

УДК 621.036.7

В.І. Рубльов

Українська державна академія залізничного транспорту, Харків

## МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ДВИГУНІВ ВНУТРІШНЬОГО ЗГОРЯННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ РІВНЯНЬ НАВ'Є-СТОКСА

Базовими рівняннями в математичних моделях динаміки в'язкої рідини і газу є рівняння Нав'є-Стокса. Чисельне моделювання течій газу, за допомогою цих рівнянь, в проточних частинах ДВЗ дозволить детально досліджувати характеристики потоку.

**Ключові слова:** рівняння Нав'є-Стокса, модель турбулентності, чисельне моделювання.

### Вступ

Турбулентний плин рідини і газу найбільш повно описується системою диференціальних рівнянь нелінійних Нав'є-Стокса. Протягом століть ці рівняння піддаються пильному аналізу при вивченні турбулентності в реальних пристроях, апаратах і енергодвигательних установках. Вони є унікальним інструментом газодинамічних процесів в складних системах, працюють на реальних рідинах і газах. Аналіз цієї системи дає можливість передбачення характеру складних турбулентних течій в різних ситуаціях. При створенні нової техніки на останньому етапі теоретичного опрацювання проводиться розрахунок системи рівнянь Нав'є-Стокса в повній постановці [1].

Ефективність роботи ДВЗ істотно залежить від досконалості процесів, що протікають в їх проточних частинах і, перш за все, від конструкції впускних і випускних каналів. Вдало спрофільовані циліндри і канали ДВС дозволяють добитися збільшення потужності і поліпшити екологічні показники [2], що у зв'язку з введенням норм «Євро-4» стає особливо актуальним.

При проектуванні основним завданням є отримання газодинамічних характеристик потоку газу, що забезпечують задовільну наповнюваність циліндрів двигуна у всьому робочому діапазоні. Процеси в проточних частинах двигуна характеризуються тривимірним турбулентним плином газу, пов'язаних як з геометрією проточної частини, так і з особливостями компоновки і особливостями робочого процесу двигуна.

**Аналіз літератури** показав, що аналітичне дослідження даної задачі в загальному вигляді в даний час не представляється можливим, а експериментальне вивчення газодинамічних процесів утруднено через їх нестационарності і швидкоплинність.

У зв'язку з цим, при вирішенні зазначених завдань, в даний час в інженерній практиці зростає роль чисельного моделювання. Пов'язано це з удосконаленням комп'ютерної техніки, яка дозволяє на сучасному етапі розглядати проектні завдання вели-

кої розмірності, більш складні математичні моделі, найбільш повно описують реальні об'єкти і процеси.

Чисельне моделювання течій газу в проточних частинах ДВЗ дозволить детально досліджувати характеристики потоку, а також визначати величини гідродинамічних втрат, пов'язаних з утворенням прикордонних шарів, виникненням відривних зон і т.д. Якщо, послідовно і цілеспрямовано видозмінювати форму каналу в процесі чисельного експерименту, можна знайти таку його конфігурацію, яка найбільшою мірою буде відповідати вимогам.

Стан параметрів тривимірного, в'язкого, нестационарного турбулентного потоку описується в декартовій прямокутній системі координат рівняннями [3, 4]:

– збереження маси:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho u_i = 0, \quad (1)$$

– кількості руху:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij}) = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i}, \quad (2)$$

– енергії:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho E + \rho \frac{u_i u_i}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho E + \rho \frac{u_j u_j}{2} \right) u_i + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( u_j \sigma_{ij} + D \frac{\partial T}{\partial x_i} \right), \quad (3)$$

– стану:

$$p = (k-1)\rho E, \quad (4)$$

де  $\rho$  – густина газу;

$t$  – час;

$x_i$  – координата;

$u_i$  – швидкість газу;

$\delta_{ij}$  – символ Кронекера;

$\sigma_{ij} = (\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$  – коефіцієнт поверх-

невого натягу;

$p$  – тиск;

$E$  – питома внутрішня енергія;

$$D = \frac{\mu_T}{Pr_T} - \text{коефіцієнт турбулентного переносу}$$

(в першому наближенні вибирається  $Pr_T = 0,71$ );

$\mu_T$  – турбулентна в'язкість.

Чисельне рішення в даному підході знаходиться методом встановлення на сітці з обчислювальними ячеекми, які є довільними шестигранними замкнутими об'ємами (рис. 1).

Одне з головних достоїнств даного методу полягає в тому, що за допомогою таких довільних об'ємів ячеек задаються максимально точно складні розрахункові області. В даній математичній моделі використовується модель турбулентності  $\mu_T = \text{const}$ . Проте, особливості течії газу найповніше можуть бути враховані з використанням моделі турбулентності, що дозволяє зв'язати моменти другого порядку для тензора турбулентних напружень з усередненими параметрами течії.

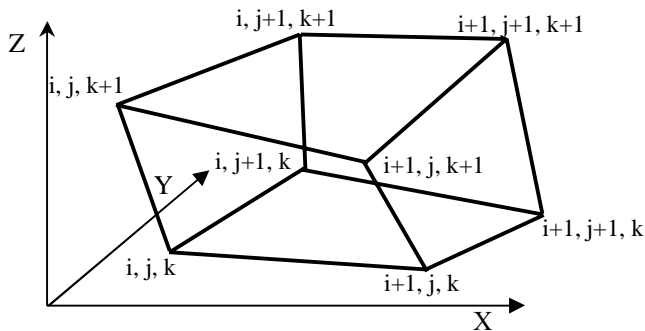


Рис. 1. Довільний об'єм ячейки

Таким чином, стає актуальною задача про вибір моделі турбулентності, яка дозволила б достатньо точно чисельно моделювати течію і змішування різнотемпературних потоків газу і повітря.

Серед моделей турбулентності, що використовуються в даний час в розрахунках внутрішньої течії газу і рідини, виділяються групи [5 – 8]:

- алгебраїчні моделі;
- диференціальні моделі, що використовують один, два і більш параметрів;
- моделі, в яких використовуються функції густоти розподілу вірогідності швидкостей течії і концентрацій або функцій для розсіювання параметрів при турбулентному переносі.

Всі моделі вказаних груп використовують певний набір констант, отриманих при узагальненні експериментальних даних, тому є напівемпіричними.

Виходячи з оцінки режимів роботи ДВЗ, яка визначає параметри течії потоків, для проведення досліджень вибрана трьохпараметрична диференціальна модель турбулентності. В ній уточнюється представлення рейнольдсових напружень за рахунок опису двох масштабів турбулентної енергії, відпові-

дних верхній і нижній ділянкам енергетичного спектру турбулентних пульсацій. При цьому верхня ділянка відповідає енергетичним вихорам з найменшими пустотами, рух яких має слабу залежність від в'язкості. А вихрові рухи з нижньої частини спектру містять основну долю завихреності, ізотропні і швидко дисипірують. В моделі постулюється визначення тензора рейнольдсових напружень:

$$\tau_{ij}^T = \rho T_{ij} - \frac{2}{3} \rho e \delta_{ij}, \quad (5)$$

де  $\rho T_{ij}$  – внесок верхньої частини спектру;

$\rho e$  – енергія вихорів з нижньої частини спектру.

В цьому випадку кінетична енергія турбулентності зв'язана співвідношенням:

$$k = e - \frac{1}{2} T_{mn}. \quad (6)$$

Рівняння моделі турбулентності мають вигляд:

– рівняння середньої енергії:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j H) = \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ u_j \tilde{\tau}_{ij} + \left( \mu + \sigma^* \mu_T \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} - q_j \right], \end{aligned} \quad (7)$$

– рівняння для кінетичної енергії турбулентності:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \\ = \tau_{ij}^T \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \sigma^* \mu_T \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \end{aligned} \quad (8)$$

– рівняння для питомої енергії турбулентності:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \beta \omega) = \left( \frac{\gamma \omega}{k} \right) \tau_{ij}^T \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 - \\ - \xi \beta \rho \omega \sqrt{2 \Omega_{mn} \Omega_{nm}} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \sigma \mu_T \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

– рівняння для тензора напружень для верхньої частини спектру:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho T_{ij}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k T_{ij}) = -P_{ij} + E_{ij}, \quad (10)$$

де  $\mu$  – молекулярна в'язкість;

$$\mu_T = \frac{\rho k}{\omega} - \text{турбулентна в'язкість};$$

$$T = E + k + \frac{u_j u_j}{2} - \text{повна енергія};$$

$$H = h + k + \frac{u_i u_j}{2} - \text{повна ентальпія};$$

$E$  – внутрішня енергія;

$$h = E + \frac{P}{\rho} - \text{внутрішня ентальпія};$$

$$q_j = - \left( \frac{\mu}{Pr_2} + \frac{\mu}{Pr_{2T}} \right) \frac{\partial h}{\partial x_j} - \text{тепловий потік;}$$

$Pr_2$ ,  $Pr_{2T}$  – числа Прандтля для молекулярного і турбулентного переносу, відповідно.

Тензори системи рівнянь (7)–(10) записуються таким чином:

– повний тензор в'язких напружень

$$\hat{\tau}_{ij} = 2\mu \left[ S_{ij} - \frac{1}{3} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right] + \tau_{ij}^T, \quad (11)$$

– тензор середніх швидкостей деформацій

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (12)$$

– тензор середньої завихреності

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (13)$$

– тензор обміну енергії між усередненим і турбулентним рухами

$$E_{ij} = -c_1 \beta \omega \left( \tau_{ij}^T + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \right) + \hat{\alpha} P_{ij} + \hat{\beta} D_{ij} + \hat{\gamma} \rho k \left( S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) + \frac{2}{3} \rho \omega k \left( 1 - \frac{e}{k} \right)^{\frac{3}{2}} \delta_{ij}, \quad (14)$$

– тензори генерації

$$P_{ij} = \tau_{im}^T \frac{\partial u_j}{\partial x_m} + \tau_{jm}^T \frac{\partial u_i}{\partial x_m}, \quad (15)$$

$$D_{ij} = \tau_{im}^T \frac{\partial u_m}{\partial x_i} + \tau_{jm}^T \frac{\partial u_m}{\partial x_j}. \quad (16)$$

На основі експериментальних даних приймаються наступні значення коефіцієнтів моделі:

$$\hat{\alpha} = \frac{42}{55}, \quad \hat{\beta} = \frac{6}{55}, \quad \hat{\gamma} = \frac{1}{4}, \quad \beta = \frac{3}{40}, \quad \gamma = \frac{4}{5}, \quad \sigma = \frac{1}{2},$$

$$\beta^* = \frac{9}{100}, \quad \xi = 1, \quad \sigma^* = \frac{1}{2}, \quad c_1 = 1 + 4 \left( 1 - \frac{e}{k} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

## ВИСНОВОК

Таким чином, за допомогою приведеної математичної моделі течії можна досліджувати потік з неоднорідною турбулентністю, з урахуванням в'язкого підшару, нестационарних прикордонних шарів з періодичними відривами потоку.

Для вирішення задачі дослідження течії системи рівнянь (1)–(4) і (7)–(10) необхідно доповнити завданням граничних умов.

## Список літератури

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя [Текст] / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. – 711 с.
2. Драганов Б.Х. Конструирование впускных и выпускных каналов двигателей внутреннего сгорания [Текст] / Б.Х. Драганов, М.Г. Круглов, В.С. Обухова. – К.: Высшая школа, 1987. – 175 с.
3. Анучина А.А. Теоретические основы конструирования численных алгоритмов задач математической физики [Текст] / А.А. Анучина. – М.: Наука, 1979. – 226 с.
4. Hancock G.J. Aerodynamik – the role of the computer [Текст] / G.J. Hancock // Aeron. J. – 1985. – №887. – P. 269-279.
5. Юн А.А. Расчет и моделирование турбулентных течений с теплообменом, смешением, химическими реакциями и двухфазных течений в программном комплексе Fastest-3D [Текст] / А.А. Юн, Б.А. Крылов // Учебное пособие. – М.: Изд-во МАИ, 2007. – 116 с.
6. Wallin S. Engineering turbulence modeling for CFD with a focus on explicit algebraic Reynolds stress model / S. Wallin // Doctoral thesis. Norstedts truckeri. – Stockholm, Sweden. – 2000. – P. 34-41.
7. Craft T.J. Development and application of a cubeddy – viscosity model of turbulence [Текст] / T.J. Craft, B.E. Launder // Int. J. Heat and Fluid Flow 17. – 1996. – P. 108-115.
8. Юн А.А. Теория и практика моделирования турбулентных течений [Текст] / А.А. Юн. – М.: Либроком, 2009. – 274 с.

Надійшла до редколегії 6.10.2011

**Рецензент:** д-р техн. наук проф. С.А. Єрошенко, Українська державна академія залізничного транспорту, Харків.

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА ДВИГАТЕЛЕЙ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА

В.И. Рублев

Базовыми уравнениями в математических моделях динамики вязкой жидкости и газа являются уравнения Навье-Стокса. Численное моделирование течений газа, с помощью этих уравнений, в проточных частях ДВС позволит детально исследовать характеристики потока.

**Ключевые слова:** уравнения Навье-Стокса, модель турбулентности, численное моделирование.

## METHODS OF CALCULATING COMBUSTION ENGINE WITH THE HELP OF EQUATIONS NAVIÉ-STOKES

V.I. Rublev

The basic equations in mathematical models of the dynamics of viscous fluid and a gas-Stokes equation Nav'ye. Numerical simulation of gas flows through with equations in running parts of combustion engines will allow detailed study of flow characteristics.

**Keywords:** equation Nave - Stokes turbulence model, numeral modeling.