

---

УДК 629.76

И.В. Маштак, А.Д. Шептун

Государственное предприятие «КБ «Южное», Днепропетровск

## ОДНОПУНКТОВАЯ БАЛЛИСТИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОРБИТ СПУТНИКОВ. ОБОСНОВАНИЕ, СТРАТЕГИЯ РАДИОКОНТРОЛЯ ОРБИТЫ

*Исследуются вопросы преодоления математических трудностей, порождаемых широко используемым на практике методом наименьших квадратов в его применении к однопунктовой баллистической технологии определения (уточнения) параметров орбит спутников на околоземных орбитах по измерениям одной координаты движения. Определены условия, доставляющие минимум ошибкам определения орбиты при измерении одной координаты одним пунктом наблюдения и соответствующая им стратегия радиоконтроля орбиты. Положительные результаты исследований подтверждаются наименьшим числом итераций при нахождении решения линейной системы.*

**Ключевые слова:** спутник, центр керування польотом, однопунктова технологія, вимірювальний пункт, визначення параметрів орбіти, радіоконтроль орбіти, точність визначення параметрів орбіти.

### Введение

**Постановка проблемы.** В августе 1995 г. Украина запустила свой первый национальный спутник «Січ-1» для дистанционного зондирования по-

верхности Земли. В последующие годы последовали запуски спутников «Микроспутник», «Січ-1М», «МС-2-8». Силами украинских специалистов был спроектирован, изготовлен, запущен украинской ракетой – носителем «Днепр» и введен в эксплуата-

цию египетский спутник EgyptSat-1. Управление полетом украинских спутников проводилось Центром управления полетами, расположенном в г. Евпатория, египетского – в г. Каир.

Баллистико-навигационное обеспечение полетом спутников осуществлялось с использованием разработанных украинскими специалистами программно-исследовательских комплексов, решающих в автоматизированном режиме задачи:

- приема измерительной информации, её анализа, отбраковки аномальных измерений;
- определения (уточнения) начальных условий движения спутника по измерительной информации о движении спутника;
- прогнозирования движения спутников на заданный интервал времени, формирования баллистической информации в согласованном с её потребителями виде;
- оценки качества измерительной информации;
- расчета целеуказаний для наведения антенн слежения;
- визуализации баллистической информации;
- ряд других.

Особую сложность при разработке программно-исследовательских комплексов представляет решение второй из приведенных задач. Дело в том, что к моменту запуска украинских спутников на практике в полной мере была исследована и апробирована многопунктовая баллистическая технология определения орбит спутников близкого космоса по измерениям одной координаты движения (чаще всего радиальной скорости) несколькими (четыре-шесть, более) пунктами наблюдения (например, в России) [1 – 3]. Были исследованы вопросы наблюдаемости орбиты, разработаны методы определения начальных условий (НУ) движения спутников на основе измерений несколькими пунктами навигационных параметров (в том числе и с применением широко используемого на практике метода наименьших квадратов – МНК), определены источники ошибок прогнозирования движения спутников, подтвержден длительной практикой устойчивый характер циклического (например, через неделю) уточнения НУ движения с использованием в качестве начального приближения при очередном уточнении параметров орбиты данных прогнозирования движения по предыдущим НУ, ряд других.

Украина в тот период располагала только одним современным пунктом для измерения радиальной скорости полета спутников. В изданной к моменту начала работ по подготовке к запуску первых украинских спутников литературе [1 – 3] изложен ряд проблем, связанных с разработкой и эксплуатацией однопунктовой баллистической технологии. Они обусловлены ограниченной наблюдаемостью орбиты одним пунктом наблюдения при измерении одной координаты движения, ростом меры обуслов-

ленности матрицы частных производных системы линейных алгебраических уравнений [4] и, как следствие, увеличением ошибок уточнения НУ и погрешностей прогнозирования движения спутника.

**Цели исследований.** В связи с изложенным в п.1, необходимо было определить возможность решения баллистических задач сопровождения спутника на основе измерений одной координаты движения спутника одним пунктом радиоконтроля. Результаты этих работ представлены в данной статье.

## 1. Обоснование однопунктовой баллистической технологии. Стратегия радиоконтроля орбиты

В основу разработки однопунктовой баллистической технологии был положен метод наименьших квадратов, хорошо зарекомендовавший при решении задач определения параметров орбит в многопунктовой технологии и получивший в этой связи широкое распространение.

Задача уточнения параметров орбиты спутника (шесть координат движения) методом наименьших квадратов сводится [1 – 3] к решению следующей системы нормальных линейных алгебраических уравнений методом итераций (обозначения [3]):

$$\begin{cases} a_{11}\delta_1 + a_{12}\delta_2 + \dots + a_{16}\delta_6 = b_1; \\ a_{21}\delta_1 + a_{22}\delta_2 + \dots + a_{26}\delta_6 = b_2; \\ \vdots \\ a_{61}\delta_1 + a_{62}\delta_2 + \dots + a_{66}\delta_6 = b_6, \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{где } a_{kj} = \sum_{i=1}^N P_i^2 \cdot \frac{\partial F_i}{\partial q_{0k}} \cdot \frac{\partial F_j}{\partial q_{0j}}; \quad b_k = \sum_{i=1}^N P_i^2 \cdot Z_{\Delta i} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial q_{0k}};$$

Система уравнений (1) представляет собой линейную часть разложения разности измеренных и расчетных параметров в ряд Тейлора по параметрам движения спутника в некоторой начальной точке (чаще всего в восходящем узле орбиты).

Следуя [4] система уравнений (1) может быть представлена в виде:

$$Ax = b, \quad (2)$$

где  $x$  – вектор поправок к начальным параметрам орбиты;  $b$  – вектор измерительной навигационной информации;  $A$  – матрица производных.

Согласно [4] ошибки в определении вектора поправок  $x$  определяются (помимо обусловленных исключением в (1) членов, выше первого порядка малости) ошибками вектора  $b$  (измерительной информации), погрешностями вычисления коэффициентов матрицы  $A$  (производных) и мерой обусловленности матрицы  $A$ , обозначаемой  $\text{Cond}(A)$ .

Коэффициенты матрицы  $A$  в задаче уточнения НУ рассчитываются численно решением системы уравнений движения и ошибки их определения могут быть сделаны сколько угодно малыми. По этой

причине будем считать, что погрешности определения вектора поправок  $x$  определяются остальными двумя факторами.

Влияние ошибок измерений на точность определения вектора поправок  $x$  детально исследовано в [4] – указывается, что ошибки вектора поправок  $\Delta x$  обусловлены как погрешностями измерительной информации, так и численным значением меры обусловленности  $\text{Cond}(A)$  матрицы  $A$ :

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq \text{Cond}(A) \cdot \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|}, \quad (3)$$

при этом  $\text{Cond}(A) \geq 1$ .

Исходя из (3) мера обусловленности выполняет роль множителя в увеличении относительной ошибки определения вектора поправок  $\Delta x$ . Минимальное значение меры обусловленности  $\text{Cond}(A)=1$ . В этом случае имеет место наименьшее влияние особенностей формирования элементов матрицы  $A$  на величину ошибки  $\Delta x$  определения вектора  $x$  (применительно к рассматриваемой задаче – ошибка определения параметров орбиты в этом случае обусловлена только погрешностями измерительной информации, характеризуемой вектором ошибок  $\Delta b$ ).

Из (3) следует, что при выборе методологии измерений и накопления измерительной информации следует исходить из необходимости построения такой стратегии радиоконтроля орбиты, которой соответствует минимальное значение меры вырожденности матрицы  $A$ , т.е. стремиться к выполнению условия  $\text{Cond}(A) \rightarrow 1$ . Элементы матрицы  $A$  представляют собой производные от измеряемых координат в момент измерений  $t_i$  по НУ движения [1 – 3]. Поэтому задача определения  $\min[\text{Cond}(A)]$  фактически сводится к соответствующему выбору моментов измерений координат движения, накоплению измерительной информации и на её основе определению (уточнению) НУ движения спутника.

Стратегия радиоконтроля орбиты, минимизирующая численное значение  $\text{Cond}(A)$ , характеризуется числом сеансов радиоконтроля орбиты (включенных в отработку при уточнении НУ) и их геометрическим «разнообразием». При проведении радиоконтроля орбиты спутника получаемые данные принято группировать по следующим геометрическим признакам: «восходящая» или «нисходящая» ветвь витка, трасса проходит на западном или на восточном направлении относительно пункта наблюдения. Соответственно названия групп – «восходящие», «нисходящие», «восточные», «западные».

При многопунктовой технологии (4-6, более разнесенных пунктов измерения) объем информации, достаточный для определения (уточнения) НУ движения спутника накапливается на одном – минимум на двух смежных витках (как правило из группы одного геометрического признака). Одно-

пунктовая баллистическая технология характеризуется значительным разнообразием витков, на которых последовательно проводится радиоконтроль орбиты. В частности, в шести сеансах радиоконтроля орбиты реализуются все четыре возможные комбинации групп геометрических признаков и при различных углах места. А priori, различные условия радиоконтроля при однопунктовой технологии обеспечивают большее многообразие элементов матрицы  $A$  по отношению к имеющему месту при многопунктовой технологии (разнообразие при многопунктовой технологии обусловлены, по существу, только разнообразным положением орбиты относительно пунктов наблюдения из-за их разного положения их на местности).

С учетом изложенного, формирование наиболее выгоднейшей стратегии радиоконтроля орбиты для однопунктовой баллистической технологии состоит в выборе числа сеансов радиоконтроля из различных групп геометрических признаков, позволяющих суммарно обеспечить минимизацию меры обусловленности  $\text{Cond}(A)$  матрицы  $A$ .

Исследование зависимости значений  $\text{Cond}(A)$  от параметров, характеризующих стратегию радиоконтроля орбиты, проводилось на основе численных расчетов. Результаты расчетов представлены на рис. 1, 2 (по оси абсцисс на рис. 1 указана длительность мерного интервала измерений в витках полета, на рис. 2 – число сеансов радиоконтроля орбиты) [5 – 8]. Под мерным интервалом здесь понимается общее число витков полета спутника, на которых производится радиоконтроль орбиты в цикле БНО. Например, для солнечно-синхронных орбит высотой 600 – 700 км мерный интервал витков за сутки ~ 14, при этом число сеансов радиоконтроля за сутки ~ 6.

Представленные на рис. 1, 2 данные свидетельствуют, что наименьшая мера  $\text{Cond}(A)$  обусловленности матрицы  $A$  имеет место в среднем при 4 – 8 сеансах радиоконтроля (соответствующая длительность мерного интервала ~ 12 - 28 витков полета спутника) с различным направлением витков относительно пункта наблюдения.

С ростом числа сеансов радиоконтроля увеличивается численное значение меры  $\text{Cond}(A)$  обусловленности матрицы  $A$ , как следствие увеличиваются ошибки определения (уточнения) НУ движения спутника, растет число итераций (рис. 3) при решении линейной системы (3). Очевидным выводом данного результата является следующее:

– при многопунктовой баллистической технологии (участвуют, например 4 – 6 пунктов измерений) достаточным является проведение измерений на одном (максимум на двух) витках орбиты. Использование более 8 сеансов радиоконтроля ведет к увеличению меры обусловленности  $\text{Cond}(A)$  матрицы  $A$ , что на основании равенства (3) неизбежно ведет к увеличению погрешности определения НУ;

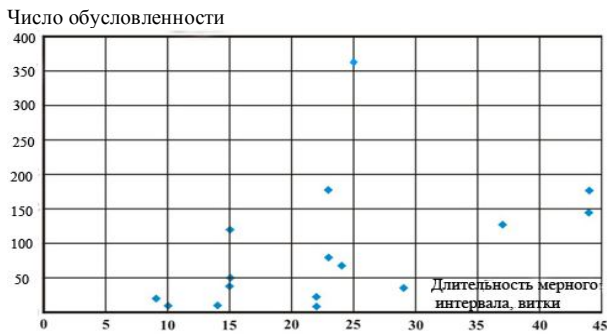


Рис. 1 Зависимость меры обусловленности матрицы  $A$  от длительности мерного интервала (модельная измерительная информация)

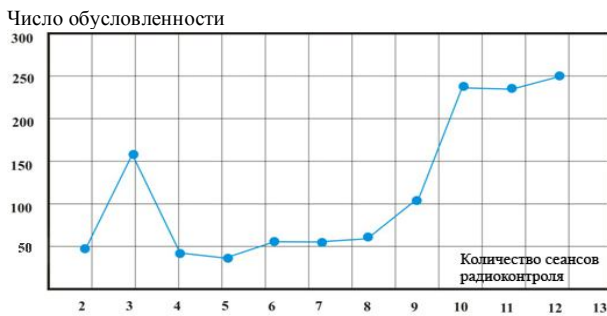


Рис. 2 Зависимость меры обусловленности матрицы  $A$  от числа сеансов радиоконтроля (реальная измерительная информация)

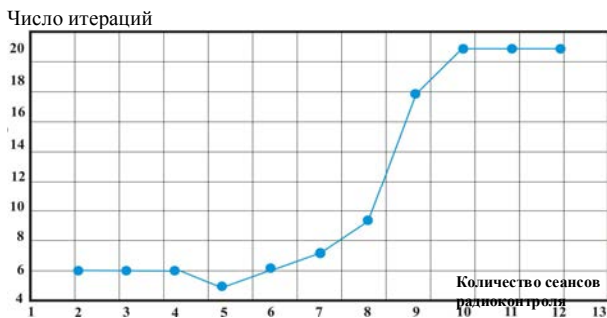


Рис. 3 Зависимость числа итераций при решении линейной системы (3) от количества сеансов радиоконтроля

– при однопунктовой технологии оптимальное число сеансов радиоконтроля (4 – 6) реализуется на суточном интервале полета спутника.

## 2. Анализ факторов, влияющих на точность прогнозирования движения спутников

Основными возмущающими факторами, влияющими на погрешности прогнозирования движения спутников, являются:

- погрешности определения НУ движения спутников на основе измерительной информации;
- погрешности параметров атмосферы на интервале прогнозирования движения;
- погрешности модели движения спутника.

Из трех приведенных возмущающих факторов ниже рассмотрено качественное влияние первых двух (влияние третьего возмущающего фактора выходит за рамки данной статьи) и проведено сравнение многопунктовой и однопунктовой технологии в части влияния на точность прогнозирования движения спутника.

При равном числе сеансов радиоконтроля (в среднем по 6) влияние на численное значение меры обусловленности  $\text{Cond}(A)$  матрицы  $A$ , определяется следующими факторами:

– существенно разной величиной мерных интервалов, на которых осуществляются измерения, соответственно разными значениями производных, составляющих элементы матрицы  $A$ :

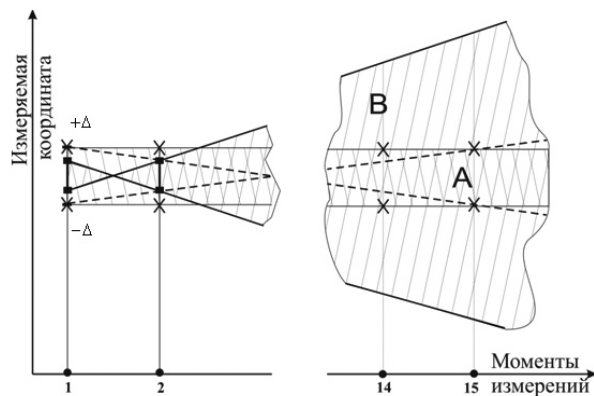
- для многопунктовой технологии эти измерения сосредоточены компактно на одном (максимум двух) витках полета в течение 10-20 мин полета спутника;
- для однопунктовой технологии сеансы радиоконтроля орбиты разнесены в течение суток.

– снижением «эквивалентных» ошибок измерений при использовании многопунктовой технологии (поскольку ошибки измерений каждого из задействующих средств измерений а priori одновременно не могут быть максимальными).

В части влияния первого фактора (из приведенных) на точность прогнозирования движения спутника предпочтительнее применение однопунктовой технологии, поскольку используемая при этом измерительная информация позволяет в том числе «засечь» изменение параметров орбиты на суточном интервале (как результат влияния неизвестных при прогнозировании движения возмущений таких как: погрешность модели гравитационного потенциала Земли, реальные параметры атмосферы, т.д.).

Второй из приведенных факторов дает преимущество многопунктовой технологии.

Некоторое представление о влиянии увеличения интервала накопления информации на точность прогнозирования движения спутника дает представленный ниже условный пример. Он касается определения величины областей положения объекта при прогнозировании его прямолинейного движения вдоль оси абсцисс (рис.4) по результатам измерений четырьмя средствами ординаты положения объекта в двух точках 1 и 2 на оси абсцисс и одним средством по измерению ординаты положения объекта в точках 1, 2 и 14, 15. Возможные границы областей  $A$  и  $B$  прямолинейного движения объекта при двух вариантах измерения его ординат в разных точках на оси абсцисс приведены на рис. 4. Как следует из этого графика, увеличение мерного интервала в приведенном условном примере является эффективным средством уменьшения разброса границ областей возможного прямолинейного движения объекта.



А и В – области номинального прямолинейного движения объекта по данным измерений в точках 1,2 (многопунктовая технология) и в точках 1, 2, 14, 15 – однопунктовая технология;  $\pm\Delta$  – граничные ошибки единичных измерений; 1, 2 – моменты измерения ординаты положения объекта 4-мя средствами наблюдения; 1, 2, 14, 15 – моменты измерения одним средством наблюдения.

Рис. 4. Условная картина областей неопределенности положения объекта при прогнозировании его параметров по данным многопунктовой и однопунктовой технологий

## Заключение

1.1. Проведен сравнительный анализ влияния на точность определения НУ движения спутника особенностей многопунктовой и однопунктовой баллистических технологий. Установлена существенная зависимость численных значений меры обусловленности матрицы производных, влияющих на ошибки определения НУ движения спутника, от числа сеансов радиоконтроля орбиты.

1.2. Определен оптимальный диапазон числа сеансов радиоконтроля орбиты, соответствующий наименьшим значениям меры обусловленности матрицы производных и, соответственно, наименьшим ошибкам определения НУ движения спутника.

## ОДНОПУНКТОВА БАЛІСТИЧНА ТЕХНОЛОГІЯ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ОРБИТ СУПУТНИКІВ. ОБҐРУНТУВАННЯ, СТРАТЕГІЯ РАДІОКОНТРОЛЮ ОРБИТИ

I.V. Mashtak, A.D. Sheptun

Досліджено питання подолання математичних труднощів, які породжує широко вживаний на практиці метод найменших квадратів стосовно до однопунктової балістичної технології визначення (уточнення) параметрів орбіт супутників на навколосеземних орбітах за вимірами однієї координати руху. Визначено умови, які спричиняють мінімум помилок визначення орбіти, коли одну координату вимірює один пункт спостереження, і стратегію радіоконтролю орбіти, що відповідає їм. Позитивні результати досліджень підтверджує найменша кількість ітерацій під час знаходження рішення лінійної системи.

**Ключові слова:** супутник, центр керування польотом, однопунктова технологія, вимірювальний пункт, визначення параметрів орбіти, радіоконтроль орбіти, точність визначення параметрів орбіти.

## SINGLE-POINT BALLISTIC TECHNOLOGY FOR SATELLITE ORBIT DETERMINATION. TECHNOLOGY JUSTIFICATION AND ORBITAL RADIOCONTROL STRATEGY

I.V. Mashtak, A.D. Sheptun

The article addresses the problems of overcoming mathematical difficulties arising from a widely used least-squares method when applied to a single-point ballistic technology for determination (updating) of orbital parameters of earth-orbiting satellites, based on a single measured motion coordinate. The article specifies the conditions that ensure the minimum orbit determination errors for a single coordinate measured by a single observation point; and identifies an orbit radiocontrol strategy corresponding to these conditions. Positive research results are confirmed by the least number of iterations in solving a linear system.

**Keywords:** satellite, mission control, single-point ballistic technology, measuring point, orbit determination, orbit radiomonitring, orbit determination accuracy.

1.3. Обоснована оптимальная стратегия радиоконтроля орбиты одним пунктом наблюдения и на ее основе построена однопунктовая баллистическая технология определения орбит спутников по измерениям ограниченного числа (в пределе до одного) координат движения.

## Список литературы

1. Брандин В.Н. Основы экспериментальной космической баллистики [Текст] / В.Н. Брандин, А.А. Васильев, С.Т. Худяков; ред. Д.А. Погорелов – М.: Машиностроение, 1974. – 340 с.
2. Жданюк, Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений [Текст] / Борис Федорович Жданюк. – М.: Сов. радио, 1978. – 384 с.
3. Иванов, Н.М. Баллистика и навигация космических аппаратов [Текст] / Н.М. Иванов, А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лысенко. – М.: Машиностроение, 1986. – 296 с.
4. Форсайт Дж. Машинные методы математических вычислений [Текст] / Дж. Форсайт, М. Малкольм, К. Моулер; перев. с англ. – М.: Мир, 1980. – 280 с.
5. НИИР «Методика проведения исследований по оптимизации назначения сеансов радиоконтроля орбит КА» [Текст] / Шептун А.Д. и др. – Дн-ск : НПВЦ «Южн-тех-М», 1996. – 47 с.
6. НИИР «Однопунктовая баллистическая технология баллистико-навигационного обеспечения управления полетом КА «Січ-1» [Текст] / И.В. Маштак, А.Д. Шептун и др. – Дн-ск : ГП «КБ «Южное», 1996. – 77 с.
7. НИИР «Оптимизация планирования радиоконтроля орбиты КА «Січ-1» [Текст] / И.В. Маштак, А.Д. Шептун и др. – Дн-ск : ГП «КБ «Южное», 1996. – 92 с.
8. НИИР «Апостериорная оценка точности БНО полета КА «Січ-1» [Текст] / И.В. Маштак, А.Д. Шептун и др. – Дн-ск : ГП «КБ «Южное», 1998. – 174 с.

Поступила в редколлегию 11.11.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.С. Хорошилов, ГП «Конструкторское бюро «Южное», Днепропетровск.