
УДК 621.391, 621.372

М.П. Чернобородов

Запорізький національний технічний університет, Запоріжжя

ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЙ АПРОКСИМАЦІЇ ВІДОМИХ ВАГОВИХ ВІКОН ДЛЯ МАЛОТОЧКОВИХ ДПФ

Вагові коефіцієнти переважної більшості відомих вікон для дискретного перетворення Фур'є (ДПФ) обчислюються за допомоги простих функцій апроксимації. Наскільки різняться характеристики "точних" й "апроксимованих" вікон? Досліджується питання розбіжності значень вагових коефіцієнтів й параметрів "точних" й "апроксимованих" вагових вікон для ДПФ. Розраховано 2-членну функцію апроксимації для 2х-вікна Чернобородових. Показано, що для 3х-вікон Чернобородових не існує 3-членної функції апроксимації, оскільки така апроксимація дає погіршення рівня бічних пелюсток до 20 дБ.

Ключові слова: ДПФ, АЧХ, ФЧХ, вагове вікно, фільтр, рівень бічних пелюсток.

Вступ

Постановка проблеми. У ґрунтовній оглядовій роботі [1] Херіс описав основні вагові вікна для дискретного перетворення Фур'є (ДПФ). Проаналізувавши відомі методи розрахунку деяких вікон з метою усунення методологічних недоліків, яких дослідники припустилися за розробки своїх вагових функцій, Херіс сформулював й розв'язав кілька оптимізаційних задач, отримавши вікна з ліпшими характеристиками. Але через багатопараметричність функцій оп-

тимізації, як Херіс, так й інші автори змушені були шукати функції апроксимації. І вже вагові коефіцієнти a_k , розраховані за допомоги тих функцій апроксимації, називали вікнами. Питання відповідності характеристик "точних" й "апроксимованих" вікон є актуальною, але малодослідженою задачею.

Мета статті – дослідити ступінь погіршення характеристик вікон, вагові коефіцієнти яких розраховано із застосуванням функцій апроксимації, відносно безпосередніх розв'язків задачі оптимізації певного вагового вікна.

Аналіз функцій апроксимації відомих вагових вікон

З [1] відомі кілька апроксимаційних функцій, за якими можливо розрахувати коефіцієнти вагових вікон:

1. Найпоширенішою апроксимацією є n -членна гармонійна функція, кількість членів якої M визначає кількість ядер Дирихле ($2 \cdot M - 1$):

$$a_k = \sum_{m=0}^{M-1} b_m \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot [k + 0,5] \cdot m / N), \quad (1)$$

де $k=0 \dots N-1$, N – кількість фільтрів ДПФ;

b_m – коефіцієнти функції апроксимації.

У таких вікон нулі амплітудно-частотної характеристики фільтра збігаються з центральними частотами решти фільтрів ДПФ.

2. Апроксимації, що ґрунтуються на функціях Беселя чи експоненті. Оскільки ці функції не мають сталого періоду повторення, то нулі АЧХ фільтра не збігаються з центральними частотами решти фільтрів ДПФ. Такими вікнами є вікна Дольфа-Чебишова, Барсілона-Темеша, Пуасона тощо.

3. У [2] було запропоновано метод розрахунку вагових коефіцієнтів a_k шляхом розв'язання системи лінійних рівнянь (для отримання початкової крапки наближення a'_k) й подальшого уточнення значень за допомогою нетривалої одновимірної лінійної мінімізації шляхом підбирання величини підставки Δ (для вагової функції a'_k). Збільшенням Δ досягається звуження головної пелюстки АЧХ фільтра й зміна рівня бічних пелюсток. У [2] для вагових вікон Чорнобородових не було запропоновано функції апроксимації. Оскільки у цих вікон нулі амплітудно-частотної характеристики фільтра збігаються з центральними частотами решти фільтрів ДПФ (рис. 1), то використаємо апроксимацію у вигляді багаточлена (1).

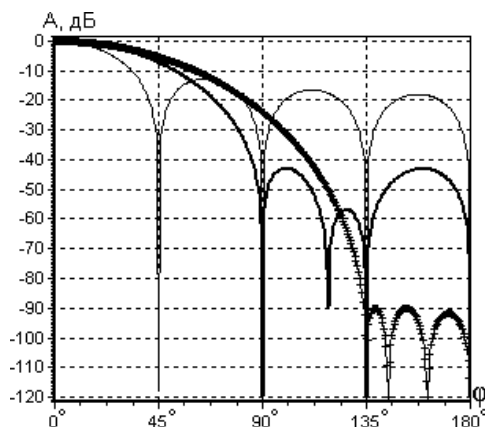


Рис. 1. АЧХ фільтрів ДПФ для $N=8$ з ваговим вікном: прямокутним (—), Чорнобородових-2х (—•—) й Чорнобородових-3х (—+—+—)

У [3] було обґрунтовано доречність класифікації вікон ДПФ відповідно до розташування першого нуля АЧХ фільтра. Так, прямокутне вікно (ядро Ди-

рихле) має одиничну ширину смуги пропускання (1х), 2-членне вікно Блекмана-Херіса (-40...-43 дБ) й Чорнобородових (-42...-43 дБ) – подвійну ширину (2х), 3-членне вікно Блекмана-Херіса (-67 дБ) й Чорнобородових (-90 дБ) – потрійну ширину (3х).

Розрахунок коефіцієнтів функції апроксимації

Для розрахунку коефіцієнтів b_m функції апроксимації (1) за відомими значеннями коефіцієнтів вагового вікна a_k ("точне" вікно) треба розв'язати систему лінійних рівнянь (1).

У табл. 1 наведено вагові коефіцієнти для 2х-й 3х-вікон Чорнобородових для випадку $N=8$ [4]:

Таблиця 1
Вагові вікна Чорнобородових для $N=8$

Номер коефіцієнта	Значення коефіцієнта	
	2х-вікна	3х-вікна
a_0	0,11032028	0,03952337
a_1	0,37090144	0,23464384
a_2	0,73941884	0,63248629
a_3	1,00000000	1,00000000
a_4	1,00000000	1,00000000
a_5	0,73941884	0,63248629
a_6	0,37090144	0,23464384
a_7	0,11032028	0,03952337

Для 2х-вікон система матиме 2 рівняння:

$$b_0 + b_1 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot [k-0,5]/N) = a_0;$$

$$b_0 + b_1 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot [k-0,5]/N) = a_1.$$

Для 3х-вікон система матиме 3 рівняння:

$$b_0 + b_1 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot [k-0,5]/N) + b_2 \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot [k-0,5]/N) = a_0;$$

$$b_0 + b_1 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot [k-0,5]/N) + b_2 \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot [k-0,5]/N) = a_1;$$

$$b_0 + b_1 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot [k-0,5]/N) + b_2 \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot [k-0,5]/N) = a_2.$$

Розв'язавши системи рівнянь, отримуємо значення коефіцієнтів b_0 , b_1 , b_2 (табл. 2).

Таблиця 2
Коефіцієнти апроксимації вагових вікон Чорнобородових

Номер коефіцієнта	Значення коефіцієнта	
	2-членне вікно (2х)	3-членне вікно (3х)
b_0	0,56008675	0,47692
b_1	-0,48157082	-0,51971
b_2	-	0,06072

На рис. 2 наведено залежності рівня бічних пелюсток АЧХ фільтрів ДПФ для "точних" й "апроксимованих" 2х-вікон Чорнобородових.

Як можна побачити з рис. 2, різниця у рівні бічних пелюсток АЧХ фільтрів ДПФ між "точними" 2-членними ваговими вікнами Чорнобородових (—•—) й "апроксимованими" (---) відповідно до (1) в області малих значень N , що застосовуються у радіолокації, сягає 1 дБ. І лише для $N > 30$ "точні" й "апроксимовані" вікна мають однакові параметри.

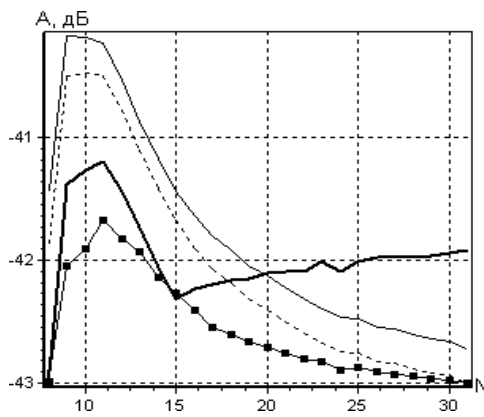


Рис. 2. Рівень бічних пелюсток АЧХ фільтрів ДПФ для "точних" (■) вікон Чорнобородових й "апроксимованих" 2-членних вагових вікон: Блекмана-Херіса (—), Чорнобородових (---) й додатково оптимізоване Чорнобородових (—●—)

Шляхом додаткової оптимізації коефіцієнтів b_m можна досягнути зменшення відмінності між "точними" й "апроксимованими" значеннями параметрів вікон в області $N < 16$ (див. криву —●—). Але це призводить до збільшення цієї відмінності в області $N > 16$ (рис. 2). На рис. 3 наведено залежності рівня бічних пелюсток АЧХ фільтрів ДПФ для "точних" й "апроксимованих" 3х-вікон Чорнобородових.

Як можна побачити з рис. 3, різниця у рівні бічних пелюсток АЧХ фільтрів ДПФ між "точними" 3х-вікнами Чорнобородових (—●—) й 3-членними "апроксимованими" вікнами (—), вельми істотна (до 20 дБ – на відміну від рис. 2). Це означає, що апроксимації 3х-вікон Чорнобородових 3-членною функцією типу (1) не існує.

Висновки

1. Розраховано 2-членну функцію апроксимації для 2х-вікна Чорнобородових.
2. Показано, що для 3х-вікон Чорнобородових не існує 3-членної функції апроксимації, оскільки така апроксимація дає погіршення рівня бічних пелюсток до 20 дБ.

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ АППРОКСИМАЦИИ ИЗВЕСТНЫХ ВЕСОВЫХ ОКОН ДЛЯ МАЛОТОЧЕЧНЫХ ДПФ

М.П. Чорнобородов

Весовые коэффициенты подавляющего большинства известных окон для дискретного преобразования Фурье (ДПФ) вычисляются при помощи простых функций аппроксимации. Насколько различаются характеристики "точных" и "аппроксимированных" окон? Исследуется вопрос отличия значений весовых коэффициентов и параметров "точных" и "аппроксимированных" весовых окон для ДПФ. Рассчитана 2-членная функция аппроксимации для 2х-окна Чорнобородовых. Показано, что для 3х-окна Чорнобородовых не существует 3-членной функции аппроксимации, поскольку такая аппроксимация дает ухудшение уровня боковых лепестков до 20 дБ.

Ключевые слова: ДПФ, АЧХ, весовое окно, фильтр, уровень боковых лепестков.

A RESEARCH OF APPROXIMATION OF THE KNOWN WEIGHTING WINDOWS FOR A FEW POINT DFT

M.P. Chornoborodov

Weighting factors overwhelming majority of the known windows for the discrete Fourier transforms (DFT) is calculated using simple approximation functions. How differ characteristic "exact" and "approximated" windows? We study the problem of the weighting factor differences of coefficient values and parameters of "exact" and "approximated" weight windows for DFT. Designed 2-term approximation function for 2x-windows of Chornoborodovs. It is shown that for the 3x-window of Chornoborodovs not there exists a 3-term function approximation, since this approximation gives the deterioration of the side lobe level to 20 dB.

Keywords: Discrete Fourier transform, weighting function, filter, sidelobe level.

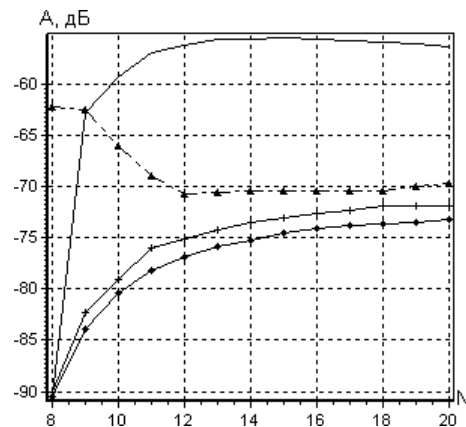


Рис. 3. Рівень бічних пелюсток АЧХ фільтрів ДПФ для "точних" (■) вікон Чорнобородових й "апроксимованих" 3-членних вагових вікон: Блекмана-Херіса (▲), Чорнобородових (—) й Дольфа-Чебишова (◆)

Список літератури

1. Хэррис Ф.Дж. Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье / Ф.Дж. Хэррис // ТИИЭР. – 1978. – Т. 66. – № 1. – С. 60-96.
2. Чорнобородова Н.П. Синтез оптимальных вагових функцій для ДПФ / Н.П. Чорнобородова, М.П. Чорнобородов, А.С. Сіренко // Системи управління, навігації та зв'язку. – К.: Центральний науково-дослідний інститут навігації і управління, 2011. – Вип. 2. – С. 64-67.
3. Чорнобородова Н.П. Аналіз оптимальності відомих вагових функцій у малократкових ДПФ / Н.П. Чорнобородова, М.П. Чорнобородов // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2011. – № 4. – С. 91-95.
4. Чорнобородова Н.П. Синтез вагових функцій з малим рівнем міжфільтрового просочування для дискретного перетворення Фур'є / Н.П. Чорнобородова, М.П. Чорнобородов // Системи озброєння і військова техніка. – Х.: ХУПС, 2008. – № 2. – С. 159-162.

Надійшла до редколегії 20.02.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.Ф. Купченко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.