

УДК 519.816

А.А. Адаменко

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

## ДИНАМІЧНІ НЕЧІТКІ МНОЖИНИ

*Проведено аналіз розвитку математичної теорії прийняття рішень в умовах невизначеності. Проаналізовані переваги та недоліки теорії нечітких множин. Обґрунтована наявність динамічних моделей, у рамках яких або протягом використання яких доцільно передбачати можливість зміни виду функцій приналежності нечітких множин, за допомогою яких в умовах невизначеності описуються деякі знання чи явища. Запропоновано поняття динамічної нечіткої множини, використання якого доцільно у таких динамічних моделях.*

**Ключові слова:** невизначеність, динамічні моделі, нечіткі множини.

### Вступ

**Постановка проблеми та аналіз літератури.** В задачах прийняття рішень часто виникають ситуації, коли не вдається уникнути або якось спростити проблему відсутності однозначності при вивченні тих чи інших об'єктів, явищ тощо. Інакше кажучи, прийняття рішення проводиться в умовах невизначеності, що ускладнює прийняття раціонального рішення. Причиною виникнення невизначеності при вирішенні різного роду задач можуть стати як об'єктивні, так і суб'єктивні фактори. Об'єктивні фактори обумовлені існуванням об'єктів та явищ зовнішнього світу з неоднозначними характеристиками. В свою чергу, суб'єктивні фактори пов'язані з індивідуальними відмінностями сприйняття об'єктів та явищ зовнішнього світу різними людьми та їх індивідуальними манерами реагування на ці явища.

Тривалий час апарат наукового пізнання та аналізу явищ зовнішнього світу базувався на в деякій мірі штучно введених закономірностях формальної логіки, на строгих описах складних об'єктів за допомогою математичних абстракцій та на інших чітко визначених наукових принципах та положеннях. Використання цього апарату не дозволяло вести мову про об'єктивне існування різного роду невизначеностей та необхідність їх урахування при вирішенні практичних задач, що містять суттєві невизначеності.

Найбільш поширеною традиційною математичною теорією для рішення задач в умовах невизначеності стала теорія ймовірностей. Однак розуміння її обмеженості, особливо для ситуацій, де невизначеність має місце, але вона не має стохастичної природи (наприклад, якісні

характеристики об'єктів; події, що не носять масового характеру; відсутність можливості зробити висновок про розподіл випадкової величини, що відображає той чи інший фактор, тощо), призвело до появи та широкого використання лінгвістичних змінних та теорії нечітких множин, що були запропоновані американським математиком Л.А. Заде [1].

Теорія нечітких множин надала можливість застосовувати математичні методи до постановки та рішення задач в умовах невизначеності, що раніше навіть не передбачали можливість будь-якого формалізованого опису або підлягали формалізації за рахунок штучного введення однозначності чи введення припущень щодо стохастичної природи невизначеності, застосовуючи при цьому теорію ймовірностей.

Звичайно, теорія нечітких множин має свої недоліки. До одного із її недоліків, на якому в основному і базуються аргументи противників цієї теорії, можна віднести суб'єктивність при формуванні функцій приналежності нечітких множин.

Дійсно, рішення про вид функцій приналежності нечітких множин, що описують ті чи інші поняття чи знання, приймаються на базі знань та суб'єктивних думок експертів і в цілому носять суб'єктивний характер (незважаючи на можливість подальшої математичної обробки цих знань та думок з метою отримання кількісних характеристик функцій приналежності).

Сьогодні можливості дослідників значно розширені завдяки введенням нетрадиційних (векторозначних, інтервалозначних, нечіткозначних, гетерогенних, двоосновних та інших [2]), а також гібридних нечітких множин, що в

різній мірі дозволяють зменшити негативну дію суб'єктивності нечітких множин.

На нашу думку, до існуючих недоліків нечітких множин, що значно обмежують доцільність їх використання особливо в динамічних задачах, слід також віднести їх статичність, тобто неврахування можливості зміни виду функції приналежності нечіткої множини в рамках побудованої моделі або впродовж часу її використання.

**Мета статті.** Стаття має на меті обґрунтування можливості зміни виду функції приналежності нечіткої множини в рамках побудованої моделі або впродовж часу її використання та запропонувати новий вид нечітких множин – динамічні нечіткі множини, що дозволяють задавати "закон" зміни виду функції приналежності нечіткої множини.

### Розділ основного матеріалу

Нехай проводяться дослідження, в рамках яких розробляється модель деякого об'єкту чи явища. Прийняття рішення щодо функції приналежності нечітких множин, що описують деякі поняття чи знання про цей об'єкт (явище) в умовах невизначеності, здійснюється ОПР (експертом, дослідником тощо) в деякий визначений момент часу на базі існуючих на час прийняття рішення підґрунтях (складових), а саме: стану об'єкту, що досліджується; наявності у ОПР інформації про нього; особливостей сприйняття ОПР цієї інформації та самого об'єкту (у тому числі емоційних); цільових установок ОПР та інше.

Звичайно, існують поняття чи знання про деякий об'єкт (явище), при описі яких нечіткою множиною приймається рішення про вид її функції приналежності на базі складових, що більш-менш устатковані (постійні) в рамках побудованої моделі та впродовж усього часу, протягом якого планується використання цієї моделі. До таких нечітких множин, функція приналежності яких не змінюється або зміни яких є несуттєвими у рамках побудованої моделі та впродовж часу її використання можна застосувати термін статичні нечіткі множини.

Але для окремих понять чи знань можна виділити лише окремі проміжки часу або умови, де можна вести мову про незмінність складових, на базі яких приймається рішення про вид функцій приналежності нечітких мно-

жин, що описують ці поняття чи явища. В рамках побудованої моделі або впродовж часу, протягом якого планується використання цієї моделі, ці складові, на яких базувалося рішення про функцію приналежності нечіткої множини, можуть змінюватися ("старіти").

Це в свою чергу ставить під сумнів адекватність нечітких множин, що будуть описувати відповідні знання чи явища у той момент, коли складові "застаріли", а також достовірність результатів, що будуть отримані з використанням "застарілих" функцій приналежності нечітких множин. Це також може привести до неадекватного сприйняття ОПР (дослідником тощо) цих результатів у майбутньому та інших негативних наслідків.

Причини "старіння" функцій приналежності нечітких множин мають як об'єктивну так і суб'єктивну природу. До об'єктивних причин слід віднести динамічність об'єкту чи явища, що вивчається, а також середовища, в умовах якого вони розглядаються. Суб'єктивні причини обумовлюються змінами з часом внутрішнього світу ОПР, особливостей сприйняття ним об'єкту чи явища, що вивчаються, а також середовища, в умовах якого вони розглядаються, та інше.

Слід зауважити, що "старіння" функцій приналежності нечітких множин може здійснюватися в залежності від значень не тільки одної змінної (наприклад, часу), а й декількох змінних.

Приведемо декілька прикладів виникнення подібних ситуацій.

Поняття "велика швидкість обробки інформації" в професійному середовищі з часом змінюється у зв'язку з виникненням та використанням нових науково-технічних досягнень. Поняття "потрібний рівень втрат противника" у ході операції (бойових дій) може змінюватися в залежності від змін як внутрішньої (наприклад, введення резерву), так і зовнішньої обстановки (наприклад, від результатів ведення бойових дій на інших напрямках).

Поняття "молода людина" або "недорогий автомобіль" для однієї і тієї ж людини може відрізнятися в залежності від його віку та фінансового становища відповідно, що можуть змінюватися у часі.

Дійсно, можливість зміни виду функцій приналежності нечіткої множини можливо вра-

хувати шляхом проведення деякої операції (комплексу операцій) над цією нечіткою множиною. Але відповідно до принципу узагальнення [1], що покладається в основу при проведенні операцій над нечіткими множинами, ці операції застосовуються однаково як до елементів носія нечіткої множини, так і до відповідних їм значень функції приналежності (згідно прийнятих в рамках конкретної моделі правил проведення цих операцій над нечіткими множинами). Цей підхід не можливо застосувати у випадках, коли елементи носія нечіткої множини і відповідні їм значення функції приналежності змінюються за різними "законами".

У зв'язку з цим введемо поняття динамічної нечіткої множини.

Під динамічною нечіткою множиною будемо розуміти нечітку множину  $\bar{A}$ , що описує деякі знання чи явище у рамках окремої побудованої моделі і функція приналежності якої може змінюватися у рамках цієї моделі або впродовж часу, протягом якого планується її використання.

Для подальшого використання динамічної нечіткої множини будемо позначати символом " $\rightarrow$ " зверху символічного представлення нечіткої множини, як це наведено вище.

Динамічну нечітку множину  $\bar{A}$  будемо задавати у вигляді:

$$\bar{A} = \{X, \mu_{\bar{A}}(x), \gamma(\mu_{\bar{A}}(x), T)\},$$

де  $X = \{x\}$  – універсальна множина елементів  $x$  (дискретна або безперервна);

$\mu_{\bar{A}}(x)$  – функція приналежності елементів універсальної множини  $X$  до нечіткої множини  $\bar{A}$  на момент прийняття рішення, що ставить у відповідність кожному елементу  $x$  універсальної множини  $X$  значення функції приналежності в інтервалі  $[0, 1]$ ;

$T = \{t_i\}, i = \overline{1, n}$  – дискретна множина  $n$  змінних  $t_i$  (параметрів), що у рамках побудованої моделі або впродовж часу, протягом якого планується її використання, можуть приймати свої можливі значення, в залежності від яких може змінюватися вид функції приналежності  $\mu_{\bar{A}}(x)$ ;

$\gamma(\mu_{\bar{A}}(x), T)$  – деяка функція або довільне відображення (можливо навіть нечітке), що за-

дає умови, а також порядок (закон) зміни виду функції приналежності  $\mu_{\bar{A}}(x)$  в залежності від значень змінних  $t_i$  – елементів множини  $T$ . В подальшому цю функцію будемо називати фазовою функцією динамічної нечіткої множини.

Якщо множина  $T$  містить лише одну змінну, то будемо вести мову про однопараметричну динамічну нечітку множину й фазова функція буде задаватися у виді  $\gamma(\mu_{\bar{A}}(x), t)$ .

У разі, коли множина  $T$  буде містити дві і більше змінних, то таку динамічну нечітку множину будемо називати багатопараметричною.

Якщо порівняти форму опису динамічної нечіткої множини з формою опису звичайної (статичної) нечіткої множини, що прийнято у класичній теорії нечітких множин, то неважко замітити їх різницю лише додатковим введенням фазової функції при описі динамічних нечітких множин. Слід зауважити, що введення фазової функції, на нашу думку, не тягне за собою зміни властивостей нечітких множин або додаткових вимог щодо здійснення операцій над ними. Фазова функція лише визначає вид функції приналежності нечіткої множини на конкретний час проведення операцій над нею.

В якості одного із способів визначення фазової функції динамічної нечіткої множини можна розглядати визначення умов, коли вид функції приналежності нечіткої множини змінюється шляхом проведення унарних операцій множення нечіткої множини на число або ступенювання нечіткої множини. Слід зауважити, що при введенні в теорії нечітких множин операцій концентрування та розтягу для нечітких множин вже тоді авторами розглядалася можливість зміни виду функції приналежності нечіткої множини у рамках побудованої моделі або протягом часу її використання.

Дійсно, застосування операції концентрування до нечіткої множини означає зменшення невизначеності у визначенні цієї множини, що може бути внаслідок отримання додаткової інформації, що уточнює деякі аспекти відповідної предметної області. Застосування операції розтягу навпаки означає посилення невизначеності у визначенні нечіткої множини, що може бути наслідком або втрати частини інформації, або отримання інформації про додаткові фактори,

що були враховані в початковій нечіткій моделі.

Інший спосіб визначення фазової функції динамічної нечіткої множини полягає у визначенні функціональних залежностей для параметрів, що визначають "поведінку" функції приналежності нечіткої множини. Приведемо приклад застосування даного способу визначення фазової функції для однопараметричної динамічної нечіткої множини, що задає поняття "Величина  $x$  велика" (рис. 1).

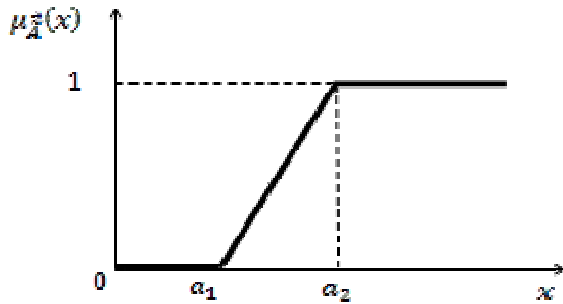


Рис. 1. Функція приналежності нечіткої множини "Величина  $x$  велика"

Нехай  $X$  – універсальна множина дійсних чисел. Функція приналежності динамічної нечіткої множини  $\bar{A}$  на момент прийняття рішення має вид:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } 0 \leq x < a_1; \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & \text{якщо } a_1 \leq x < a_2; \\ 1, & \text{якщо } x \geq a_2. \end{cases}$$

Визначення фазової функції  $\gamma(\mu_{\bar{A}}(x), t)$

може полягати у визначенні функціональної залежності параметрів  $a_1, a_2$  від деякої змінної  $t$ , що у рамках побудованої моделі або впродовж

часу її використання може приймати можливі значення, тобто:  $a_1 = f(t), a_2 = \varphi(t)$ , де  $f(t), \varphi(t)$  – деякі функції від змінної  $t$ .

В цьому напрямку корисними можуть також бути методи, що застосовуються у нечітких нейронних мережах та адаптивних нечітких системах [3].

Насправді, фазова функція динамічної нечіткої множини може мати довільний вид (наскільки завгодно складний) і способи її визначення потребують окремого дослідження.

## Висновки

Таким чином, мають місце моделі, у рамках яких або протягом використання яких доцільно передбачати можливість зміни виду функцій приналежності нечітких множин, що в умовах невизначеності описують деякі знання чи явища. У цьому випадку доцільним є використання динамічних нечітких множин, поняття яких введено в цій статті.

## Список літератури

1. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л.А. Заде. – М.: Мир, 1976. – 165 с.
2. Прикладные нечеткие системы: пер. с япон. / [К. Асаи, Д. Ватада, С. Иваи и др.]; под редакцией Т. Тэрано, К. Асаи, М. Сугэно. – М.: Мир, 1993. – 368 с.
3. Яхьяева Г.Э. Нечеткие множества и нейронные сети: учебное пособие / Г.Э. Яхьяева; 2-е изд., испр. – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 316 с.

Надійшла до редколегії 15.02.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Більчук, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## ДИНАМИЧЕСКИЕ НЕЧЕТКИЕ МНОЖЕСТВА

А.А. Адаменко

Проведен анализ развития математической теории принятия решений в условиях неопределенности. Проанализированы преимущества и недостатки теории нечетких множеств. Обосновано наличие динамических моделей, в рамках которых или в течение использования которых целесообразно предусматривать возможность изменения вида функций принадлежности нечетких множеств, с помощью которых в условиях неопределенности описываются некоторые знания или явления. Предложено понятие динамического нечеткого множества, использование которого целесообразно в таких динамических моделях.

**Ключевые слова:** неопределенность, динамические модели, нечеткие множества.

## DYNAMIC FUZZY SETS

A.A. Adamenko

The analysis of development of mathematical theory of making a decision is conducted in the conditions of vagueness. Advantages and lacks of theory of fuzzy sets are analysed. The presence of dynamic models, within the framework of which or during the use of which it is expedient to foresee possibility of change of type of functions of belonging of fuzzy sets by which in the conditions of vagueness some knowledges or phenomena are described, is grounded. The concept of dynamic fuzzy set the use of which expediently in such dynamic models is offered.

**Keywords:** vagueness, dynamic models, fuzzy sets.