

---

УДК 536.12:621.891

В.І. Грабчак, Ю.П. Сальник, П.І. Ванкевич, Є.Г. Іваник

*Академія Сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів*

## **ТЕХНІКО-МАТЕМАТИЧНЕ ОБГРУНТУВАННЯ ТЕПЛОВОГО РОЗРАХУНКУ ГАЛЬМІВНИХ СИСТЕМ ПЕРСПЕКТИВНИХ ЗРАЗКІВ ВІЙСЬКОВОЇ ТЕХНІКИ**

*Запропоновано модель розрахунку теплових режимів гальмівних систем, яка придатна для застосування стосовно рухомих засобів армійського озброєння: бронетанкових, ракетно-артилерійських та інших інженерних комплексів. Розглянуто конкретний приклад числового аналізу фрикційної температури в умовах екстремного гальмування, які характерні для основної групи автомобільної техніки армійських машин.*

**Ключові слова:** *діагностика, рухомий склад систем озброєння, фрикційні елементи гальм, теплові режими, максимальна контактна температура.*

### **Вступ**

**Постановка проблеми в загальному вигляді та аналіз літератури.** Інтенсифікація умов ведення сучасних бойових дій, які, в основному, відбуваються в екстремальних умовах, обумовлює необхідність постійного удосконалення систем і комплексів озброєння та військової техніки відповідно до потреб збройних сил.

Традиційні системні властивості військової техніки – вогнева могутність, захищеність та рухомість потребують розробки відповідних методологічних підходів. Діагностування рухомого складу

систем озброєння та його окремих складових спрямовано на вирішення комплексу завдань: визначення технічного стану, пошук і локалізація місця пошкодження чи несправності, прогнозування залишкового ресурсу безвідмовної роботи. Досвід використання автотранспортних засобів армійської техніки в умовах сучасного бойового зіткнення висуває ряд умов щодо підвищення тактико-технічних характеристик та експлуатаційних властивостей як системи озброєння в цілому, так і окремих його складових [1 – 3]. Згідно даних [1, 2] до 80% всіх відмов в роботі рухомих засобів відбувається через незначні зміни маси чи фізико-

механічних характеристик трибоелементів, обумовлених зношуванням чи спрацюванням, внаслідок чого броньована техніка напрацьовує лише дві, а парк автотранспортних засобів трохи більше однієї людино-години на одну людино-годину трудомісткості виконання технічного обслуговування та здійснення необхідного ремонту.

До найбільш поширених вузлів нестационарно-го тертя елементів техніки спеціального призначення відносяться гальма. Гальмівні фрикційні системи використовуються до гасіння кінетичної енергії обертового або поступального руху мас за допомогою сил тертя. Гальмо повинно забезпечувати: а) зупинку машини або вузла на заданому шляху чи його відрізу у всьому діапазоні експлуатаційних навантажень і швидкостей; б) необхідну довговічність роботи в межах не менше заданого ресурсу. Робочі характеристики гальм: величина і стабільність гальмівного моменту, зміна швидкості і температурного режиму, тощо, повинні відповідати вимогам, що випливають із умов експлуатації вузла тертя. При гальмуванні швидкість відносного ковзання може бути зведена до нуля (зупинка) або знижена до заданої величини (пригальмовування). Під час роботи гальмівних вузлів змінюються всі параметри процесу: швидкість, навантаження, температура, фізико-механічні і фрикційно-зношувальні властивості матеріалів пари, умови контактування. Інтенсивність цих процесів в значній мірі визначається температурою фрикційного контакту.

Фізико-механічний стан поверхонь фрикційних елементів під час гальмування визначається не лише контактною температурою, а й нестационарним температурним полем. Зокрема, важливе значення при визначенні ефективної глибини прогрівання (приповерхневого шару, де можливою є зміна механічних та фрикційно-зношувальних властивостей матеріалів) мають градієнти температур, що мають однозначні функціональні зв'язки з кінематичними і динамічними параметрами процесу гальмування, властивостями матеріалу, з режимами і способами охолодження та іншими характеристиками. Розрахунок робочих характеристик гальм (зміна моменту тертя, швидкості і тривалості гальмування та інших) в значній мірі зводиться до встановлення цих зв'язків і впливу через них на тепловий режим гальмування та фізико-механічні властивості матеріалів фрикційної пари [4 – 9].

Конструкційні заходи запобігання схоплюванню, заїданню і задиранню в тяжконавантажених вузлах тертя сучасних машин ефективні лише за достовірної оцінки температур, які розвиваються в області співдотику тіл, що труться. Існуючі експериментальні методи не дають змоги точно визначати температуру на ділянці контакту пар тертя при складних теплових режимах обробки. Тому, відомі в науковій літературі експериментальні дані [10 – 19] можна вважати за наближені і використовувати лише для попередніх оцінок. Розподіл температури в

зоні контакту для різноманітних фрикційних процесів (шліфування, загартовування, тертя при гальмуванні і т.п.) можна визначити розрахунковим шляхом на підставі тієї чи іншої математичної моделі.

**Мета статті.** Для проведення системного аналізу оцінювання технічного стану автотранспортних засобів військової техніки необхідно мати комплекс показників, що визначають експлуатаційні якості відповідальних вузлів трибоелементів, завдяки чому можна формувати відповідні рекомендації щодо впливу на процеси тертя та зношування. Виходячи з цього пропонується модель розрахунку теплових режимів гальмівних систем низки рухомих засобів озброєння: бронетанкових, ракетно-артилерійських та інших інженерних комплексів.

## Основна частина

Точні і наближені формули для розрахунку середньої температури тертя, яка виникає в накладках, диску (барабані) при гальмуванні, отримано в роботі [20 – 22]. Основні положення даної роботи такі: фрикційні елементи гальм пропонується розглядати як необмежену пластинку, поверхня тертя якої нагрівається тепловим потоком, а протилежна сторона – теплоізолювана. Тому виникає при цьому нестационарне температурне поле одномірне. Повний час гальмування  $t_s$  складається з часу включення  $t_1$  і часу спрацювання гальма  $t_2$ . В період включення гальма  $0 \leq t \leq t_1$  сила тертя  $F$  і швидкість  $V$  змінюються згідно законів

$$F(t) = F_0 t / t_1, \quad V(t) = V_0 [1 - b_0 (t / t_1)^2]; \quad (1)$$

$$b_0 = 1 - V_1 / V_0,$$

де  $V_1 = V(t_1) = V_0 - F_0 a^2 t_1 / (2J)$ .

В робочому інтервалі часу  $0 \leq t \leq t_s$ , в найзагальнішому випадку, маємо [22–28]

$$F(t) = F_0 [1 + B_1 t^* / t_2 + B_2 (t^* / t_2)^2]; \quad (2)$$

$$V(t) = V_1 \left[ 1 - B_0 t^* / t_2 - \frac{1}{2} B_0 B_1 (t^* / t_2)^2 - \frac{1}{3} B_0 B_2 (t^* / t_2)^3 \right], \quad (3)$$

де  $t^* = t - t_1$ ,  $t_2 = t_s - t_1$ ,  $B_0 = F_0 a^2 t_2 / (J V_1)$ .

Оскільки наприкінці гальмівного шляху  $V(t_s) = 0$ , то із співвідношення (3) при  $t = t_s$  випливає

$$B_0 = \left( 1 + \frac{1}{2} B_1 + \frac{1}{3} B_2 \right)^{-1} \quad (4)$$

або  $t_s = t_1 + J V_1 / (F_0 a^2)$ . (5)

Таким чином, при заданому законі зміни в часі сили тертя (2) ( $B_1, B_2$  – сталі) з співвідношення (5) знаходимо час гальмування  $t_s$ . Якщо ж задається час гальмування  $t_s$ , то співвідношення (4)

дає зв'язок між сталими  $B_1, B_2$ , тобто при заданні одного з цих коефіцієнтів інший визначається з рівняння (4).

При врахуванні співвідношень (1), (2) інтенсивність фрикційного тепловиділення  $q(t) = V(t)F(t)/A_a$  виражається формулою

$$q(t) = \begin{cases} q_0 q_0^*(t), & 0 \leq t \leq t_1, \\ q_1 q_1^*(t), & t_1 < t \leq t_s, \end{cases} \quad (6)$$

$$q_n = \frac{F_0 V_n}{A_a}, \quad (n = 0, 1), \quad q_0^*(t) = \frac{t}{t_1} - b_0 \left(\frac{t}{t_1}\right)^3; \quad (7)$$

де

$$q_1^*(t) = 1 - \sum_{j=1}^5 b_j \left(\frac{t}{t_1}\right)^j; \quad b_1 = B_0 - B_1; \\ b_2 = \frac{3}{2} B_0 B_1 - B_2; \quad b_3 = \frac{1}{2} B_0 B_1^2 + \frac{4}{3} B_0 B_2; \\ b_4 = \frac{5}{6} B_0 B_1 B_2; \quad b_5 = \frac{1}{3} B_0 B_1 B_2. \quad (8)$$

Точні розв'язки одномірного нестационарного рівняння теплопровідності отримано для випадків, коли теплові потоки на робочій поверхні пластини сталі або є кореневою чи лінійною функцією часу, тобто коли в співвідношеннях (7), (8) покласти  $b_0 = 0, b_2 = b_3 = b_4 = b_5 = 0$ .

В роботах [20 – 22, 30 – 33] для визначення максимальної температури номінальної поверхні тертя викладено підхід, який засновано на застосуванні розв'язку нестационарної осесиметричної задачі теплопровідності для півбезмежного тіла (півпростору), який нагрівається в круговій області граничної поверхні фрикційним джерелом тепла. Отримано вирази для температури в центрі ділянки контакту, обумовленою впливом теплового потоку, інтенсивність якого змінюється в часі по лінійному (рівносповільнене гальмування) [20] або експоненціальному [20 – 22] законам. Розглянемо методику визначення температурного розподілу та максимальної контактної температури, коли інтенсивність теплоутворення задається співвідношеннями вигляду (6) – (8).

Одна з математичних моделей розрахунку максимальної температури тертя при гальмуванні розвинута в роботах [33, 34]. При цьому фрикційні елементи гальм розглядалися як півбезмежні тіла, які нагріваються в області контакту тепловим потоком з інтенсивністю, що пропорційна питомій потужності сили тертя. Отримано аналітичні формули для розрахунку зміни в часі максимальної температури робочої поверхні накладки дискового гальма. Проведемо дослідження, які є безпосереднім продовженням початих в [34]. Для цього розглянемо процедуру побудови розв'язку відповідної нестационарної задачі теплопровідності, з допомогою якого можна знаходити розподіл температури вздовж осі в центрі зони тертя. Це дає можливість визначити одну з найважливіших характеристик

гальма – ефективну глибину прогрівання, тобто віддалі від робочої поверхні, на якій температура фрикційного елемента не перевищує 5% від максимальної поверхневої [24].

Методика розрахунку цієї величини полягає в наступному. В центрі круга нагріву радіуса  $a$  фіксуємо циліндричну систему координат  $r, z$  з віссю  $z$ , що направлена всередину півпростору. Інтенсивність фрикційного тепловиділення виражається формулою (6). При відомому розподілі інтенсивності теплового потоку (6), температуру на осі  $r = 0$  визначаємо за формулою [35, 36]:

$$T(z, t) = \frac{\lambda}{2K(\pi k)^{1/2}} \int_0^t \int_0^a \frac{e^{-\frac{s^2+z^2}{4k(t-\tau)}}}{(t-\tau)^{3/2}} q(\tau) s ds d\tau; \quad (9) \\ z \geq 0, \quad 0 \leq t \leq t_s.$$

Приймаючи до уваги вид функції  $q(t)$  (6), після інтегрування співвідношення (9) по  $s$ , знаходимо

$$T(z, t) = \begin{cases} T_0(z, t), & 0 \leq t \leq t_1, \\ T_0(z, t_1) + T_1(z, t^*), & t_1 \leq t \leq t_s, \end{cases} \quad (10)$$

$$T_n(z, t) = \frac{\lambda q_n}{K} \left(\frac{k}{\pi}\right)^{1/2} \int_0^t \frac{C(z, \tau)}{\tau^{1/2}} q_n^*(t-\tau) d\tau; \quad (11) \\ \text{де } (n = 0, 1);$$

$$C(z, t) = D\left(\sqrt{a^2 + z^2}, t\right) - D(z, t); \quad (12) \\ D(z, t) = 1 - e^{-z^2/(4kt)}.$$

В співвідношеннях (10) – (13) перейдемо до безрозмірних величин і незалежних параметрів, які даються залежностями

$$Fo = kt/a^2; \quad Fo_s = kt_s/a^2; \quad Fo^* = Fo - Fo_s; \\ Fo_n = kt_n/a^2; \quad T_n^* = T_n/\Lambda_n; \quad (13) \\ \Lambda_n = \gamma q_n a / K \quad (n = 0, 1),$$

причому  $\gamma$  – коефіцієнт розподілу теплових потоків, який визначається теплофізичними параметрами контактуючих тіл і отримується прирівнюванням середніх значень температур на поверхні контакту [5].

Після підстановки під знак інтеграла в співвідношення (11) виразу для функції  $q_n^*(t)$  (7) отримуємо

$$T_0^*(Z, Fo) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[ \frac{M_1(Z, Fo)}{Fo_1} - b_0 \frac{M_3(Z, Fo)}{Fo_1^3} \right]; \\ 0 \leq Fo \leq Fo_1; \\ T_1^*(Z, Fo) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[ M_0(Z, Fo^*) - \sum_{i=1}^5 b_i \frac{M_i(Z, Fo^*)}{Fo_1^i} \right]; \quad (14) \\ Fo_1 < Fo \leq Fo_s, \\ M_i(Z, Fo) = L_i\left(\sqrt{1+Z^2}, Fo\right) - L_i(Z, Fo);$$

де 
$$L_i(Z, Fo) = \int_0^{Fo} \frac{D(Z, \xi)}{\sqrt{\xi}} (Fo - \xi)^i d\xi; \quad (16)$$

$$(i = 0, 1, 2, 3, 4, 5).$$

Обчислюючи інтеграли (16) з використанням довідкових даних [37 – 40], дістаємо

$$L_0(Z, t) = 2\sqrt{t} \left( 1 - e^{-\frac{Z^2}{4t}} \right) + Z\sqrt{\pi} \operatorname{erfc} \left( \frac{Z}{2\sqrt{t}} \right);$$

$$L_1(Z, t) = \frac{4}{3} t\sqrt{t} - \left( \frac{4}{3} t + \frac{Z^2}{3} \right) \sqrt{t} e^{-\frac{Z^2}{4t}} + Z\sqrt{\pi} \left( t + \frac{Z^2}{6} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{Z}{2\sqrt{t}} \right);$$

$$L_2(Z, t) = \frac{16}{15} t^2 \sqrt{t} - \left( \frac{16}{15} t^2 + \frac{3}{5} Z^2 t + \frac{Z^4}{30} \right) \sqrt{t} e^{-\frac{Z^2}{4t}} + Z\sqrt{\pi} \left( t^2 + \frac{1}{3} Z^2 t + \frac{Z^4}{60} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{Z}{2\sqrt{t}} \right);$$

$$L_3(Z, t) = \frac{32}{35} t^3 \sqrt{t} - \left( \frac{32}{35} t^3 + \frac{29}{35} Z^2 t^2 + \frac{2}{21} Z^4 t + \frac{Z^6}{420} \right) \sqrt{t} e^{-\frac{Z^2}{4t}} + Z\sqrt{\pi} \left( t^3 + \frac{1}{2} Z^2 t^2 + \frac{1}{20} Z^4 t + \frac{Z^6}{840} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{Z}{2\sqrt{t}} \right);$$

$$L_4(Z, t) = \frac{256}{315} t^4 \sqrt{t} - \left( \frac{256}{315} t^4 + \frac{65}{63} Z^2 t^3 + \frac{23}{126} Z^4 t^2 + \frac{Z^6 t}{108} + \frac{Z^8}{7560} \right) \sqrt{t} e^{-\frac{Z^2}{4t}} + Z\sqrt{\pi} \left( t^4 + \frac{2}{3} Z^2 t^3 + \frac{Z^4 t^2}{10} + \frac{Z^6 t}{210} + \frac{Z^8}{15120} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{Z}{2\sqrt{t}} \right);$$

$$L_5(Z, t) = \frac{512}{693} t^5 \sqrt{t} - \left( \frac{512}{693} t^5 + \frac{281}{231} Z^2 t^4 + \frac{29}{99} Z^4 t^3 + \frac{67}{2970} Z^6 t^2 + \right. \quad (17)$$

$$\left. + \frac{Z^8 t}{1540} + \frac{Z^{10}}{166320} \right) \sqrt{t} e^{-\frac{Z^2}{4t}} + Z\sqrt{\pi} \left( t^5 + \frac{5}{6} Z^2 t^4 + \frac{Z^4 t^3}{6} + \frac{Z^6 t^2}{84} + \frac{Z^8 t}{3024} + \frac{Z^{10}}{332640} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{Z}{2\sqrt{t}} \right),$$

де  $\operatorname{erfc} \xi = 1 - \operatorname{erf} \xi$  – додатковий інтеграл ймовірностей [37].

Розглянемо конкретний приклад розрахунку. Як вихідні дані для проведення числового аналізу використаємо комплекс параметрів, які відповідають режиму роботи в умовах екстремного гальмування, які характерні для основної групи автомобільної техніки армійських машин, зокрема, транспортер-тягач багатопільового призначення типу МТ-Л, зі швидкістю 38 км/г; відповідні параметри роботи безасбестової фрикційної накладки дискового гальма подано в працях [1, 22], які приймаються при визначенні максимальної контактної температури. Накладка товщиною 4 мм з номінальною площею контакту  $A_a = 0,019 \text{ м}^2$  і середнім радіусом поверхні тертя  $a = 0,085 \text{ м}$ . Розглянемо два варіанта зміни сили тертя  $F(t)$  в робочому інтервалі часу  $t_1 \leq t \leq t_s$ :

1.  $B_1 = B_2 = 0$  і, отже  $F(t) = F_1 = F_{cp}$  (гальмування з сталим сповільненням);

2.  $B_1 = (F_s - F_1) / F_1$ ,  $B_2 = 0$ , де  $F_s = 1,08 F_{cp} = 10,8 \text{ кН}$ ,  $F_1 = 0,92 F_{cp} = 9,2 \text{ кН}$  (гальмування із швидкістю, яка спадає в часі по параболічному закону).

Результати розрахунку фрикційної температури накладки для вказаних двох видів гальмування, проведених при різних значеннях віддалі від робочої поверхні з використанням обчислювальних пакетів та довідкових даних, викладених в працях [41, 42], показано на рис. 1 і 2 відповідно.

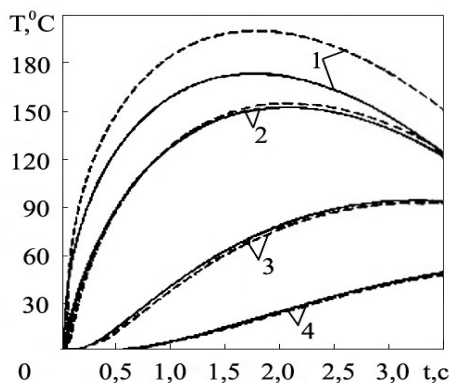


Рис. 1. Зміна фрикційної температури накладки в часі у випадку гальмування з сталим сповільненням

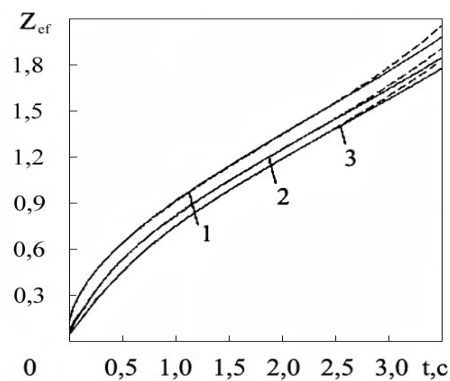


Рис. 2. Зміна фрикційної температури накладки в часі у випадку гальмування зі змінною швидкістю

Криві на цих графіках відповідають таким значенням координати  $z$ : крива 1 –  $z = 0$  мм; 2 –  $z = 0,1$  мм; 3 –  $z = 0,5$  мм; 4 –  $z = 1,0$  мм. Суцільні криві відповідають значенню  $t_1 = 0$  с, а штрихові –  $t_1 = 0,05$  с. Цікавим є той факт, що величина часу спрацювання гальма  $t_1$  виявляє суттєвий вплив на температуру лише робочої поверхні накладки ( $z = 0$ ).

Температура швидко спадає по глибині накладки. На рис. 3 показано зміну за час гальмування ефективної глибини прогрівання  $z_{ef}$  для різних значень часу включення гальма  $t_1$ : крива 1 –  $t_1 = 0$  с; 2 –  $t_1 = 0,1$  с; 3 –  $t_1 = 0,2$  с. Суцільні криві на цьому рисунку відповідають рівносповільненому гальмуванню, а штрихові – гальмуванню з спадаючою в часі по параболічному закону швидкості. Найбільший прогрів спостерігаємо в кінці гальмівного шляху при  $t = t_s$ . Також тут можна помітити прояв впливу на ефективну глибину прогрівання закону зміни швидкості гальмування.

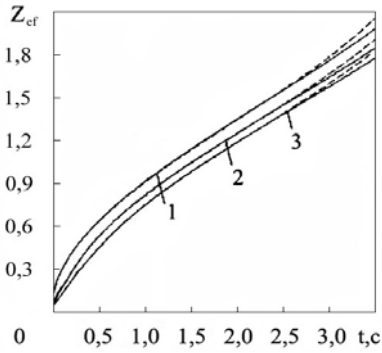


Рис. 3. Зміна ефективної глибини прогрівання за час гальмування

Нехай поверхня півпростору нагрівається в крузі радіуса  $a$  рівномірно розподіленим тепловим потоком, а поза цим кругом – теплоізована. Віднесемо розглядуване тіло до циліндричної системи координат  $r, z$  з початком в центрі круга нагріву і віссю  $z$ , направленою всередину півпростору. Тоді для інтенсивності фрикційного теплового потоку маємо

$$Q(r, t) = \gamma q(t)H(a - r), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad r \geq 0, \quad (18)$$

де функція  $q$ , яка визначає зміну теплового потоку в часі, задається виразами (6)–(8).

При заданому розподілі (9) інтенсивності теплового потоку, температуру на осі  $r = 0$ , тобто в центрі круга  $0 \leq r \leq a$  на поверхні  $z = 0$  (максимальна контактна температура) визначаємо за формулою (9), після інтегрування якої по  $s$  та врахуванні залежностей (6) отримуємо

$$T(t) = \begin{cases} T_0(t), & 0 \leq t \leq t_1, \\ T_0(t_1) + T_1(t^*), & t_1 \leq t \leq t_s, \end{cases} \quad (19)$$

де

$$T_n(x) = \frac{q_n}{K} \left( \frac{k}{\pi} \right)^{1/2} \int_0^x \frac{D(\xi)}{\sqrt{\xi}} q_n^*(x - \xi) d\xi, \quad (n = 0, 1). \quad (20)$$

В (20) позначено:  $D(\xi) = 1 - e^{-a^2/(4k\xi)}$ . Введемо в розгляд безрозмірні величини (14). Приймаючи до уваги вид функцій  $q_0^*(t)$  (7) і  $q_1^*(t)$  (8) із співвідношень (19), (20) знаходимо

$$T_0^*(Fo) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[ \frac{M_1(Fo)}{Fo_1} - b_0 \frac{M_3(Z, Fo)}{Fo_1^3} \right]; \quad (21)$$

$$0 \leq Fo \leq Fo_1;$$

$$T_1^*(Fo) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[ M_0(Fo^*) - \sum_{j=1}^5 b_j \frac{M_j(Fo^*)}{Fo_2^j} \right]; \quad (22)$$

$$Fo_1 < Fo \leq Fo_s,$$

де  $M_j(x) = \int_0^x \frac{D(\xi)}{\sqrt{\xi}} (x - \xi)^j d\xi, \quad (j = 0, 1, 2, 3, 4, 5). \quad (23)$

Інтеграли (23) обчислюємо аналітично шляхом інтегрування за частинами та використання довідкових даних [39 – 41]. В результаті отримуємо:

$$M_0(x) = 2\sqrt{x} \left( 1 - e^{-1/(4x)} \right) + \sqrt{\pi} \operatorname{erfc} \left( 1/(2\sqrt{x}) \right);$$

$$M_1(x) = \frac{4}{3} x \sqrt{x} - \left( \frac{4}{3} x + \frac{1}{3} \right) \sqrt{x} e^{-1/(4x)} + \sqrt{\pi} \left( x + \frac{1}{6} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} \right);$$

$$M_2(x) = \frac{16}{15} x^2 \sqrt{x} - \left( \frac{16}{15} x^2 + \frac{3}{5} x + \frac{1}{30} \right) \sqrt{x} e^{-1/(4x)} + \sqrt{\pi} \left( x^2 + \frac{1}{3} x + \frac{1}{60} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} \right);$$

$$M_3(x) = \frac{32}{35} x^3 \sqrt{x} - \left( \frac{32}{35} x^3 + \frac{29}{35} x^2 + \frac{2}{21} x + \frac{1}{420} \right) \times \sqrt{x} e^{-1/(4x)} + \sqrt{\pi} \left( x^3 + \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{20} x + \frac{1}{840} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} \right);$$

$$M_4(x) = \frac{256}{315} x^4 \sqrt{x} -$$

$$- \left( \frac{256}{315} x^4 + \frac{65}{63} x^3 + \frac{23}{126} x^2 + \frac{1}{108} x + \frac{1}{7560} \right) \sqrt{x} e^{-1/(4x)} + \sqrt{\pi} \left( x^4 + \frac{2}{3} x^3 + \frac{x^2}{10} + \frac{x}{210} + \frac{1}{15120} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} \right);$$

$$M_5(x) = \frac{512}{693} x^5 \sqrt{x} - \left( \frac{512}{693} x^5 + \frac{281}{231} x^4 + \frac{29}{99} x^3 + \frac{67}{2970} x^2 + \frac{x}{1540} + \frac{1}{166320} \right) \sqrt{x} e^{-1/(4x)} + \sqrt{\pi} \times$$

$$\times \left( x^5 + \frac{5}{6} x^4 + \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{84} + \frac{x}{3024} + \frac{x}{332640} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} \right).$$

В роботах [20, 21] наведено два приклади розрахунку теплового режиму роботи безасбестової фрикційної накладки дискового гальма.

Вихідні дані на основі довідкових значень теплофізичних характеристик [16, 41] при цьому будуть такими:  $K=0,42 \text{ Вт/(м·К)}$ ;  $k=1,37 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ ;  $\gamma=0,62$ ;  $A_a=0,019 \text{ м}^2$ ;  $a=0,085 \text{ м}$ ;  $t_s=3,5 \text{ с}$ ;  $t_1=0$ ;  $J=42 \text{ кг·м}^2$ ;  $V_0=6,03 \text{ м/с}$ ; коефіцієнт розділення теплових потоків тепла складає  $\gamma=0,37$ . В першому прикладі  $F_0=104 \text{ Н}$ , тоді інтенсивність тепловиділення описується рівняннями (6)–(8) при  $b_0=1$ ,  $b_2=b_3=b_4=b_5=0$ ;  $q_0=q_1=3,17 \text{ МВт/м}^2$ , а для другого прийнято  $F_0=9200 \text{ Н}$ ;  $F_s=10800 \text{ Н}$ ;  $V_1=(F_s-F_1)/F_0=0,174$ ;  $V_2=0$ . Тоді у відповідності з залежностями (1), (2) буде  $b_0=0,746$ ,  $b_2=0,40$ ,  $b_3=0,014$ ,  $b_4=b_5=0$ ;  $q_0=q_1=2,93 \text{ МВт/м}^2$ .

В першому випадку температура на поверхні тертя описується залежністю

$$T(t)=1876\theta_1^{\prime}-62509\theta_1^{\prime\prime}, \quad (24)$$

а в другому

$$T(t)=1880\theta_1^{\prime}-74700\theta_1^{\prime\prime}+2930\theta_1^{\prime\prime\prime}. \quad (25)$$

Вид функцій  $\theta_1^{\prime}$ ,  $\theta_1^{\prime\prime}$ ,  $\theta_1^{\prime\prime\prime}$  в залежностях (24), (25) наводиться в роботах [20–22].

Порівняння результатів обчислень при  $t_1=0$  показало майже повне їх співпадіння (величина відносної похибки не перевищує 0,5 %). В той же час аналогічне порівняння даних, отриманих за формулами (24) і (25), показує суттєве їх розходження (максимальна різниця температур при цьому складає більше за  $29^{\circ}\text{C}$ ).

Пояснення цьому факту слід, на наш погляд, вбачати в тому, що точного розв'язку одномірного нестационарного рівняння теплопровідності з граничними умовами 2-го роду

$$q_1^*(t)=1-b_1(t^*/t_2)-b_2(t^*/t_2)^2-b_3(t^*/t_2)^3, \quad (26)$$

в роботі [20] не було дано, а використовувалась апроксимація функції (26) у вигляді

$$q_1^*(t)=1+c_1(t^*/t_2)^{1/2}-c_2(t^*/t_2) \quad (27)$$

де  $c_1, c_2$  – відповідні сталі.

Хоча в працях [20–22] відзначалось, що апроксимація (27) досить точна, однак розходження в значеннях температури, знайденої при тепловому потоці згідно залежностей (26) і (27), на основі формул (21), (22), досить значна.

## Висновки

Отже, отримано аналітичні вирази для максимальної контактної температури області тертя безастестової накладки для двох випадків зміни в часі сили тертя: а) стала сила тертя (гальмування з сталим сповільненням); б) сила тертя лінійно залежить від часу (гальмування відбувається із швидкістю, яка спадає з часом по параболічному закону). Для першого випадку показано добре співпадіння отри-

маних в статті результатів з відповідними даними роботи [20]. Розроблена методика дозволяє сформулювати оптимальний склад параметрів, що визначають технічний стан елементів трибоспрямих гальмівних систем зразків військової техніки, з метою контролю та діагностування і дають змогу підвищити ефективність експлуатації озброєння.

## Список літератури

1. Беляев Ю.К. Надежность технических систем. Справочник / Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Бокотин; под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 606 с.
2. Харазов А.М. Диагностическое обеспечение технического обслуживания и ремонта автомобилей / А.М. Харазов. – М.: Высш. школа, 1990. – 208 с.
3. Чуев Ю.В. Технические задачи исследования операций / Ю.В. Чуев, Г.П. Спехова. – М.: Сов. радио, 1971. – 344 с.
4. Александров М.П. Тормозные устройства в машиностроении / М.П. Александров. – М.: Машиностроение, 1965. – 676 с.
5. Александров М.П. Расчет нагрева тормозных устройств с малым коэффициентом взаимного перекрытия (на примере дисково-колодочных тормозов подъемно-транспортных машин) / М.П. Александров, А.Л. Носко // Трение и износ. – 1993. – Т. 14, № 5. – С. 895-901.
6. Гинзбург А.Г. Теоретические и экспериментальные основы расчета однократного процесса торможения с помощью системы уравнений тепловой динамики трения / А.Г. Гинзбург // В сб.: Оптимальное использование фрикционных материалов в узлах трения машин. – М.: Наука. – 1973. – С. 93-105.
7. Гинзбург А.Г. Расчет температурного режима дискового железнодорожного тормоза / А.Г. Гинзбург, А.М. Ромашко, В.Ф. Титаренко // Расчет и моделирование режима работы тормозных и фрикционных устройств. – М.: Наука. – 1978. – С. 21-25.
8. Гинзбург А.Г. Применение уравнений тепловой динамики трения для расчета рабочих характеристик тормозов / А.Г. Гинзбург, А.В. Чичинадзе // Тепловая динамика трения. – М.: Наука. – 1970. – С. 7-17.
9. Гинзбург А.Г. К расчету износа при торможении с применением системы уравнений тепловой динамики трения / А.Г. Гинзбург, А.В. Чичинадзе // Трение и износ фрикционных материалов. – М.: Наука. – 1977. – С. 26-30.
10. Андрейкив А.Е. Оценка контактного взаимодействия трущихся деталей машин / А.Е. Андрейкив, М.В. Чернец. АН УССР. Физ.-мех. ин-т им. Г.В.Карпенко. – К.: Наук. думка, 1991. – 154 с.
11. Бухарин Н.А. Автомобили / Н.А. Бухарин, В.С. Прозоров, М.М. Щукин. – М.: Машиностроение, 1965. – 484 с.
12. Дроздов Ю.Н. Противозадирная стойкость трущихся тел / Ю.Н. Дроздов. – М.: Наука, 1981. – 140 с.
13. Евтушенко А.А. Термомеханические процессы при фрикционном разогреве дисковых тормозов / А.А. Евтушенко, Н.В. Горбачева, Е.Г. Иваник // Инж.-физ. журн. – 1997. – Т. 70, №1. – С. 111-116.
14. Пыжевич Л.М. Результаты испытаний неметаллических и комбинированных тормозных колодок / Л.М. Пыжевич // Техника железных дорог. – 1953. – № 3. – С. 23-24.
15. Пыжевич Л.М. Расчет фрикционных тормозов / Л.М. Пыжевич. – М.: Машиностроение, 1964. – 228 с.
16. Тормозные устройства: Справочник /

М.П. Александров, А.Г. Лысяков, В.Н. Федосеев и др.; под общ. ред. М.П. Александрова. – М.: Машиностроение, 1985. – 312 с.

17. Тормозостроение за рубежом (Сб. переводов и рефератов) / под ред. Г.М. Боровского. – М.: Госинти, 1959. – 222 с.

18. Чичинадзе А.В. Расчёт и исследования внешне-го трения при торможении / А.В. Чичинадзе. – М.: Наука, 1967. – 231 с.

19. Newcomb T.P. Transient temperatures in brake drums and linings / T.P. Newcomb // Proc. Automob. Inst. Mech. Eng. (London). – 1958-59. – V. 7. – P. 227-235.

20. Балакин В.А. Испытания материалов на фрикционную теплоустойчивость / В.А. Балакин, В.П. Сергиенко // Трение и износ. – 1996. – Т. 17, №2. – С. 194-201.

21. Балакин В.А. Тепловые процессы, возникающие при включении фрикционных муфт и тормозов / В.А. Балакин, В.П. Сергиенко, О.Ю. Комков // Трение и износ. – 1996. – Т. 17, № 5. – С. 589-597.

22. Балакин В.А. Теплоперенос в зоне фрикционного контакта при включении дисковых муфт сцепления и тормозов / В.А. Балакин, В.П. Сергиенко, О.Ю. Комков // Трение и износ. – 1997. – Т. 18, № 4. – С. 450-455.

23. Евтушенко А.А. Влияние износа на температуру трущейся поверхности накладки дискового тормоза / А.А. Евтушенко, Е.Г. Иваник // Трение и износ. – 1995. – Т. 16, № 4. – С. 653-666.

24. Евтушенко А.А. К определению максимальной контактной температуры фрикционных муфт и тормозов / А.А. Евтушенко, Е.Г. Иваник // Трение и износ. – 1997. – Т. 18, № 6. – С. 766-771.

25. Игнатова З.В. Определение температуры поверхности трения тормозов при различной эффективной глубине проникновения тепла / З.В. Игнатова, А.В. Чичинадзе // В сб. Тепловая динамика трения. – М., 1970. – С. 17-20.

26. Крагельский И.В. Основы расчетов на трение и износ / И.В. Крагельский, М.Н. Добычин, В.С. Комбалов. – М.: Машиностроение, 1977. – 525 с.

27. Кулиев В.А. Расчет теплового режима работы ленточного тормоза / В.А. Кулиев, А.П. Бегидмонова, А.В. Чичинадзе // Расчет и моделирование режима работы тормозных и фрикционных устройств. – М.: Наука. – 1974. – С. 15-20.

28. Парфенов В.Н. Температурное поле во фрикционных парах при кратковременном торможении / В.Н. Парфенов, С.С. Коконин // Оптимальное использова-

ние фрикционных материалов в узлах трения машин. – М.: Наука. – 1973. – С. 124-129.

29. Чичинадзе А.В. Расчет, испытание и подбор фрикционных пар / А.В. Чичинадзе, Э.Д. Браун, А.Г. Гинзбург, З.В. Игнатова. – М.: Наука, 1979. – 267 с.

30. Bowden F.P. The surface temperature of sliding metals / F.P. Bowden, K.E.W. Ridler // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. – 1936. – V. 154, N 883. – P. 640.

31. Cameron A. Contact temperatures frictional heating / A. Cameron, A.N. Gordon, G.T. Symm // Quart. J. Mech. and Appl. Math. – 1976. – V. 29, N 1. – P. 1-13.

32. Ho T.-L. Effect of frictional heating on braking materials / T.-L. Ho, M.B. Peterson, F.F. Ling // Wear. – 1974. – V. 26. – P. 73.

33. Matysiak S.J. Contact temperature and wear of composite friction elements during braking / S.J. Matysiak, A.A. Yevtushenko, E.G. Ivanyk // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2002. – V. 45, N 9. – P. 193-199.

34. Yevtushenko A. Determination of heat and thermal distortion in braking systems / A. Yevtushenko, E. Ivanyk // Wear. – 1995. – V. 185, N 1-2. – P. 159-165.

35. Карслоу Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер. – М.: Наука, 1964. – 487 с.

36. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена / С.С. Кутателадзе. – М.: Атомиздат, 1979. – 228 с.

37. Градштейн И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – М.: Наука, 1986. – 1108 с.

38. Прудников А.П. Интегралы и ряды. Элементарные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.М. Маричев. – М.: Наука, 1981. – 800 с.

39. Прудников А.П. Интегралы и ряды. Специальные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.М. Маричев. – М.: Наука, 1983. – 752 с.

40. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами / под ред. М. Абрамовиц, И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.

41. Марочник конструкционных сталей станкостроения. – М.: ЦБТИ, 1958. – 143 с.

42. Piessens R. The computation of Bessel functions on a small computer // R. Piessens R. // Comp. & Maths. With Appls. – 1984. – V. 10, N 2. – P. 161-166.

Надійшла до редколегії 12.08.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.М. Фоменко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## ТЕХНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ТЕПЛООВОГО РАСЧЕТА ТОРМОЗНЫХ СИСТЕМ ПЕРСПЕКТИВНЫХ ОБРАЗЦОВ ВОЕННОЙ ТЕХНИКИ

В.И. Грабчак, Ю.П. Сальник, П.И. Ванкевич, Е.Г. Иваник

Предложена модель расчета тепловых режимов тормозных систем, которая может быть использована в отношении движущихся средств армейского вооружения: бронетанковых, ракетно-артиллерийских и других инженерных комплексов. Рассмотрен конкретный пример численного анализа фрикционной температуры в условиях экстренного торможения, свойственного основной группе автомобильной техники армейских машин.

**Ключевые слова:** диагностика, подвижный состав систем вооружения, фрикционные элементы тормозов, тепловые режимы, максимальная контактная температура.

## TECNIC-MATHEMATICAL GROUND HEAT CALCULATE OF BRAKING SYSTEMS FOR PERSPECTIVE MODELS MILITARY MACHINERY

V.I. Grabchak, Yu.P. Salnik, P.I. Vankevych, E.G. Ivanyk

The calculating model heat regime of braking systems which possible concerning to the moving means army armaments is proposed. Is consider the specific example of calculate analysis the friction temperature by condition special braking which characteristic the value group automobile technical of army machines.

**Keywords:** diagnostic, moving equipments military systems, frictional elements of braking, heat regime, maximal contact temperature.