УДК 004.942

Р.А. Миколайчук

Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського, Київ

СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФУНКЦІОНУВАННЯ СИСТЕМИ З ДИНАМІЧНОЮ СТРУКТУРОЮ

Визначено особливості статистичного моделювання функціонування систем з динамічною структурою. Проведено формалізацію етапів моделювання Розроблено статистичну модель взаємодії об'єктів впливу та системи з динамічною структурою.

Ключові слова: *складна технічна система, динамічна структура, параметри взаємодії, статистична модель.*

Вступ

Постановка проблеми. Побудова складних технічних систем в умовах невизначеності просторово-часового розподілу зовнішніх об'єктів, на які впливає система (об'єктів впливу), викликає необхідність створення систем з динамічною структурою [1, 2].

Процес взаємодії такого роду систем з об'єктами впливу носить стохастичний характер, у зв'язку з чим його натурне моделювання виглядає достатньо проблематичним.

Це призводить до виникнення потреби здійснення моделювання зазначеного процесу із використанням статистичних методів, зокрема статистичного моделювання [3].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В ході попередніх досліджень [4, 5] розроблена математична модель, що ґрунтується на використанні параметрів функціонального поля системи з динамічною структурою.

Це дозволяє моделювати процес взаємодії системи з об'єктами впливу за умови відомості параметрів їх просторово-часового розподілу та траєкторії руху із урахуванням особливостей вказаного роду систем.

Разом з тим стохастичний характер вказаних параметрів висуває необхідність визначення їх статистичних характеристик.

Описані в роботах [6, 7] підходи до проведення статистичного моделювання передбачають проведення серії обчислень, в ході яких поточні значення параметрів об'єктів впливу визначаються методом Монте-Карло.

Разом з тим, особливості систем з динамічною структурою потребують відповідного доопрацювання відомих моделей та алгоритмів.

Метою статті є розробка статистичної моделі функціонування складної технічної системи з динамічною структурою.

Виклад основного матеріалу

Статистична модель призначена для визначення параметрів взаємодії між системою з динамічною структурою та об'єктами впливу за рахунок проведення статистичних випробувань із використанням методу Монте-Карло.

Під параметрами взаємодії, в даному випадку розуміються такі статистичні показники як математичне очікування n та середньоквадратичне очікування σ кількості об'єктів впливу, щодо яких здійснено виконання системою своїх функцій.

В ході розробки моделі було враховано наступні обмеження та припущення:

– кількість елементів множини R об'єктів впливу їх тип та основні характерники є визначеними;

– рух об'єктів впливу у просторі функціонування системи описується рівняннями другого порядку із випадковими змінами напрямку та швидкості;

– структура системи α характеризується відповідними множинами елементів системи V, зв'язків між елементами D та функцій системи F;

– ймовірність встановлення зв'язку між елементами системи залежить тільки від наявності зазначених елементів та зовнішніх факторів;

– ймовірність виконання елементами системи своїх функцій в межах радіусу дії затухає за експоненціальним законом;

– працездатність елементів системи підпорядковується експоненціальному закону розподілу;

– простір функціонування системи подається у вигляді квадратної матриці M порядку k $\left(M = \|m_{i,j}\|_0^k\right)$;

– час функціонування системи $T = (0, \tau)$ поділяється на N рівновеликих періодів $\Delta t, (\tau = \Delta t \cdot N)$;

– процес взаємодії системи з об'єктами впливу є стохастичним;

– взаємодія елементів множин R та V полягає у настанні подій здійснення функцій системи під час перебування об'єктів впливу у просторі функціонування системи, при чому функції системи виконуються послідовно;

– ймовірність настання будь-якої з зазначених вище подій протягом інтервалу часу Δt залежить від поточного місця перебування $m_{i,j}$ об'єкту впливу $r \in R$ та швидкості його руху (відсутність післядії).

Вихідними даними для проведення статистичного моделювання є:

– просторово-часові характеристики ($k, T, N, \Delta t$);

– множина об'єктів впливу $R = \{r\}$ та параметри руху її елементів $\gamma(r)$ (тип розподілу елементів у просторі, напрям та інтервал початку руху, параметри рівнянь руху та межі випадкових відхилень, тощо);

– класи еквівалентності $h_l, l \in \overline{1,|R/H|}$ фактормножини R/H та відповідні коефіцієнти важливості K_H ;

– множина елементів системи $V = \{v\}$ та параметри взаємодії $\mu(v)$ (коефіцієнти живучості, доля елементів, що знаходяться в резерві, радіус дії, ймовірність виконання функцій, коефіцієнт затухання, тощо);

– класи еквівалентності $h_\eta, \eta \in \overline{1,|V/H|}$ фактор множини V/H ;

– множина послідовно виконуваних функцій системи $F = \{f\}$.

Визначення параметрів взаємодії системи з динамічною структурою з об'єктами впливу проводиться на основі методу накладання матриць подій, сутність якого полягає у паралельному створенні матриць подій знаходження елементів R (M_R) та виконання функцій F($M_F = \{M_f : f \in F\}$) у просторі функціонування системи відображеного до M, при чому елементи $m_{Ri,j}, m_{fi,j}$ можуть набувати значення «1», якщо подія відбулася, або «0» у протилежному випадку.

Конкретні значення зазначених елементів визначатимуться за допомогою генератора випадкових чисел $z, z \in [0,1]$, за правилом $m_{Xi,j} = 1 \Leftrightarrow z \le P(X)$, де $P(X)$ – ймовірність настання події X у точці простору $m_{i,j}$. Тоді кількість N_f випадків успішного виконання системою функції f визначатиметься за умовою:

$$N_f = \frac{1}{2} \cdot \sum \left(m_{Rf} \middle| m_{Rf} = 2 \right) \quad (1)$$

де m_{Rf} – елементи матриці $M_{Rf} = M_R + M_f$.

Застосування наведеного у виразі (1) підходу до визначення параметрів взаємодії дозволить, за умови достатньо великої кількості реалізацій процесу функціонування системи α у просторі M, отримувати статистичні оцінки значення необхідних параметрів взаємодії з допомогою відомих виразів [8]: $\tilde{n}_f = \frac{1}{N} \sum_T (N_f)_t$, $\tilde{\sigma}_f = \frac{1}{N-1} \sum_T \left((N_f)_t - \tilde{n}_f \right)^2$, де $\tilde{n}_f$, $\tilde{\sigma}_f$ – оцінки відповідно математичного очікування та середньоквадратичного відхилення виконання системою функції f .

Введемо оператор $\underset{h}{\rightarrow}$ – відображення множини (матриці) до матриці, рівновеликій M, де h – основа відображення. Позначимо через M_R^{xy}, M_V^{xy} матриці координат розташування елементів відповідних множин у просторі M, в кожному рядку яких знаходяться тип елемента та координати його розташування у матриці M. Тоді можливо записати $\left(t = \overline{0,N} \right)$:

$$\begin{aligned} (M_R)_t &= R \underset{\gamma,T}{\rightarrow} \left(M_R^{xy} \right)_t \underset{M}{\rightarrow} (M_R)_t ; \\ (M_F)_t &= V \underset{\mu,T}{\rightarrow} \left(M_V^{xy} \right)_t \underset{M,F}{\rightarrow} (M_F)_t . \end{aligned} \quad (2)$$

Таким чином, для знаходження параметрів взаємодії за виразом (1) необхідно визначити відображення, записані у виразі (2).

Відображення $R \underset{\gamma,T}{\rightarrow} \left(M_R^{xy} \right)_t$ отримується в результаті декартового добутку $R \times \gamma(r,z)_t$ – множини об'єктів впливу та законів руху її елементів, здійсненого за періодами T . В результаті виконання зазначеної операції отримується N матриць координат об'єктів впливу $\left(M_R^{xy} \right)_t$ в просторі функціонування системи M . У подальшому, шляхом виконання процедури $\left(m_{Ri,j} \right)_t = \begin{cases} 1 : (i,j) \in \left(M_R^{xy} \right)_t \\ 0 : (i,j) \notin \left(M_R^{xy} \right)_t \end{cases}$ отримуємо відображення $\left(M_R^{xy} \right)_t \underset{M}{\rightarrow} (M_R)_t$.

Аналогічним описаному вище чином отримуємо $V \underset{\mu,T}{\rightarrow} \left(M_V^{xy} \right)_t$, при чому координати розташування елементів системи визначаються виходячи з максимізації потенціалу функціонального поля системи.

Особливості відображення $\left(M_V^{xy} \right)_t \underset{M,F}{\rightarrow} (M_F)_t$ полягають у притаманності $v \in V$ радіусу дії, що призводить до необхідності визначення ймовірності настання події виконання функції не тільки в точці розташування елементу але й в її околицях із урахуванням зниження зазначеної ймовірності з віддаленням.

Тому для кожного класу h_η елементів системи створюється відповідна множина матриць впливу $M_{\eta F} = \{ M_{\eta f} : f \in F, \eta \in h_\eta \}$ за кожною з функцій системи (рис. 1).

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.704 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.716 & 0.76 & 0.778 & 0.76 & 0.716 & 0 \\ 0 & 0.76 & 0.825 & 0.86 & 0.825 & 0.76 & 0 \\ 0.704 & 0.778 & 0.86 & 0.95 & 0.86 & 0.778 & 0.704 \\ 0 & 0.76 & 0.825 & 0.86 & 0.825 & 0.76 & 0 \\ 0 & 0.716 & 0.76 & 0.778 & 0.76 & 0.716 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.704 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Рис. 1. Вигляд матриці впливу елемента системи на виконання системної функції

Надалі відбувається розміщення кожного елементу в просторі функціонування системи шляхом перетворення $\mathrm{M}_{\eta\mathrm{F}}$ в рівновелику M матрицю $\mathrm{M}_{\eta\mathrm{F}}(\mathrm{v})$ відповідно до координат розташування елементу v в M. Тоді, відповідно до умов функціонування системи можливо записати:

$$\left(\mathrm{M}'_{\mathrm{f}}\right)_{\mathrm{t}} = 1 - \prod_{\mathrm{v}}^{\otimes}\left[1 - \mathrm{M}_{\eta\mathrm{f}}(\mathrm{v})_{\mathrm{t}}\right], \mathrm{v} \in \mathrm{V}_{\mathrm{t}} \qquad (3)$$

де $\prod^{\otimes}$ – поелементний добуток матриць;

V_{t} – множина працездатних елементів структури на t -й період часу.

Визначення множини V_{t} на початок кожного періоду функціонування системи відбувається з урахуванням процесів виходу з ладу, відновлення та нарощування елементів системи відповідно до залежностей наведених у [4].

Слід зауважити, що в деяких випадках вираз (3) може видозмінюватись відповідно до особливостей функціонування системи.

Перетворення $\left(\mathrm{M}'_{\mathrm{f}}\right)_{\mathrm{t}} \to \left(\mathrm{M}_{\mathrm{f}}\right)_{\mathrm{t}}$ проводиться за умовою: $\left(\mathrm{m}_{\mathrm{f}\,\mathrm{i,j}}\right)_{\mathrm{t}} = \begin{cases} 1 : \left(\mathrm{m}'_{\mathrm{f,j}}\right)_{\mathrm{t}} \geq \mathrm{z} \\ 0 : \left(\mathrm{m}'_{\mathrm{f,j}}\right)_{\mathrm{t}} < \mathrm{z} \end{cases}$.

Таким чином, вищевикладене дає змогу обчислювати значення виразу (1) для кожної з реалізацій статистичного моделювання. Загальну схему проведення моделювання зображено на рис. 2.

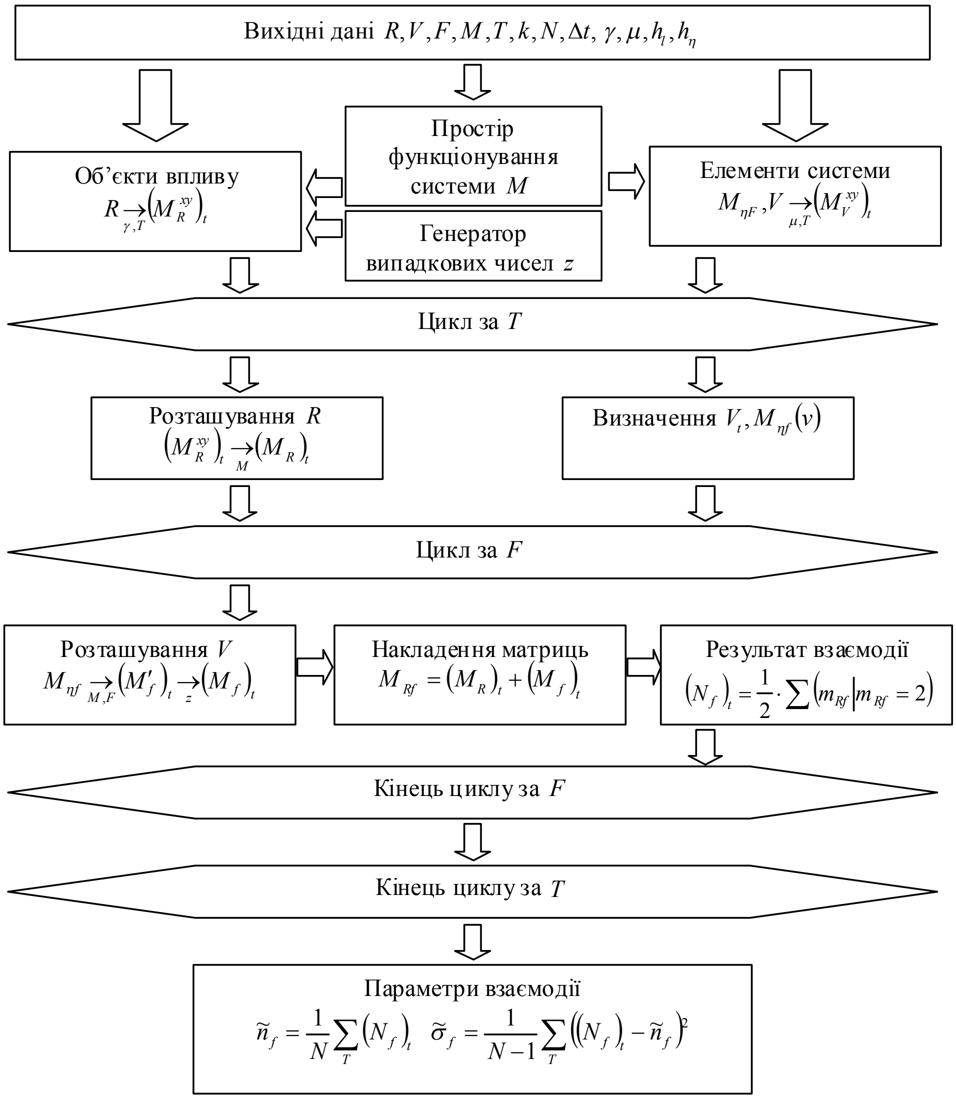

Рис. 2. Схема проведення статистичного моделювання

Відповідно до схеми, після визначення вихідних даних відбувається визначення матриць координат об’єктів впливу та елементів системи у просторі її функціонування. Подальше моделювання проводиться в рамках циклів за часом та функціями системи. При цьому, спочатку визначаються матриці подій знаходження об’єктів впливу в просторі функціонування та матриці впливу елементів системи, із урахуванням процесів виходу з ладу, відновлення та нарощування елементів структури системи.

Надалі, в межах циклу за функціями системи, визначаються матриці подій виконання функцій системи, проводиться накладання матриць подій $(M_R)_t, (M_f)_t$ та визначення результатів взаємодії для поточного періоду функціонування для кожної з функцій системи. По завершенні циклів моделювання визначаються його результати, а саме параметри взаємодії об’єктів впливу та системи з динамічною структурою.

Для практичної реалізації розробленої статистичної моделі створене відповідне програмне забезпечення у середовищі Matchcad. Порівняння результатів статистичного моделювання з результатами, отриманими за допомогою апробованих аналітичних методик дозволяє зробити висновок щодо їх достатньої достовірності.

Висновки

Таким чином, запропонована статистична модель дозволяє у сприйнятливий час визначати параметри взаємодії об’єктів впливу та системи з динамічною структурою. На відміну від існуючих дана модель дозволяє враховувати особливості побудови та функціонування складних технічних систем з динамічною структурою.

Статистична модель може бути використана для оцінки адекватності математичних моделей, методів та методик аналізу та синтезу систем з динамічною структурою.

Список літератури

1. Баранов Г.Л. Структурное моделирование сложных динамических систем / Г.Л. Баранов, А.В. Макаров. – К.: Наукова думка, 1986. – 272 с.

2. Михалевич В.С. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем / В.С. Михалевич, В.Л. Волкович. – М. : Наука, 1982. – 286 с.

3. Черніхівський Є.М. Математичне моделювання телекомунікаційних систем та мереж / Є.М. Черніхівський. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2011. – 272 с.

4. Кравченко Ю.В. Математичне моделювання складних технічних систем з динамічною структурою / Ю.В. Кравченко, Р.А. Миколайчук // Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони. – К., 2012. – № 3 (15). – С. 26-28.

5. Барабаш О.В. Побудова нечіткої бази знань системи управління складною організаційно-технічною системою / О.В. Барабаш, В.А. Савченко, А.С. Слюняєв // Авіаційно-космічна техніка і технологія: Науково-технічних журнал. – Х., 2010. – № 2(69). – С. 79-82.

6. Якимов А.И. Метод имитационного моделирования многоуровневых иерархических систем / А.И. Якимов // Электронное моделирование. – 2008. – Т. 30. – № 5. – С. 69-80.

7. Демідчик Ф.А. Визначення втрат диверсійно-розвідувальної групи на керованих ППМП під час нападу на важливі об’єкти на основі статистичного моделювання / Ф.А. Демідчик, Р.А. Миколайчук // Труди Академії. – К.: НАОУ, 2002. – № 40. – С. 106-113.

8. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Высш. шк., 2000. – 480 с.

Надійшла до редколегії 23.01.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.В. Кравченко, Державний університет телекомунікацій, Київ.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ С ДИНАМИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ

Р.А. Миколайчук

Определены особенности статистического моделирования функционирования систем с динамической структурой. Проведена формализация этапов моделирования. Разработана статистическая модель взаимодействия объектов воздействия и системы с динамической структурой.

Ключевые слова: *сложная техническая система, динамическая структура, параметры взаимодействия, статистическая модель.*

THE STATISTICAL MODELING OF THE SYSTEM WITH A DYNAMIC STRUCTURE FUNCTIONING

R.A. Mykolajchuk

Features of statistical modeling systems with dynamic structure were determined. The formalazing of modeling was proposed. The statistical model of the interaction between objects of impact and system with a dynamic structure was defined.

Keywords: *complex technical system, dynamic structure, the statistic model, parameters of the interaction, statistical model.*