УДК 681.78

Л.Ф. Купченко, А.С. Рыбьяк

Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков

КРИТЕРИЙ СОГЛАСОВАННОСТИ ОПТИМАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ С ДИНАМИЧЕСКОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИЕЙ

Разработан критерий согласованности оптимальной обработки сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией. В качестве меры согласованности оптимальной обработки сигналов предложено использовать нормированную дивергенцию Кульбака-Лейблера, представляющую собой отношение дивергенций на выходе и входе динамического спектрального фильтра. Проведен анализ свойств нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера.

Ключевые слова: *оптико-электронные системы, динамическая спектральная фильтрация, критерий согласованности оптимальной обработки сигналов*

Введение

Автоматизация процессов обнаружения излучения объектов в оптико-электронных системах в настоящее время является актуальной задачей. Особенно важной становится эта задача при разработке и проектировании оптико-электронных систем наблюдения, устанавливаемых на аэрокосмические платформы.

Использование спектральных признаков объектов наблюдения, т.е. информации о спектральном составе их излучения, позволяет построить автоматический обнаружитель [1]. Оптико-электронные системы, использующие спектральные признаки, называются видеоспектрометрами. Обычно в таких системах оптическое излучение после разложения на спектральные составляющие преобразуется с помощью приемников излучения в электрические сигналы, а затем подвергается обработке в соответствии с алгоритмом оптимального обнаружения. Известно, что объем информации, которая формируется оптоэлектронной системой, определяется числом ее пространственных и спектральных элементов разрешения. Следовательно, для видеоспектрометров является характерным получение чрезвычайно большого объема информации, который подлежит дальнейшей последетекторной обработке.

Использование додетекторной обработки оптических сигналов в оптико-электронных системах позволяет решить данную проблему в условиях массогабаритных и временных ограничений. В этом случае происходит разложение в спектр оптического излучения с переменными коэффициентами пропускания. Такая обработка получила название динамической спектральной фильтрации [2, 3].

В работе [3] синтезирован оптимальный обнаружитель оптических сигналов, который включает в свой состав динамический спектральный фильтр и пороговое устройство. Динамический спектральный фильтр обеспечивает оценку степени корреляции между входным оптическим излучением и опорными сигналами объекта и фона. Оптимальный обнаружитель синтезирован в предположении того, что имеются априорные сведенья о статистических характеристиках сигналов объекта и фона, а корреляционные матрицы объекта и фона равны между собой.

Однако на практике всегда существует несоответствие между входными и опорными сигналами, а предположение о равенстве корреляционных матриц является не всегда оправданным. Известно, что эффективность оптимальных устройств, реализующих алгоритмы для идеальной модели, зависит от величины отклонений от модели. [1]. Поэтому задача, состоящая в разработке математического аппарата оценки влияния отклонений от принятых предположений на качество оптимального обнаружителя оптических сигналов, является актуальной.

Следовательно, целью настоящей статьи является разработка критерия согласованности оптимальной обработки оптических сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией, позволяющего оценивать влияние различия между входными и опорными сигналами на качество обнаружителя оптических сигналов.

Основной раздел

Критерий согласованности оптимальной обработки оптических сигналов

Обычно для оценивания качества разработанного обнаружителя используется вероятность ошибки. Однако вычисление вероятности ошибки в большинстве случаев является трудоемким процессом и требует знание априорных вероятностей появления или отсутствия сигнала объекта, информация о которых при решении задачи обнаружения отсутствует.

Поэтому в настоящей работе для оценки согласованности оптимальной обработки сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией предложено использовать их информационные характеристики. Поскольку информация о разделимости сигналов объекта и фона содержится в логарифме от отношения правдоподобия

$$\ln \ell\left(\vec{X}\right) = \ln p_o\left(\vec{X}\right) - \ln p_ф\left(\vec{X}\right) \qquad (1)$$

где $p_o\left(\vec{X}\right)$, $p_ф\left(\vec{X}\right)$ – плотности вероятности принятой реализации при наличии сигнала объекта, а также сигнала фона соответственно. Тогда ее количество может быть определено через дивергенцию Кульбака-Лейблера, которая представляет собой взаимную меру разделимости (несходства) двух вероятностных распределений сигналов объекта и фона.

В теории распознавания образов [4, 5] дивергенция используется для ранжировки признаков и оценки эффективности разделения классов.

В общем случае дивергенция Кульбака-Лейблера представляет собой разность условных математических ожиданий логарифмов отношений правдоподобия $M_o(\ln \ell(\vec{X})) - M_ф(\ln \ell(\vec{X}))$ при наличии в принятой реализации сигналов объекта и фона соответственно [4, 5]:

$$D = \int_{\Re} \left[p_o\left(\vec{X}\right) - p_ф\left(\vec{X}\right)\right] \ln\left(\frac{p_o\left(\vec{X}\right)}{p_ф\left(\vec{X}\right)}\right) d\vec{X}. \qquad (2)$$

Очевидно, что для оценивания согласованности оптимальной обработки вычисления дивергенции на выходе обнаружителя не достаточно. Поэтому предлагается вычислять отношение дивергенций на выходе $D_{вых}$ и входе $D_{вх}$ оптимального устройства. В этом случае, если значения дивергенций равны $D_{вх} = D_{вых}$, то на выходе и входе устройства обработки сохраняется равенство информационных мер, определяющих различие вероятностных распределений принятых реализаций при наличии сигналов объекта и фона соответственно, и, следовательно, имеется согласованность между входными и опорными сигналами.

Отношение дивергенции на выходе устройства обработки к дивергенции на его входе

$$R = D_{вых} / D_{вх} \qquad (3)$$

назовем нормированной дивергенцией Кульбака-Лейблера.

Таким образом, критерием согласованности оптимальной обработки сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией будем считать признак, состоящий в равенстве единице нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера $R = 1$.

Нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера

Получим выражение для нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера при нормальных распределениях сигналов на входе оптико-электронной системы с динамической спектральной фильтрацией.

В рамках решаемой задачи динамическую спектральную фильтрацию представим как последовательность двух операций: разложение оптического излучения в спектр и весовая обработка принятого излучения.

На первом этапе формируется k-мерный вектор входного сигнала $\vec{X} = \|x_i\|$, который на втором этапе подвергается весовой обработке

$$Y = \vec{F}_н^T \vec{X},$$

с коэффициентами f_i, являющимися составляющими вектора фильтра $\vec{F}_н = \|f_i\|$.

Пусть принимаемые k-мерные реализации при условиях наличия сигналов объекта и фона подчинены нормальному закону с соответствующими плотностями

$$p_{овх}\left(\vec{X}\right) = N\left(\vec{\mu}_{овх}, \Gamma_{овх}\right);$$

$$p_{фвх}\left(\vec{X}\right) = N\left(\vec{\mu}_{фвх}, \Gamma_{фвх}\right),$$

где $\vec{\mu}_{овх}$ и $\vec{\mu}_{фвх}$ – математические ожидания сигналов объекта и фона; $\Gamma_{овх}$ и $\Gamma_{фвх}$ – корреляционные матрицы сигналов объекта и фона. Тогда, воспользовавшись (2), получим выражение для дивергенции Кульбака-Лейблера на входе динамического спектрального фильтра

$$D_{вх} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \vec{\xi}_{вх}^T \left(\Gamma_{овх}^{-1} + \Gamma_{фвх}^{-1}\right)\vec{\xi}_{вх} + \\ + tr\left(\Gamma_{овх}\Gamma_{фвх}^{-1} + \Gamma_{фвх}\Gamma_{овх}^{-1} - 2I\right) \end{bmatrix}, \qquad (4)$$

где $\vec{\xi}_{вх} = \vec{\mu}_{овх} - \vec{\mu}_{фвх}$ – вектор разности математических ожиданий сигналов объекта и фона на входе фильтра; I – единичная матрица; $tr(\bullet)$ – след матрицы.

Поскольку динамическая спектральная фильтрация является линейным преобразованием входного сигнала, то сигналы на выходе фильтра при наличии излучения объекта и фона на его входе будут распределены по нормальному закону:

$$p_{овых}(Y) = N\left(m_o, \sigma_o\right);$$

$$p_{фвых}(Y) = N\left(m_ф, \sigma_ф\right).$$

В результате получим следующее выражение для дивергенции на выходе фильтра:

$$D_{вых} = \frac{1}{2\sigma_o^2\sigma_ф^2}\left[\left(\sigma_o^2 + \sigma_ф^2\right)\zeta^2 + \left(\sigma_o^2 - \sigma_ф^2\right)^2\right], \qquad (5)$$

где $\zeta = \vec{F}_н^T \vec{\xi}_{вх}$ – разность математических ожиданий сигналов объекта и фона на выходе фильтра;

$\sigma_o^2 = \vec{F}_н^T \Gamma_0 \vec{F}_н$ и $\sigma_ф^2 = \vec{F}_н^T \Gamma_ф \vec{F}_н$ – дисперсия объекта и фона на выходе фильтра соответственно.

Покажем, что если априорные вероятностные характеристики опорных сигналов объекта и фона полностью соответствуют характеристикам случайных сигналов на входе фильтра, то нормированная дивергенция Кульбака-Лейбнера равна единице.

Предположим, что корреляционные матрицы входных сигналов объекта и фона равны

$$\Gamma_{овх} = \Gamma_{фвх} = \Gamma_{вх} .$$

Тогда выражение для дивергенции на входе фильтра (4) существенно упрощается

$$D_{вх} = \vec{\xi}_{вх}^{\ T} \Gamma_{вх}^{-1} \vec{\xi}_{вх} = q^2 , \qquad (6)$$

где q^2 есть не что иное, как отношение сигнал-помеха [3]. Дивергенция на выходе фильтра (5) при тех же условиях представляет собой отношение сигнал-помеха в скалярной форме

$$D_{вых} = \frac{\zeta^2}{\sigma^2} , \qquad (7)$$

где $\sigma^2 = \vec{F}_н^T \Gamma_{вх} \vec{F}_н$ – дисперсия на выходе фильтра.

Выражение для аппаратной функции фильтра (вектор фильтра $\vec{F}_н$), полученное в работе [3] из отношения правдоподобия (1) при равенстве корреляционных матриц объекта и фона, имеет следующий вид:

$$\vec{F}_н = r \Gamma_{оп}^{-1} \vec{\xi}_{оп} , \qquad (8)$$

где $\vec{\xi}_{оп} = \vec{\mu}_{ооп} - \vec{\mu}_{фоп}$ – разностный вектор математических ожиданий опорных сигналов объекта и фона; $\Gamma_{оп} = \Gamma_{ооп} = \Gamma_{фоп}$ – корреляционная матрица опорных сигналов; r – нормирующий множитель.

Подставляя в (3) соотношения (6), (7) и учитывая (8), получим аналитическое выражение для нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера при равенстве корреляционных матриц

$$R = \frac{\zeta^2}{\sigma^2 \cdot q^2} = \frac{\left(\vec{\xi}_{оп}^T \Gamma_{оп}^{-1} \vec{\xi}_{вх} \right)^2}{\vec{\xi}_{оп}^T \Gamma_{оп}^{-1} \vec{\xi}_{оп} \cdot \vec{\xi}_{вх}^T \Gamma_{вх}^{-1} \vec{\xi}_{вх}} . \qquad (9)$$

Очевидно, что при равенстве $\vec{\xi}_{вх} = \vec{\xi}_{оп}$ и $\Gamma_{оп} = \Gamma_{вх}$ нормированная дивергенция равна единице $R = 1$.

Свойства нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера

Свойство 1. Нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера принимает значения из множества $[0, 1]$, т.е.

$$\forall \vec{\xi}_{вх}, \vec{\xi}_{оп}, \Gamma_{овх}, \Gamma_{фвх}, \Gamma_{ооп}, \Gamma_{фоп} \quad R \in [0, 1] .$$

Свойство 2. При равенстве разностных векторов математических ожиданий опорных и входных сигналов объекта и фона $\vec{\xi}_{оп} = \vec{\xi}_{вх}$, а так же при равенстве корреляционных матриц $\Gamma_{оп} = \Gamma_{вх}$ (где $\Gamma_{вх} = \Gamma_{овх} = \Gamma_{фвх}$; $\Gamma_{оп} = \Gamma_{ооп} = \Gamma_{фоп}$) нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера равна единице $R = 1$.

Свойство 3. При равенстве корреляционных матриц $\Gamma_{оп} = \Gamma_{вх} = \Gamma$ нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера не зависит от различия в размерах разностных векторов математических ожиданий входных $\vec{\xi}_{вх}$ и опорных $\vec{\xi}_{оп}$ сигналов, т.е., если $\vec{\xi}_{вх} = \varepsilon \vec{\xi}_{оп}$ (где ε – коэффициент, характеризующий отличие между разностями математических ожиданий векторов входных и опорных сигналов), то

$$R = \frac{\left(\vec{\xi}_{оп}^T \Gamma^{-1} \varepsilon \vec{\xi}_{оп} \right)^2}{\vec{\xi}_{оп}^T \Gamma^{-1} \vec{\xi}_{оп} \cdot \varepsilon^2 \vec{\xi}_{оп}^T \Gamma^{-1} \vec{\xi}_{оп}} = 1 . \qquad (10)$$

Следовательно, нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера инвариантна к амплитудным характеристикам входного сигнала.

Следствием данного свойства является то, что при равенстве входных и опорных корреляционных матриц $\Gamma_{оп} = \Gamma_{вх} = \Gamma$ нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера не зависит от амплитудных характеристик как входных, так и опорных сигналов. Представим разностные вектора в виде произведения нормы на орт:

$$\vec{\xi}_{вх} = \left\| \vec{\xi}_{вх} \right\| \cdot \vec{\xi}_{вх}^{o} ;$$

$$\vec{\xi}_{оп} = \left\| \vec{\xi}_{оп} \right\| \cdot \vec{\xi}_{оп}^{o} .$$

Тогда выражение (10) примет следующий вид

$$R = \frac{\left(\vec{\xi}_{оп}^{oT} \Gamma^{-1} \vec{\xi}_{вх}^{o} \right)^2}{\vec{\xi}_{оп}^{oT} \Gamma^{-1} \vec{\xi}_{оп}^{o} \cdot \vec{\xi}_{вх}^{oT} \Gamma^{-1} \vec{\xi}_{вх}^{o}} .$$

Таким образом, при равенстве корреляционных матриц $\Gamma_{оп} = \Gamma_{вх}$ нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера инвариантна к амплитудным характеристикам как опорного, так и входного сигналов, и зависит только от направления их ортов.

Свойство 4. При равенстве разностных векторов математических ожиданий $\vec{\xi}_{оп} = \vec{\xi}_{вх} = \vec{\xi}$ нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера не зависит от величины различия корреляционных матриц ε, т.е. если корреляционные матрицы опорных и входных сигналов отличаются на постоянную величину $\Gamma_{вх} = \varepsilon^2 \Gamma_{оп}$ (в двумерном спектральном пространстве это соответствует различию в радиусах эллипсоидов рассеяния $r_{вх} = \varepsilon r_{оп}$), то

$$R = \frac{\left(\vec{\xi}^T \Gamma_{оп}^{-1} \vec{\xi}\right)^2}{\vec{\xi}^T \Gamma_{оп}^{-1} \varepsilon^2 \Gamma_{оп} \Gamma_{оп}^{-1} \vec{\xi}} \cdot \frac{1}{\vec{\xi}^T \frac{1}{\varepsilon^2} \Gamma_{оп}{}^{-1} \vec{\xi}} = 1 .$$

Свойство 5. Нормированная дивергенция Кульбака-Лейблер не равна единице в следующих случаях:

– различно пространственное положение векторов, характеризующих разности математических ожиданий входных и опорных сигналов $\vec{\xi}_{вх}^{o} \neq \vec{\xi}_{оп}^{o}$;

– различны входная и опорная корреляционные матрицы $\Gamma_{оп} \neq \Gamma_{вх}$;

– различны корреляционные матрицы объекта и фона $\Gamma_{о} \neq \Gamma_{ф}$;

– во всех случаях, когда проявляются сочетания перечисленных условий.

Свойство 6. Нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера сигналов обладает свойством симметрии, т.е. если поменять местами условные плотности вероятностей объекта и фона, то отношение дивергенции Кульбака-Лейблера на выходе фильтра к значению дивергенции на его входе не изменится, т.е.

$$R_{оф} = R_{фо} .$$

Данное свойство является следствием свойства симметрии дивергенции Кульбака-Лейблера.

Выводы

В качестве оценки согласованности оптимальной обработки оптического излучения в оптико-электронных системах, работающих на основе динамической спектральной фильтрации, предложено использовать нормированную дивергенцию Кульбака-Лейблера.

Показано, что критерием согласованности оптимальной обработки сигналов следует считать признак, состоящий в равенстве единице нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера, что представляет собой отношение информационных мер на выходе и входе динамического спектрального фильтра.

Проведен анализ свойств нормированной дивергенции при нормальных распределениях сигналов на входе оптико-электронной системы с динамической спектральной фильтрацией.

Список литературы

1. Manolakis D. Hyperspectral image processing for automatic target detection applications / D. Manolakis, D. Marden, G.A. Shaw // Lincoln Laboratory Journal. – 2003. – V. 14, n. 1, – P. 79-113.

2. Купченко Л.Ф. Динамическая спектральная фильтра-ция оптического излучения в оптоэлектронных системах / Л.Ф. Купченко, А.С. Рыбьяк // Электромагнитные волны и электронные системы. – Международный научн.-техн. журнал – М.: Радиотехника, 2011. – Т. 16, Вып. 4. – С. 32-43.

3. Обнаружение объектов по спектральным признакам в оптико-электронных системах с использованием принципов динамической фильтрации / Л.Ф. Купченко, А.С. Рыбьяк, В.В. Проклов, С.Н. Антонов // Прикладная радиоэлектроника. – 2011. – Т. 10, № 1. – С. 22-26.

4. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов: пер. с англ. / К. Фукунага. – М.: Наука, 1979. – 367 с.

5. Ту Дж. Принципы распознавания образов: пер. с англ. / Дж. Ту. – М.: Мир, 1978. – 411 с.

Поступила в редколлегию 16.02.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.Г. Корниенко, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

КРИТЕРІЙ УЗГОДЖЕНОСТІ ОПТИМАЛЬНОГО ОБРОБЛЕННЯ СИГНАЛІВ В ОПТИКО-ЕЛЕКТРОННИХ СИСТЕМАХ З ДИНАМІЧНОЮ СПЕКТРАЛЬНОЮ ФІЛЬТРАЦІЄЮ

Л.Ф. Купченко, А.С. Риб'як

Розроблений критерій узгодженості оптимального оброблення сигналів в оптико-електронних системах з динамічною спектральною фільтрацією. В якості міри узгодженості оптимального оброблення сигналів запропоновано використовувати нормовану дивергенцію Кульбака-Лейблера, яка представляє собою відношення дивргенцій на виході і вході динамічного спектрального фільтру. Проведений аналіз властивостей нормованої дивергенції Кульбака-Лейблера.

Ключові слова: *оптико-електронні системи, динамічна спектральна фільтрація, критерій узгодженості оптимальної обробки сигналів.*

THE MATCHING CRITERION OF OPTIMAL SIGNAL PROCESSING IN ELECTRO-OPTICAL SYSTEMS WITH DYNAMIC SPECTRAL FILTRATION

L.F. Kupchenko, A.S. Rubiak

The article develops the matching criterion of optimal signals processing in electro-optical systems with dynamic spectral filtration. The Kullback-Leibler normalized divergence that is the ratio of divergences in output and input of dynamic spectral filter is used as a matching measure of optimal signal processing. It analyses the Kullback-Leibler normalized divergence properties.

Keywords: *Electro-optical systems, dynamical spectral filtration, matching criterion of optimal signals processing*