad (2)$$

Інтегрування цих рівнянь дуже просте. Якщо поділити рівняння (1) на рівняння (2), отримаємо:

$$\frac{\dot{r}}{r} = \left( \frac{p}{\sin \varphi} - \operatorname{ctg} \varphi \right) \dot{\varphi}, \quad (3)$$

де  $p = \frac{V_M}{V_T}$ . Це рівняння інтегрується безпосередньо, й отримуємо [1, 2, 4]

$$r = K \frac{(\sin \varphi)^{p-1}}{(1 + \cos \varphi)^p}, \quad (4)$$

де K – постійна інтеграції, яка обумовлена початковими значеннями  $r_0$  та  $\varphi_0$ :

$$K = \frac{r_0(1 + \cos \varphi_0)}{(\sin \varphi_0)^{p-1}} \quad (5)$$

Якщо ціль рухається назустріч, то відстань між БПЛА та ціллю зменшується як внаслідок руху БПЛА, так й внаслідок руху цілі. Тому рівняння руху матимуть вигляд:

$$\dot{r} = -V_T \cos \varphi - V_M; \quad (6)$$

$$\dot{\varphi} = V_T \sin \varphi. \quad (7)$$

Якщо знову розділити рівняння (6) на рівняння (7), отримаємо:

$$\frac{\dot{r}}{r} = -\left( \frac{p}{\sin \varphi} + \operatorname{ctg} \varphi \right) \dot{\varphi}, \quad (8)$$

звідки отримуємо:

$$r = K' \frac{(1 + \cos \varphi)^p}{(\sin \varphi)^{p+1}}, \quad (9)$$

де постійна K' визначається через r та φ наступним чином [1, 2, 4]:

$$K' = \frac{r_0(\sin \varphi_0)^{p+1}}{(1 + \cos \varphi_0)^p}. \quad (10)$$

Будувати траєкторії за рівняннями (4) та (9), не маючи явної залежності r та φ від часу t, складно.

Тому для цілі, що віддаляється, з рівняння (1) маємо:

$$\dot{r} \cos \varphi = V_T \cos^2 \varphi - V_M \cos \varphi \quad (11)$$

а з рівняння (2) маємо:

$$r \dot{\varphi} \sin \varphi = -V_T \sin^2 \varphi. \quad (12)$$

З рівняння (12) віднімемо рівняння (11) та отримаємо [1, 2, 4]:

$$\begin{aligned} \dot{r} \cos \varphi - r \dot{\varphi} \sin \varphi &= V_T - V_M \cos \varphi = \\ &= V_T - V_M \frac{\dot{r} + V_M}{V_T} = V_T - p\dot{r} - pV_M. \end{aligned} \quad (13)$$

Це можливо записати наступним чином:

$$\dot{r}(\cos \varphi + p) - r \dot{\varphi} \sin \varphi = V_T - pV_M. \quad (14)$$

Рівняння (14) легко інтегрується:

$$(\cos \varphi + p)dr - r \sin \varphi d\varphi = (V_T - pV_M)dt;$$

$$\int_{r_0}^r (\cos \varphi + p)dr - \int_{\varphi_0}^{\varphi} r \sin \varphi d\varphi = \int_0^t (V_T - pV_M)dt.$$

Застосовуючи до інтегралів у лівій частині формулу інтегрування по частинах, знаходимо

$$r(\cos \varphi + p) \Big|_{r_0, \varphi_0}^{r, \varphi} = (V_T - pV_M)t$$

або

$$r(\cos \varphi + p) - r_0(\cos \varphi_0 + p) = (V_T - pV_M)t. \quad (15)$$

Звідси визначаємо час, що минув з моменту t=0 (для цілі, що віддаляється) [1, 2, 4]:

$$t = \frac{r_0(\cos \varphi_0 + p) - r(\cos \varphi + p)}{pV_M - V_T}. \quad (16)$$

У випадку для цілі, що летить назустріч, можна міркувати абсолютно таким же чином. Отримуємо диференціальне рівняння

$$\dot{r}(\cos \varphi - p) - r \dot{\varphi} \sin \varphi = pV_M - V_T, \quad (17)$$

рішення, якого є

$$r(\cos \varphi - p) - r_0(\cos \varphi_0 - p) = (pV_M - V_T)t. \quad (18)$$

Звідки

$$t = \frac{r(\cos \varphi - p) - r_0(\cos \varphi_0 - p)}{pV_M - V_T}. \quad (19)$$

За допомогою отриманих тепер співвідношень ми можемо побудувати траєкторію БПЛА для бажаних окремих випадків.

Для цілі, що летить назустріч, використовуємо рівняння (11) та (19). У них значення  $p_0, r_0, \varphi_0, V_M, V_T$  задані, а початкове відносне

становище БпЛА та цілі відомо. Виходячи з початкового положення БпЛА, можна отримати його наступні положення.

Беремо нове значення  $\varphi + \Delta\varphi$  та з рівняння (9) обчислюємо нове значення  $r$ . Після цього з рівняння (19) обчислюємо час  $t$ ; знаючи  $t$  та  $V_T$ , знайдемо переміщення цілі.

З нового положення цілі проводимо пряму під кутом  $\varphi + \Delta\varphi$ .

Нове положення БпЛА знайдемо, відклавши вздовж цієї прямої нову відстань  $r$  [1, 2, 4].

Час польоту для цілі, що віддаляється можливо знайти з рівняння (16), поклавши  $r = 0$ .

Отримаємо

$$t_f = \frac{r_0(\cos \varphi_0 + p)}{pV_M - V_T}. \quad (20)$$

Для цілі, що летить назустріч, метод наведення розглянуто на рис. 2.

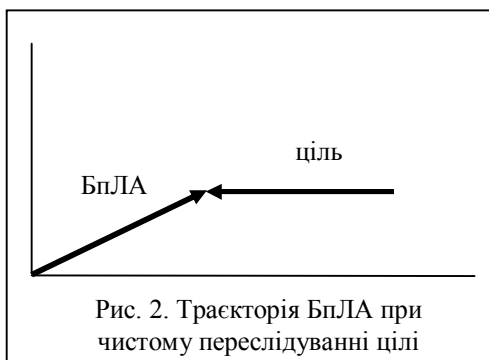


Рис. 2. Траєкторія БпЛА при чистому переслідуванні цілі

З рівняння (20) знаходимо

$$t_f = \frac{-r_0(\cos \varphi_0 - p)}{pV_M - V_T}. \quad (21)$$

Звідси видно, що при  $p > 1$  час польоту завжди залишається кінцевим.

## Висновки

Запропонована математична модель дозволяє синтезувати алгоритм комплексного керування польотом БпЛА при наведенні на наземну ціль, яка являє собою систему нелінійних диференціальних рівнянь, що описують динаміку руху БпЛА.

Запропонований алгоритм оптимального керування багатоцільового БпЛА при наведенні на наземну ціль дозволить здійснювати оптимальні керування БпЛА в умовах коли координати цілі чи об'єкта задаються оперативно з метою найбільш ефективного вирішення завдань між літакової навігації, автоматизації управління польотом при витримуванні місця, маневрувань в групі ( або поодинокі польоту), виключення зіткнення при виникненні нештатних ситуацій.

## Список літератури

1. Дементьев В.Т. Разработка математических методов проектирования систем управления ЛА / В.Т. Дементьев, В.П. Финогеев, В.М. Александров, Э.П. Спирин // Оборонная техника – 1984. – № 5 – С. 16 – 19.
2. Климов В.Ф. Выбор начальных условий наведения ЛА на наземные цели / В.Ф. Климов // Оборонная техника – 1983. – № 9. – С. 38 – 39.
3. Трюхан О.М. Тактика авиации у локальных войн та збройних конфліктах: Досвід, аналіз, тенденції / О.М. Трюхан. – К.: НАОУ, 2005. – 340 с.
4. Локк А.С. Управление снарядами / А.С. Локк. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958. – 776 с.

Надійшла до редколегії 30.07.2013

**Рецензент:** канд. техн. наук Р.К. Мурасов, Національний авіаційний університет, Київ.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ САМОНАВЕДЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ НА НАЗЕМНУЮ ЦЕЛЬ ПО ЛУЧУ

А.Ю. Куянова, Д.Г. Васильев, А.Т. Гордиевский, С.В. Федоряка

*Предложена математическая модель системы самонаведения беспилотных летательных аппаратов по лучу на наземную цель.*

**Ключевые слова:** беспилотный летательный аппарат, математическая модель, самонаведение по лучу, наземная цель, субоптимальный алгоритм комплексного управления полетом, групповой полет.

## MATHEMATICAL MODEL OF UNMANNED AERIAL VEHICLES HOMING SYSTEM ON A LAND TARGET ON THE BEAM

A.Y. Kujanova, D.G. Vasyiliev, A.T. Gordievsky, S.V. Fedoryaka

*Mathematical model of unmanned aerial vehicles homing system on the beam on a land target is proposed.*

**Keywords:** unmanned aerial vehicle, mathematical model, homing on the beam, land target, suboptimal algorithm of complex flight control, team flight.