УДК 681.3

С.В. Герасимов

Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків

АДАПТИВНИЙ МЕТОД СИНТЕЗУ ОПТИМАЛЬНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ

Запропоновано адаптивний метод синтезу системи управління, яка має оптимальну номенклатуру параметрів контролю, за рахунок чого своєчасно визначаються відмови, тобто підвищується коефіцієнт готовності. Розглянута задача оптимальної параметричної адаптації – визначення спроможності системи управління до перенастроювання залежно від зміни умов експлуатації. Для розв'язання поставленої задачі запропонований метод Лагранжа. Показаний взаємозв'язок між параметрами перенастроювання системи управління та ефективністю її експлуатації.

Ключові слова: *система управління, синтез, адаптація, перенастроювання.*

Вступ

Постановка проблеми. В практиці контролю та синтезу систем управління виникають задачі забезпечення максимальної ефективності їх використання при експлуатації за рахунок своєчасного виявлення відмов, що досягається вибором оптимальної номенклатури параметрів контролю [1]. Ці задачі в загальній постановці можуть бути описані наступним чином.

Заданий оператор $G(q)$, який залежить від вектора параметрів контролю системи управління $q = \{q_1, q_2, ..., q_n\}$, де n – кількість параметрів контролю. На допустимі значення параметрів накладаються обмеження у вигляді функцій

$$\varphi_i(q) = 0, \; i = \overline{1, m}, \tag{1}$$

де m – кількість обмежень.

Задана функція (або функціонал) цілі, яка залежить від оператора системи $G(q)$ і „вектора ситуації" ξ: $\Phi\{\xi, G(q)\}$.

Необхідно визначити вектор параметрів q, який задовольняє співвідношенням (1) і забезпечує екстремум (максимум або мінімум) функції Φ.

В деяких простих випадках оператор $G(q)$ може бути відомим в аналітичному вигляді, наприклад, може бути відома перехідна або передатна функція системи залежно від значення параметрів q_j, $j = \overline{1, n}$. В інших випадках структура оператора $G(q)$ може бути невідома в аналітичному вигляді, а відомості про систему управління отримують тільки за результатами вимірювань її вихідної реакції.

Результатами вимірювань доводиться користуватися й в тих випадках, коли аналітичний вигляд оператора системи управління може бути розрахований, але з причини значної складності системи та наявності суттєвої її нелінійності такий розрахунок є трудомістким.

Вектор ситуації ξ може мати як кінцеву, так і нескінченну кількість компонент. В останньому випадку його компонентами можуть бути, наприклад, значення функції від часу або частоти.

Функціонал цілі може бути або детермінованим і повністю відомим, або представляти математичне сподівання за допустимою множиною ситуацій. Таким чином, від номенклатури параметрів контролю системи управління залежить функціонал цілі (ефективність застосування за призначенням) залежно від умов експлуатації.

Аналіз літератури. В літературі з вибору номенклатури параметрів об'єкта контролю розглядаються деякі окремі узагальнені випадки [2 – 4].

1. Контроль параметрів системи управління. Вектором ситуацій в цьому випадку є або вихідний сигнал системи управління як об'єкта контролю (при часових методах), або амплітудна та фазочастотна характеристики (при частотних методах) [2]. Функція цілі залежно від метода обробки вихідного сигналу – або величина сигналу непогодження, або, при використанні Байєсовських критеріїв оцінки, середній ризик.

2. Задача ідентифікації. Можливі різні варіанти постановки задачі про ідентифікацію. Наприклад, при ідентифікації за вихідною реакцією функціоналом цілі є непогодження між вектором вихідної реакції системи управління та вихідними реакціями стандартних моделей. Ідентифікація зводиться при цьому до мінімізації функціоналу цілі за набором моделей.

3. Задача контролю з використанням моделі об'єкта, що контролюється, зводиться до вибору вектора параметрів моделі, які мінімізують функціонал цілі Φ, наприклад, величину непогодження між вихідним сигналом системи управління та її моделі.

4. Задача про оптимальну адаптацію системи управління при векторі обстановки ξ, що змінюється. Вектором обстановки в цьому випадку можуть бути ті або інші параметри перехідної, амплітудної або фазочастотної характеристики системи управління.

Наприклад, для автомата стабілізації це можуть бути запаси за амплітудою та фазою, коефіцієнти підсилення, частота зрізу тощо. Функціоналом цілі в даному випадку є оцінка якості адаптації, яка характеризує степінь близькості бажаних (необхідних) і фактичних параметрів системи управління.

Наведена задача в останній час є актуальною у зв'язку з необхідністю використовувати системи стабілізації незмінної структури для управління об'єктами, різними за своїми характеристиками [3]. При цьому необхідно при переході від однієї системи управління до іншої здійснювати мінімально необхідне перенастроювання (проводити мінімально необхідну зміну параметрів q_j) системи управління.

Метою даної статті є розробка адаптивного методу синтезу оптимальної системи управління за рахунок розв'язку задачі оптимальної параметричної адаптації.

Основна частина

При розв'язанні задачі перенастроювання системи управління виникає питання визначення її спроможності до адаптації.

Спроможність до адаптації системи управління буде тим вище, чим більше приріст функціонала цілі при заданій величині зміни параметрів системи. Спроможність системи до адаптації будемо називати лабільністю („рухомістю") (лабільність – функціональна рухомість. Лабільність характеризує час, протягом якого система (об'єкт) відновлює свої характеристики після перенастроювання складових елементів) [4].

Введемо кількісну оцінку L лабільності системи управління. Нехай параметри системи управління q_j мають допустимі відхилення приросту Δq_j, які задовольняють умовам зв'язку (1), тоді відповідний приріст функціонала цілі є:

$$\Delta\Phi = \Phi\left(q_1 + \Delta q_1,\ ...,\ q_j + \Delta q_j,\ ...,\ q_n + \Delta q_n\right) - \Phi\left(q_1,\ ...,\ q_j,\ ...,\ q_n\right).$$

Позначимо δq_j, $j = \overline{1,n}$, як відносний приріст параметрів (віднесений до номінальних значень): $\delta q_j = \Delta q_j / q_{\text{ном } j}$. Зафіксуємо „довжину" вектора $\|\delta q\| = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \delta q_j^{\ 2}}$. Для різних напрямків, тобто для різних співвідношень між компонентами δq_j, величина приросту $\Delta\Phi$ буде різною. Відношення $\delta\Phi / \|\delta q\|$, де $\delta\Phi = \Delta\Phi / \Phi_{\text{ном}}$, характеризує лабільність системи управління в даному напрямку, тобто при даному співвідношенні між величинами δq_j, $j = \overline{1,n}$. Для деякого напрямку величина $\delta\Phi$ (при фіксованій величині $\|\delta q\|$) буде максимальною. Тоді за оцінку лабільності системи використаємо величину

$$L = \lim_{\|\delta q\| \to 0} = \frac{\delta\Phi_{\max}}{\|\delta q\|}.$$

Величина L має наступний фізичний зміст.

Оскільки $\|\delta q\|$ є кількісною мірою "перестроювання" системи, то L є максимально можливим відносним приростом функціоналу цілі, яке приходиться на одиничне перестроювання системи управління.

Величина L дозволяє оцінити потенційну спроможність тієї чи іншої системи управління до адаптації, наприклад, з декількох систем вибрати ту, для якої потрібна степінь адаптації отримується шляхом мінімального перенастроювання; або забракувати ту систему, для якої адаптація досягається при дуже значному перенастроювані.

Помітимо, що оцінка L є корисною в альтернативній задачі адаптації, коли до системи пред'являються вимоги за точністю її вихідних характеристик. В цьому випадку перевагу необхідно віддати "жорстким" системам, тобто системам з малою лабільністю L.

Величина L може бути визначена через параметри системи управління. Так, розрахунок максимального значення величини $\delta\Phi$ при додаткових обмеженнях (1) і $\|\delta q\| = \text{const}$, може бути здійснено за допомогою метода Лагранжа [5]. Складемо функцію Лагранжа Ψ:

$$\Psi = \Phi - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \varphi_i - \frac{1}{2}\mu \sum_{j=1}^{n} \delta q_j^{\ 2}, \tag{2}$$

де μ – коефіцієнт узгодження.

Величину δq_j знайдемо з умов $\partial\Psi / \partial\delta q_j = 0$:

$$\delta q_j = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\delta q_j} - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{\partial\varphi_i}{\partial\delta q_j}\right).$$

Позначимо

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\delta q_j} = q_{\text{ном } j}\frac{\partial\Phi}{\partial q_j} = a_j;\ \frac{\partial\varphi_i}{\partial\delta q_j} = q_{\text{ном } j}\frac{\partial\varphi_i}{\partial q_j} = b_j^i.$$

Величини a_j і b_j^i є коефіцієнтами чутливості Φ і φ_i за параметрами системи управління.

Таким чином,

$$\delta q_j = \frac{1}{\mu}\left(a_j - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i b_j^i\right),\ j = \overline{1,n}. \tag{3}$$

Величини λ_i визначаються з додаткових умов (1). Для малих (незначних) приростів отримаємо:

$$\sum_{j=1}^{n} b_j^i \delta q_j = 0,\ i = \overline{1,m}. \tag{4}$$

Підставимо (3) в (4), отримаємо систему рівнянь для λ_i:

$$\sum_{k=1}^{m} \lambda_k \left(\sum_{j=1}^{n} b_j^i b_j^k\right) = \sum_{j=1}^{n} b_j^i a_j;\ i = \overline{1,m}. \tag{5}$$

При використанні скорочених векторних позначень запишемо:

$$\vec{a} = \left(a_1,\ a_2,\ ...,\ a_n\right);$$

$$\vec{b}^i = \left(b_1^i,\ b_2^i,\ ...,\ b_n^i\right).$$

Позначимо „скалярний добуток” векторів $\vec{x}$ і $\vec{y}$ через

$$\left(\vec{x}\cdot\vec{y}\right) = \sum_{j=1}^{n} x_j y_j ,$$

тоді система рівнянь (5) приймає вигляд:

$$\sum_{k=1}^{m}\lambda_k\left(\sum_{j=1}^{n}\vec{b}^i\vec{b}^k\right) = \left(\vec{a}\cdot\vec{b}^i\right);\ i = \overline{1,m}\,. \qquad (6)$$

Визначник отриманої системи рівнянь (6) $\Delta = \det\left\|\left(\vec{b}^i\vec{b}^k\right)\right\|,\ k,i = \overline{1,m}$, є визначником Грама. Його геометричний зміст – квадрат об’єму m-мірного паралелепіпеда, побудованого на векторах $\vec{b}^i$. Так як умови (1) необхідно вважати незалежними (інакше частину умов необхідно виключити), то вектор $\vec{b}^i$ – лінійно незалежний.

Для лінійно незалежних векторів визначник Грама позитивний, що виходить з його геометричного змісту. Тому система рівнянь (6) має одиничний розв’язок [5].

Запишемо (3) в векторних позначеннях:

$$\delta\vec{q} = \frac{1}{\mu}\left(\vec{a} - \sum_{i=1}^{m}\lambda_i\vec{b}^i\right) = \frac{1}{\mu}\left(\vec{a} - \vec{a}_s\right), \qquad (7)$$

де
$$\vec{a}_s = \sum_{i=1}^{m}\lambda_i\vec{b}^i . \qquad (8)$$

Як виходить з (8), вектор $\vec{a}_s$ знаходиться в „площині”, яка визначається векторами $\vec{b}^i$.

З іншого боку, згідно з (4) і (6), вектор $\delta\vec{q}$, отже, і $\vec{a} - \vec{a}_s \equiv \vec{a}_p$, ортогональний всім векторам $\vec{b}^i$: $\left(\vec{a}_p\vec{b}^i\right) = 0$. Таким чином, вектор $\vec{a}_p$ є ортогональною проекцією вектора $\vec{a}$ на нормаль до простору векторів $\vec{b}^i$.

Позначимо кут між вектором $\vec{a}$ і площиною, в який знаходяться вектора $\vec{b}^i$, через θ. Тоді величина вектора $\vec{a}_p$ буде дорівнювати:

$$\left\|\vec{a}_p\right\| = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}\vec{a}_{pj}^{\,2}} = a\sin\theta , \qquad (9)$$

де
$$a = \left\|\vec{a}\right\| = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}a_j^{\,2}} . \qquad (10)$$

Величина *a* згідно (10) є середньоквадратичним значенням чутливості системи управління:

$$a = \left[\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\delta q_j}\right)^2\right]^{1/2} .$$

Як виходить з (3) і (9) проекція вектора $\delta\vec{q}$ дорівнює

$$\delta q = \left\|\delta\vec{q}\right\| = \frac{1}{\mu}a\sin\theta .$$

Розрахуємо величину $\Delta\Phi$. Для малих (незначних) приростів

$$\Delta\Phi = \sum_{j=1}^{n}\delta q_j\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\delta q_j}\right) = \sum_{j=1}^{n}a_j\delta q_j \equiv \left(\vec{a}\cdot\delta\vec{q}\right).$$

Використання (7) дозволяє отримати

$$\Delta\Phi_{max}\,\frac{1}{\mu}\left(\vec{a}\cdot\vec{a}_p\right) = \frac{1}{\mu}a^2\sin^2\theta ,$$

де
$$\left(\vec{a}\cdot\vec{a}_p\right) = \left(\vec{a}_s + \vec{a}_p,\ \vec{a}_n\right) = \vec{a}_p^{\,2} + \left(\vec{a}_p\cdot\vec{a}_s\right);$$

$$\left(\vec{a}_p\cdot\vec{a}_s\right) = 0 .$$

Таким чином, для лабільності L остаточно запишемо:

$$L = \frac{\Delta\Phi_{max}}{\delta q} = a\ \sin\theta . \qquad (11)$$

Помітимо фізичний зміст доданків в (11). Величина *a* враховує чутливість системи при зміні її параметрів без врахування умов (1). Величина $\sin\theta$ враховує обмеження лабільності системи при врахуванні обмежень.

Величина L може бути визначена через компоненти векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}^i$. Дійсно, геометрично величина L є перпендикуляром з кінця вектора $\vec{a}$ на площину векторів $\vec{b}^i$. Тому, L є відношення об’ємів двох паралелепіпедів, один з яких побудований на векторах $\left(\vec{b}^1,\ \vec{b}^2,\ ...,\ \vec{b}^m,\ \vec{a}\right)$, а другий – на векторах $\left(\vec{b}^1,\ \vec{b}^2,\ ...,\ \vec{b}^m\right)$.

Якщо позначити визначник Грама першої системи векторів через $\Gamma\left(\vec{b}^1,\ \vec{b}^2,\ ...,\ \vec{b}^m,\ \vec{a}\right)$, а другий через $\Gamma\left(\vec{b}^1,\ \vec{b}^2,\ ...,\ \vec{b}^m\right)$, то отримаємо

$$L = \left[\frac{\Gamma\left(\vec{b}^1,\ \vec{b}^2,\ ...,\ \vec{b}^m,\ \vec{a}\right)}{\Gamma\left(\vec{b}^1,\ \vec{b}^2,\ ...,\ \vec{b}^m\right)}\right]^{1/2} ,$$

де
$$\Gamma\left(\vec{b}^1,\ ...,\vec{b}^m,\vec{a}\right) = \begin{vmatrix} \left(\vec{b}^1\vec{b}^1\right) & \left(\vec{b}^1\vec{b}^2\right) & ... & \left(\vec{b}^1\vec{b}^m\right) & \left(\vec{b}^1\vec{a}\right) \\ \left(\vec{b}^1\vec{b}^2\right) & \left(\vec{b}^2\vec{b}^2\right) & ... & \left(\vec{b}^2\vec{b}^m\right) & \left(\vec{b}^2\vec{a}\right) \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ \left(\vec{b}^1\vec{b}^m\right) & \left(\vec{b}^2\vec{b}^m\right) & ... & \left(\vec{b}^m\vec{b}^m\right) & \left(\vec{b}^m\vec{a}\right) \\ \left(\vec{a}\vec{b}^1\right) & \left(\vec{a}\vec{b}^2\right) & ... & \left(\vec{a}\vec{b}^m\right) & \left(\vec{a}\vec{a}\right) \end{vmatrix}.$$

$$\Gamma\left(\vec{b}^1, \vec{b}^2, ..., \vec{b}^m\right) = \begin{vmatrix} \left(\vec{b}^1\vec{b}^1\right) & \left(\vec{b}^1\vec{b}^2\right) & ... & \left(\vec{b}^1\vec{b}^m\right) \\ \left(\vec{b}^1\vec{b}^2\right) & \left(\vec{b}^2\vec{b}^2\right) & ... & \left(\vec{b}^2\vec{b}^m\right) \\ ... & ... & ... & ... \\ \left(\vec{b}^1\vec{b}^m\right) & \left(\vec{b}^2\vec{b}^m\right) & ... & \left(\vec{b}^m\vec{b}^m\right) \end{vmatrix}. \quad (12)$$

Наприклад, коли діє тільки одне обмеження, то

$$\Gamma\left(\vec{b}\vec{a}\right) = \begin{vmatrix} b^2 & \left(\vec{a}\vec{b}\right) \\ \left(\vec{a}\vec{b}\right) & a^2 \end{vmatrix} = a^2b^2 - \left(\vec{a}\vec{b}\right)^2; \quad \Gamma\left(\vec{b}\right) = b^2.$$

Тоді

$$L = \left[a^2 - \frac{\left(\vec{a}\vec{b}\right)^2}{b^2}\right]^{1/2} = a\left[1 - \frac{\left(\vec{a}\vec{b}\right)^2}{a^2b^2}\right]^{1/2}.$$

Покажемо, що введення нових обмежень може тільки зменшити величину L і розрахуємо програш в лабільності, який при цьому виникає.

Розглянемо величину

$$\vec{C}_m = \vec{a} - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \vec{b}^i .$$

Вектор $\vec{C}_m$ є похибкою апроксимації вектора $\vec{a}$ лінійної комбінації векторів $\vec{b}^i$. Визначимо величини λ_i, які забезпечують мінімум ${C_m}^2$. Розрахунок похідних дозволяє записати систему рівнянь для λ_i:

$$\sum_{k=1}^{m} \lambda_k \left(\vec{b}^i\vec{b}^k\right) = \left(\vec{a}\cdot\vec{b}^i\right), \ i = \overline{1,m}. \quad (13)$$

Отримана система рівнянь тотожно співпадає з системою (6). Після підстановки розв’язку системи (13) в (12), отримаємо вектор $\vec{a}_p = \vec{a} - \vec{a}_s$.

Таким чином, вектор $\vec{a}_p = \vec{a} - \vec{a}_s$ і рівну йому величину L запишемо так:

$$L = a_p = \min_{\{\lambda_i\}} \left| \vec{a} - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \vec{b}^i \right|.$$

Порівняємо тепер величини L_m і L_{m+1}

$$L_m^2 = \min_{\{\lambda_i\}} \left(\vec{a} - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \vec{b}^i \right)^2;$$

$$L_{m+1}^2 = \min_{\{\lambda_i\}} \left(\vec{a} - \sum_{i=1}^{m+1} \lambda_i \vec{b}^i \right)^2$$

і знайдемо різницю:

$$L_{m+1}^2 - L_m^2 = -\frac{\left(\vec{a}, \vec{b}_s^{m+1}\right)^2}{\left(\vec{b}_s^{m+1}\right)^2}. \quad (14)$$

Отримана формула показує, що $L_{m+1} < L_m$, та визначає різницю. Ця різниця може бути розрахована через вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

Для цього скористаємося формулою для ортогональної проекції вектора $\vec{b}^{m+1}$ на підпросторі векторів $\left\{\vec{b}^1, ..., \vec{b}^m\right\}$ і знайдемо $\left(\vec{a}, \vec{b}_s^{m+1}\right) \equiv \frac{\Delta}{\Gamma_m}$:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \left(\vec{b}^1\vec{b}^1\right) & \left(\vec{b}^1\vec{b}^2\right) & ... & \left(\vec{b}^1\vec{b}^m\right) & \left(\vec{b}^1\vec{a}\right) \\ \left(\vec{b}^1\vec{b}^2\right) & \left(\vec{b}^2\vec{b}^2\right) & ... & \left(\vec{b}^2\vec{b}^m\right) & \left(\vec{b}^2\vec{a}\right) \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ \left(\vec{b}^1\vec{b}^m\right) & \left(\vec{b}^2\vec{b}^m\right) & ... & \left(\vec{b}^m\vec{b}^m\right) & \left(\vec{b}^m\vec{a}\right) \\ \left(\vec{b}^1\vec{b}^{m+1}\right) & \left(\vec{b}^2\vec{b}^{m+1}\right) & ... & \left(\vec{b}^m\vec{b}^{m+1}\right) & \left(\vec{b}^{m+1}\vec{a}\right) \end{vmatrix}. \quad (15)$$

Величина $\left(\vec{b}_s^{m+1}\right)^2 = \left(\vec{b}_s^{m+1}\ \vec{b}^{m+1}\right)$ дорівнює:

$$\left(\vec{b}_s^{m+1}\right)^2 = \frac{\Gamma_{m+1}}{\Gamma_m},$$

де $\Gamma_{m+1} = \Gamma_{m+1}\left(\vec{b}^1, ..., \vec{b}^{m+1}\right)$ – визначник Грама системи векторів $\left\{\vec{b}^1, ..., \vec{b}^{m+1}\right\}$.

Таким чином отримаємо:

$$L_m^2 - L_{m+1}^2 = \frac{\Delta^2}{\Gamma_m \Gamma_{m+1}}. \quad (16)$$

Отримане співвідношення дозволяє розрахувати програш в лабільності, який виникає при додаванні нових обмежень, та провести попередній аналіз впливу того або іншого обмеження на лабільність системи управління, тобто визначити шляхи підвищення (зниження) лабільності. Відповідь на останнє питання є важливим при розробці (конструюванні) систем управління з високими вимогами до стабільності вихідних характеристик.

В той же час формула (16) дозволяє визначити програш в лабільності при умові, що деякі параметри системи управління жорстко фіксується, тобто оцінити вплив варіації кожного з параметрів на лабільність.

Дійсно, фіксація будь-якого параметру, наприклад, q_1, зводиться до додаткової умови: $\delta q_1 = 0$. Цю умову можна записати у вигляді умови зв’язку:

$$\left(\vec{b}^{m+1}\ \delta\vec{q}\right) = 0,$$

де $\vec{b}^{m+1} = (1, 0, 0, ..., 0)$.

Розглянемо як приклад випадок, коли є одне обмеження та розрахуємо програш при фіксації параметра q_1.

Величина Δ з (15) в цьому випадку дорівнює:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \vec{b}^2 & \left(\vec{a}\ \vec{b}\right) \\ b_1 & a_1 \end{vmatrix} = a_1\vec{b}^2 - b_1\left(\vec{a}\ \vec{b}\right);$$

тому $\Gamma_m = \vec{b}^2; \quad \Gamma_{m+1} = \begin{vmatrix} \vec{b}^2 & b_1 \\ b_1 & 1 \end{vmatrix} = \vec{b}^2 - b_1;$

$$L_m^2 - L_{m+1}^2 = \frac{\left[a_1\vec{b}^2 - b_1\left(\vec{a}\,\vec{b}\right)\right]^2}{\vec{b}^2\left(\vec{b}^2 - b_1^{\,2}\right)}.$$

Якщо позначити $\alpha = a_1/a$, $\beta = b_1/b$, $\cos\theta = \left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)/\left(a\cdot b\right)$, то для відносної величини втрат запишемо:

$$\frac{L_m^2 - L_{m+1}^2}{L_m^2} = \frac{\left(\alpha - \beta\cos\theta\right)^2}{\sin^2\theta\left(1-\beta^2\right)}.$$

Помітимо, що величину Δ можна розрахувати через вектор $\vec{a}_p$, а вектор $\vec{a}_p$ можна знайти аналогічно вектору $\vec{b}_s^{\,m+1}$.

Тоді величина Δ відповідно (15), при врахуванні того, що величина детермінанту змінюється при заміні строк стовпцями, дорівнює:

$$\Delta = \Gamma_m\left(\vec{a}_p\vec{b}^{m+1}\right).$$

Отриманий вираз є більш простим для розрахунків, ніж формула (15), так як при визначенні $\Delta\Phi_{max}$ необхідно визначати вектор $\vec{a}_p$, оскільки $\delta\vec{q} = \vec{a}_p/\mu$ згідно (7). Тоді величину втрат знайдемо як:

$$L_m^2 - L_{m+1}^2 = \frac{\left(\vec{a}_p\vec{b}^{m+1}\right)^2\Gamma_m}{\Gamma_{m+1}}. \qquad (17)$$

При $\left(\vec{a}_p\vec{b}^{m+1}\right) = \left(\vec{a}_p\vec{b}_s^{m+1}\right) = \left(\vec{a}\ \vec{b}_s^{m+1}\right)$, отримане співвідношення (17) з урахуванням (14) запишемо:

$$L_m^{\,2} - L_{m+1}^{\,2} = \frac{\left(\vec{a}_p\vec{b}^{m+1}\right)^2}{\left(\vec{b}_s^{\,m+1}\right)^2} = a_p^{\,2}\cos^2\psi,$$

де ψ – „кут” між векторами $\vec{a}_p$ і $\vec{b}_s^{\,m+1}$.

Фізичний зміст отриманого співвідношення полягає в тому, що програш є тим більший, чим ближче напрямок, який визначається вектором $\vec{b}_s^{\,m+1}$, до напрямку вектора $\vec{a}$ – напрямку градієнта функціоналу Ф. Відносний програш при цьому дорівнює:

$$\frac{L_m^{\,2} - L_{m+1}^{\,2}}{L_m^{\,2}} = \cos^2\psi. \qquad (18)$$

Висновки

Таким чином, отримані співвідношення (1) – (18) представляють собою адаптивний метод синтезу оптимальної системи управління та дозволяють отримати оптимальну номенклатуру параметрів контролю для визначення технічного стану системи при експлуатації. Співвідношення (18) показує програш в ефективності використання системи управління, що синтезується, залежно від зміни параметрів і умов експлуатації.

Список літератури

1. Чинков В.М. Дослідження та обґрунтування критеріїв оптимізації вимірювальних сигналів для контролю технічного стану систем автоматичного управління / В.М. Чинков, С.В. Герасимов // Український метрологічний журнал. – 2013. – № 4. – С. 43-47.

2. Дмитриев А.К. Основы теории построения и контроля сложных систем / А.К. Дмитриев, П.А. Мальцев. – Л.: Энергоатомиздат, 1988. – 192 с.

3. Техническая эксплуатация летательных аппаратов: Учеб. для ВУЗов / Н.Н. Смирнов, Н.И. Владимиров, Ж.С. Черненко и др.; под ред. Н.Н. Смирнова. – М.: Транспорт, 1990. – 423 с.

4. Бесекерський В.А. Теория систем автоматического регулирования / В.А. Бесекерський, Е.П. Попов. – М.: Наука, 1972. – 768 с.

5. Бронштейн И.Н. Справочник по математике / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука, 1986. – 544 с.

Надійшла до редколегії 15.05.2014

Рецензент: д-р техн. наук, доц. О.І. Тимочко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

АДАПТИВНЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

С.В. Герасимов

Предложен адаптивный метод синтеза системы управления, которая имеет оптимальную номенклатуру параметров контроля, за счет чего своевременно определяются отказы, то есть повышается коэффициент готовности. Рассмотрена задача оптимальной параметрической адаптации – определения возможности системы управления к перенастраиванию в зависимости от изменений условий эксплуатации. Для решения поставленной задачи предложен метод Лагранжа. Показана взаимосвязь между параметрами перенастройки системы управления и эффективностью ее эксплуатации.

Ключевые слова: *система управления, синтез, адаптация, перенастройка.*

ADAPTIVE METHOD OF SYNTHESIS OF OPTIMUM CONTROL THE SYSTEM

S.V. Gerasimov

The adaptive method of synthesis of control the system, which has an optimum nomenclature of control parameters, is offered, due to what refuses are determined in good time, that the coefficient of readiness rises. The task of optimum self-reactance adaptation is considered are determinations of possibility of control the system to retuning depending on the changes of external environments. For the decision of the put task the method of Lagrange is offered. Intercommunication is retuning between the parameters of retuning of control the system and efficiency of its exploitation.

Keywords: *control the system, synthesis, adaptation, retuning.*