

УДК 517.8; 658.012

В.М. Клименко, В.М. Оленев, Б.О. Дем'янчук

Військовий інститут Одеського національного політехнічного університету, Одеса

ЙМОВІРНІСНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ОЦІНКИ ЕФЕКТИВНОСТІ ТА РИЗИКУ БОЙОВОЇ ПРОТИДІЇ ЗАСОБІВ ППО СВ І ЗПН

Обговорюється моделі, для оцінки ефективності та ризику протидії засобів протиповітряної оборони сухопутних військ одиночним і груповим розвідникам противника, а також протидії потоку засобів повітряного нападу. Показано, що ймовірність прольоту цілі необстріляною в умовах послідовного впливу двох комплексів збільшується в 3-5 разів, а ймовірність ураження кожної цілі в потоці – в 1,5 рази.

Ключові слова: ймовірнісні моделі, протидія розвідникам противника, знищення потоку ЗПН.

Вступ

Моделювання процесів бойової протидії засобів ППО СВ і ЗПН звичайно є складним завданням, тому що здійснюється в умовах безлічі невизначеностей антагоністичної і випадкової природи. Для подолання цих невизначеностей звичайно застосовують занадто складні методи обробки інформації про дії противників: методи мінімакса або усереднення очікуваних результатів бою у вигляді ефективності та ризику [1 – 3].

В умовах обмеженого часу на планування чи підготовку бою, а також під час відбиття нальоту більш прийнятним є застосування менш складних моделей для оперативної оцінки і порівняння можливих варіантів протидії противнику.

Метою статті є розгляд трьох достатньо простих моделей, які ілюструються конкретними прикладами, для оцінки ефективності та ризику засобів ППО СВ під час трьох ситуацій протидії противнику у вигляді: одиниці, групи розвідників противника і потоку ЗПН.

Основна частина

1. Модель для оцінки ефективності та ризику одиниці ЗРК під час протидії розвідникам противника.

Придушення ППО СВ починається застосуванням, перш за все, високоточного озброєння – крилатих і протирадіолокаційних ракет, а також безпілотних літаків, що діють на малих висотах, в умовах радіоелектронних завад засобам зв'язку і радіолокаторам ППО СВ без заходження у зону поразки засобів ППО СВ.

До початку нальоту діють розвідники: БПЛА і літаки-розвідники. Для оцінки ефективностей і ризику в цих ситуаціях, доцільно використовувати відомий математичний апарат ймовірнісних моделей дуельної протидії, розроблений І. О.Кириченко [4].

Ефективність ураження розвідника, що належить противнику, одним ЗРК залежить від полігонної ймовірності ураження P_0 , максимальної дальності стрільби D_3 та дальності відкриття вогню D_u вигляді

$$P(D) = P_0 \left(1 - D^2 / D_3^2\right), \quad (1)$$

тобто в межах зони ураження вона зростає нелінійно.

З урахуванням деякої ймовірності відсутності ураження противника, що дорівнює $[1 - P(D)]$, ризик ураження ЗРК противником-розвідником, який відкриває вогонь з затримкою часу t , що необхідна йому для підготовки його (противника) до пуску ракети у відповідь, залежить від: його полігонної ймовірності ураження засобу P_{on} , дальності відкриття вогню D , відносного часу $t / \Delta t$, де Δt - максимальна затримка часу, що необхідна противнику для повної підготовки до дії у відповідь, та максимально допустимої дальності цього пострілу D_n . Тому ризик дорівнює

$$r(D, t) = P_n(D, t) [1 - P(D)] = P_{on} \cdot (t / \Delta t) \cdot (1 - D / D_n) \cdot [1 - P(D)]. \quad (2)$$

Якщо час підготовки противником до пострілу у відповідь дорівнює $t = \Delta t$, то згідно (1) отримуємо

$$r(D, \Delta t) = P_{on} \left(1 - \frac{D}{D_n}\right) \frac{D^2}{D_3^2}. \quad (3)$$

Найбільш ризикована дальність відкриття вогню ЗРК дорівнює

$$D(r = r_{max}) = \frac{2}{3} D_n. \quad (4)$$

При цьому максимум ризику набуває значення

$$r_{max} = P_{on} \left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{4}{9} \frac{D_n^2}{D_3^2} = P_{on} \frac{4}{27} \frac{D_n^2}{D_3^2}. \quad (5)$$

За умови рівномірного розподілу дальності відкриття вогню ЗРК – і часу затримки відповіді противника t із щільностями ймовірностей:

$$f_3(D) = \begin{cases} 1 / (D_d - D_0), & \text{якщо } D_3 > D_d > D > D_0 > 0; \\ 0, & \text{в протилежному випадку;} \end{cases} \quad (6)$$

$$f_n(t) = \begin{cases} 1 / (t_k - t_H), & \text{якщо } \Delta t > t_k > t > t_H; \\ 0, & \text{в протилежному випадку;} \end{cases} \quad (7)$$

усереднена ефективність ураження розвідника одним ЗРК згідно (1) і (6) дорівнює

$$P = P_{oz} \left[1 - \frac{1}{D_3^2} \int_{D_6}^{D_d} \frac{D^2 dD}{D_d - D_6} \right] = \quad (8)$$

$$= P_{oz} \left[1 - \left(\frac{D_d^2 + D_d D_6 + D_6^2}{3 D_3^2} \right) \right],$$

а ризик ураження цього ЗРК (згідно (5), (6), (10) і (11)) приймає вигляд

$$R = P_{on} \int_0^{\Delta t D_3} \int_0^t \frac{t}{\Delta t} \left(1 - \frac{D}{D_n} \right) \frac{D^2}{D_3^2} f_{3(D)} f_n(t) dt dD,$$

Тому отримуємо ризик

$$R = P_{on} / \left(\Delta t D_3^2 \right) \cdot (t_k + t_H) / 2 \times$$

$$\times \left[\frac{D_d^2 + D_d D_6 + D_6^2}{2} - \frac{(D_d + D_6)(D_d^2 + D_6^2)}{4 D_n} \right]. \quad (9)$$

Залежності (8) і (9) підтверджують необхідність, по-перше, призначення ЗРК з найбільшою ймовірністю P_{oz} і найбільшим розміром зони ураження, по-друге, здійснювати розподілення цілей за умовою, що максимальна дальність відкриття вогню D_d приблизно дорівнює дальності D_3 до дальньої межі зони відкриття вогню ЗРК, якому призначено знищити розвідника.

Приклад 1. $P_{oz} = 0,87$; $P_{on} = 0,9$;

$$D_3 = 45 \cdot 10^3 \text{ м}; D_n = 50 \cdot 10^3 \text{ м}; D_d = 33 \cdot 10^3 \text{ м};$$

$$D_6 = 3 \cdot 10^3 \text{ м}; \Delta t = 5 \text{ с}; t_H = 4 \text{ с}; t_k = 4,5 \text{ с}. P - ? R - ?$$

$$P = 0,87 \left[1 - \frac{33^2 \cdot 10^6 + 33 \cdot 3 \cdot 10^6 + 3^2 \cdot 10^6}{3 \cdot (45)^2 \cdot 10^6} \right] = 0,7; \quad (10)$$

$$R = \frac{0,9}{5} \cdot \frac{4,5 + 4}{2} \left[\frac{33^2 \cdot 10^6 + 33 \cdot 3 \cdot 10^6 + 3^2 \cdot 10^6}{3 \cdot (45)^2 \cdot 10^6} - \frac{(33 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^3)(33^2 \cdot 10^6 + 3^2)}{4 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 45^2 \cdot 10^6} \right] = \quad (11)$$

$$= 0,765 [0,2956 - 0,00976] = 0,15.$$

В умовах, коли одночасно діють N одиниць, тобто група розвідників, розподілення цілей в ПБУ збільшує ефективність її знищення і зменшує ризик ураження ОК противником.

2. Модель для оцінки максимальних можливостей ППО СВ щодо знищення групи розвідників зі складу ЗРН під час організованого і неорганізованого розподілення цілей.

Максимальна кількість N^* знищення ЗПН із n одиниць досягається лише за умови організованого розподілення цілей засобів ППО, наприклад, m ЗРК на n одиниць ЗПН, коли $m > n$.

В середньому на кожну одиницю отримують $m/n = k + Q$ ЗРК, де Q – залишок. Тому доцільно призначати на $(n - nQ)$ цілей « k » ЗРК, а на nQ цілей – $(k + 1)$ ЗРК, тобто цілу кількість ЗРК. При цьому математичне сподівання кількості знищених

одиниць ЗПН дорівнює

$$N^*(m, n) = n(1 - Q) \left[1 - (1 - P)^k \right] + nQ \left[1 - (1 - P)^{k+1} \right], \quad (12)$$

де P – ймовірність знищення одиниці ЗПН одним ЗРК; k – кількість ЗРК на одиницю ЗПН.

Приклад 2. $n = 12$ од.; $m = 27$ ЗРК; $P = 0,7$. $N^* - ?$

$$m/n = 27/12 = k + \theta = 2 + 3/12; \Rightarrow k = 2; \theta = 1/4.$$

$$N^* = 12(1 - 1/4) \times$$

$$\times \left[1 - (1 - 0,7)^2 \right] + 12 \cdot (1/4) \left[1 - (1 - 0,7)^3 \right] = 11,11 \text{ од.}$$

Під час неорганізованого розподілення цілей, коли зенітні ракетні засоби вибирають собі цілі самі, ймовірність знищення однієї цілі дорівнює $\left[1 - (1 - P/n)^m \right]$, а математичне сподівання, за умовою прикладу 1, дорівнює

$$N^* = n \left[1 - (1 - P/n)^m \right] = \quad (13)$$

$$= 12 \left[1 - (1 - 0,7/12)^{27} \right] = 9,6 \text{ од.}$$

Відношення N^*/N , таким чином, є показником ефективності розподілення цілей.

Приклад 3. $n = 12$ од.; $m = 27$ ЗРК; $P = 0,95$. $N^*/N - ?$

$$N^* = 12(1 - 1/4) \left[1 - (1 - 0,95)^2 \right] + 12 \cdot (1/4) \left[1 - (1 - 0,95)^3 \right] = 11,98.$$

$$N = 12 \left[1 - (1 - 0,95/12)^{27} \right] = 10,7 \Rightarrow N^*/N = 1,12.$$

Приклад 4. $n = 12$; $m = 13$; $P = 0,7$. $N^*/N - ?$

$$m/n = 13/12 = k + \theta = 1 + 1/12; \Rightarrow k = 1; \theta = 1/12.$$

$$N^* = 12(1 - 1/12) \left[1 - (1 - 0,7) \right] + 12 \cdot (1/12) \left[1 - (1 - 0,7)^2 \right] = 8,61.$$

$$N = 12 \left[1 - (1 - 0,7/12)^{13} \right] = 6,5 \Rightarrow N^*/N = 1,32.$$

Приклади 1, 2, 3 показують, що ефективність організованого розподілення цілей збільшується суттєво в умовах, коли кількість засобів ППО СВ приблизно дорівнює кількості ЗПН противника. За умовою дуельного характеру дії розвідників у відповідь на дії ЗРК, математичне очікування числа уражених противником ЗРК ППО СВ визначається подібно (13) формулою

$$M^*(n, m) = m \left[1 - (1 - R/m)^n \right]. \quad (14)$$

Приклад 5. $n = 12$; $m = 27$; $R = 0,15$. $M^*(n, m) - ?$

$$M^*(12, 27) = 27 \left[1 - (1 - 0,15/27)^{12} \right] = 1,75$$

Приклад 6. $n = 12$; $m = 13$; $R = 0,15$. $M^*(n, m) - ?$

Згідно (14) отримуємо число уражених ЗРК

$$M^*(12, 13) = 13 \left[1 - (1 - 0,15/13)^{12} \right] = 1,69.$$

У випадку, коли кожний розвідник відкриває вогонь у відповідь лише на перший постріл ЗРК, доцільно обчислювати математичне сподівання

кількості уражених противником ЗРК за формулою

$$M^*(n, m) = m \left[1 - (1 - R)^{n/m} \right]. \quad (15)$$

Приклад 7. $n = 12$; $m = 13$; $R = 0,15$. $M^*(n, m) - ?$

$$M^*(12, 13) = 12 \left[1 - (1 - 0,15)^{12/13} \right] = 1,67.$$

Отримані в прикладах (5) – (7) результати, що визначені при різних числах ЗРК, які призначені УПБУ для знищення розвідників, показують доцільність призначити кількість ЗРК, що приблизно дорівнює за чисельністю групі розвідників із ЗПН.

3. Модель для оцінки можливостей ППО СВ щодо знищення кожного ЗПН в потоці.

За умовою, коли відомі середній інтервал часу між цілями в потоці ЗПН дорівнює \bar{t}_n і середній час завантаженості кожної зенітної ракетної системи конкретного типу дорівнює \bar{t}_c , ймовірність прольоту цілі необстріляною дорівнює

$$\bar{P}_H = (1/\bar{t}_n)^2 / \left[(1/\bar{t}_n)^2 + (1/\bar{t}_n)(1/\bar{t}_c) \right]. \quad (16)$$

Приклад 1. $\bar{t}_n = 10c$; $\bar{t}_c = 5c$; $\bar{P}_H = 0,333$.

За умовою, коли ЗРС різнотипні і розташовані у два ешелони, при цьому $\bar{t}_{c2} < \bar{t}_{c1}$, ця ймовірність прольоту дорівнює

$$\bar{P}_{H1,2} = (1/\bar{t}_n)^2 / \left[(1/\bar{t}_n)^2 + (1/\bar{t}_n)(1/\bar{t}_{c1} + 1/\bar{t}_{c2}) + \frac{(1/\bar{t}_{c1})(1/\bar{t}_{c2})}{1/\bar{t}_n + 1/\bar{t}_{c2}} \left[2(1/\bar{t}_n) + 1/\bar{t}_{c1} + 1/\bar{t}_{c2} \right] \right]. \quad (17)$$

Приклад 2. $\bar{t}_n = 10c$; $\bar{t}_{c1} = 5c$; $\bar{t}_{c2} = 3c$; $\bar{P}_{H1,2} = 0,057$.

Ймовірність знищення цілі за допомогою першої ЗРС, що має ймовірність ураження цілі $P_1 = 0,7$, під час обстрілу її двома ($k = 2$) ракетами, при $\bar{t}_n = 10c$; $\bar{t}_{c1} = 5c$ дорівнює

$$P_y = \frac{(1/\bar{t}_{c1})P_{1k}}{(1/\bar{t}_n + 1/\bar{t}_{c1})} = \frac{(1/\bar{t}_{c1}) \left[1 - (1 - P_1)^k \right]}{(1/\bar{t}_n + 1/\bar{t}_{c1})} = 0,607. \quad (18)$$

Ймовірність знищення цілі в потоці ЗПН з інтервалом часу \bar{t}_n під час послідовної дії двох різно-

типних ЗРС, за умовою, що час прольоту цілі приблизно дорівнює часу обстрілу, становить

$$P_{y1,2} = \frac{(1/\bar{t}_{c1})P_1}{\frac{1}{\bar{t}_n} + \frac{1}{\bar{t}_{c1}}} + \frac{(1/\bar{t}_{c2})P_2}{\left[1 - \frac{(1/\bar{t}_{c1})P_1}{(1/\bar{t}_n + 1/\bar{t}_{c1})} \right] \cdot \frac{1}{\bar{t}_n} + \frac{1}{\bar{t}_{c2}}}. \quad (19)$$

Приклад 3. $\bar{t}_n = 10c$; $\bar{t}_{c1} = 5c$; $\bar{t}_{c2} = 3c$; $P_1 = 0,7$, $P_2 = 0,5$. $P_{y1,2} - ?$

$$P_{1,2} = \frac{(1/5) \cdot 0,7}{\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{5} \right)} + \frac{(1/3) \cdot 0,5}{\left[1 - \frac{(1/5) \cdot 0,7}{(1/10 + 1/5)} \right] (1/10) + \frac{1}{3}} = 0,898.$$

Висновки

1. В умовах, коли одночасно діє група розвідників, розподілення цілей в ПБУ збільшує ефективність її знищення і зменшує ризик ураження зенітних ракетних комплексів противником.

2. Ефективність організованого розподілення цілей збільшується суттєво в умовах, коли кількість засобів ППО СВ приблизно дорівнює кількості ЗПН противника.

3. Під час дії ЗПН в потоці, ймовірність прольоту цілі необстріляною в умовах дії послідовно двох ЗРК зменшується більш ніж в 5 разів; по-друге, ймовірність знищення кожної цілі в потоці ЗПН збільшується в цих умовах в 1,5 рази.

Список літератури

1. Венцель Е.С. Исследование операций / Е.С. Венцель. – М.: Сов. радио, 1972. – 551 с.
2. Чуев Ю.В. Исследование операций в военном деле / Ю.В. Чуев. – М.: Воениздат, 1970. – 256 с.
3. Чуев Ю.В. Технические задачи исследования операций в военном деле / Ю.В. Чуев, Г.Л. Спехова. – М.: Сов. радио, 1971. – 296 с.
4. Кириченко І.О. Математичні основи теорії дуельного бою / І.О. Кириченко, Л.Г. Раскин. – Х.: ИВВ МВС України, 2005. – 290 с.

Надійшла до редколегії 2.03.2010

Рецензент: д-р техн. наук, доц. В.В. Скачков. Науковий центр БЗ Сухопутних військ, Одеса.

ЙМОВІРНІСНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ОЦІНКИ ЕФЕКТИВНОСТІ ТА РИЗИКУ БОЙОВОЇ ПРОТИДІЇ ЗАСОБІВ ППО СВ І ЗПН

В.М. Клименко, В.М. Оленев, Б.О. Дем'янчук

Обговорюється моделі, для оцінки ефективності та ризику протидії засобів протиповітряної оборони сухопутних військ одиночним і груповим розвідникам противника, а також протидії потоку засобів повітряного нападу потоку засобів повітряного нападу. Показано, що ймовірність прольоту цілі необстріляною в умовах послідовного впливу двох комплексів збільшується в 3 – 5 разів, а ймовірність ураження кожної цілі в потоці – в 1,5 рази.

Ключові слова: ймовірнісні моделі, протидія розвідникам противника, знищення потоку ЗПН.

PROBABILITY MODELS FOR ASSESSMENT OF EFFECTIVENESS AND RISKS OF OPPOSITION OF AIR DEFENSE FACILITIES OF LAND FORCES AND AIR ATTACK WEAPONS

V.M. Klymenko, V.M. Olenev, B.O. Demyanchuk

The models for assessment of effectiveness and risks of opposition of air defense facilities of land forces to single and group enemy scouts, as well as opposition to the stream of air attack weapons are discussed. The probability of target servicing in case of complex action in two echelons is shown to increase in 3 – 5 times, and the probability of the destruction of each target in the stream – in 1.5 times.

Keywords: probability models, opposition to enemy scouts, destruction of the stream of air attack weapons.