

---

УДК 538.566

Ю.А. Гусак<sup>1</sup>, М.Ю. Гусак<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України, Київ

<sup>2</sup>Національний технічний університет України "КПІ", Київ

## **РІВНЯННЯ РУХУ СНАРЯДА В БЕЗКОНТАКТНОМУ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНОМУ ПРискорювачі ПРИ РІЗНИХ РЕЖИМАХ ПРискорення**

*У статті аналізується процес прискорення снаряду в безконтактному електродинамічному прискорювачі на основі моделі індукційного прискорення кілець та дається вивід рівняння руху снаряда для аперіодичного та критичного режимів прискорення.*

**Ключові слова:** безконтактний електродинамічний прискорювач, рівняння руху, снаряд.

### **Вступ**

Одним з перспективних напрямів розвитку озброєння та військової техніки, в основі яких лежить електродинамічний принцип прискорення

снарядів, є безконтактний спосіб прискорення. Але ефективність цього способу у порівнянні, наприклад, з контактним способом прискорення поки ще досить низька.

Разом з тим, він має низку переваг перед контактним способом прискорення, наприклад, відсутність тертя з системою прискорення чи її випалення у результаті протікання мегаамперних токів тощо [1]. Це робить його більш привабливим для створення нових зразків озброєння. Тому актуальним на сьогодні є пошук напрямів підвищення ефективності безконтактних прискорювачів за рахунок оптимального використання накопиченої енергії.

Теоретичному дослідженню безконтактних прискорювачів присвячено багато наукових робіт. В перших роботах в основу теорії безконтактних прискорювачів була покладена досить складна теорія кумуляції магнітного поля. На даний час найбільше поширення отримала модель індукційного прискорення кілець [2, 3].

**Метою роботи** є дослідження на основі моделі індукційного прискорення кілець безконтактного електродинамічного прискорювача накопичувачем енергії конденсаторного типу та вивід рівняння руху для прискорюваного снаряда.

### Основний розділ

В основі моделі індукційного прискорення кілець, лежить той факт, що на провідник з током  $I_1$ , який знаходиться у зовнішньому магнітному полі  $H_2$ , в результаті взаємодії току з цим полем, виникає сила, що переміщує провідник. При цьому сила  $F_a$ , яка діє на провідник з током довжиною  $l$  визначається таким виразом [4]

$$F_a = \mu_a^n I_1 [lH_2], \quad (1)$$

де  $\mu_a^n$  – абсолютна магнітна проникливість матеріалу провідника;

а сила взаємодії двох концентрично паралельних провідникових витків радіуса  $R$

$$F_a = 2\pi\mu_a R I_1 H_2, \quad (2)$$

де  $I_1$  – електричний струм у першому витку;

$$H_2 = I_2 \frac{z}{2\pi R} \frac{1}{\sqrt{4R^2 + z^2}} \left[ -K + \left( \frac{2R^2}{z^2} + 1 \right) N \right]; \quad (3)$$

– напруга магнітного поля в площині другого витка, яка створює напругу магнітного поля на поверхні першого витка під час протікання електричного струму  $I_2$  у другому витку;  $K$  та  $N$  – повні еліптичні інтеграли першого та другого роду відповідно.

Припустимо, що відстань між витками  $z \ll R$ , тоді з виразу (3) маємо

$$H_2 \approx \frac{I_2}{2\pi R} \frac{z}{2R} \left[ -K + \frac{2R^2}{z^2} N \right] = \frac{I_2 A}{2\pi R} \left[ -K + \frac{1}{A^2} N \right], \quad (4)$$

де  $A = \frac{z}{2R} = \frac{z}{d}$  – відношення відстані між кільцями до їх діаметру  $d = 2R$ , внаслідок чого

$$F_a \approx \mu_a I_1 I_2 \frac{R}{z} = \mu_a I_1 I_2 \frac{1}{2A}. \quad (5)$$

Індуктивну взаємодію двох кілець можна знайти з виразу

$$M = 2\mu_a^c \frac{R}{k} \left[ \left( 1 - \frac{k^2}{2} \right) K - N \right], \quad (6)$$

$$\text{де } k^2 = \frac{4R^2}{4R^2 + z^2} = \frac{1}{1 + A^2}; \quad (7)$$

$\mu_a^c$  – абсолютна магнітна проникливість середовища.

В моделі індукційного прискорення кілець безконтактний прискорювач снарядів з накопичувачем енергії конденсаторного типу представляють у вигляді електричної схеми двох контурів з індуктивностями  $L_1$  та  $L_2$ , які мають індуктивний зв'язок  $M$  (рис. 1).

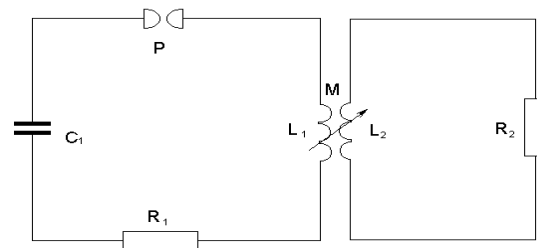


Рис. 1. Електрична схема безконтактного прискорювача

При цьому перший контур – прискорювальна система, складається з опору  $R_1$ , індуктивності  $L_1$ , розрядника  $P$  та конденсаторного накопичувача  $C_1$ , а другий контур – прискорюване тіло (снаряд) – з індуктивності  $L_2$  та омичного опору  $R_2$ .

Фізичні процеси, які протікають в безконтактному прискорювачі під час прискорення снаряду масою  $m$  опишемо рівняннями руху та рівняннями Кірхгофа для першого та другого контурів.

Рівняння руху  $F_p = ma$ , де  $a = \frac{d^2 z}{dt^2}$  – прискорення снаряда, за умови, що  $F_p = F_a$  запишемо у такому вигляді

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\mu_a^n \frac{I_1 I_2 R}{m z}. \quad (8)$$

З виразу (8) видно, що прискорення прямо пропорційно залежить від сили електричного струму у прискорюваній системі (першому витку), його радіусу та магнітних властивостей середовища і обернено пропорційно – від маси снаряда та його відстані від прискорюваної системи.

Рівняння Кірхгофа для першого та другого контурів запишемо у такому вигляді

$$\frac{dI_1}{dt} = -\frac{1}{L_1} \frac{d}{dt} (MI_2) - \frac{R_1}{L_1} I_1 - \frac{1}{L_1 C_1} \int I_1 dt; \quad (9)$$

$$\frac{dI_2}{dt} = -\frac{1}{L_2} \frac{d}{dt} (MI_1) - \frac{R_2}{L_2} I_2, \quad (10)$$

де  $I_1, I_2$  – токи у першому та другому контурах;  $M$  – взаємодукація прискорювача та снаряда, яка виражається формулами (6) та (7).

Вирази (8) – (10) утворюють систему диференціальних рівнянь, яка описує процес прискорення снаряду у безконтактному прискорювачі при умові, що напруга магнітного поля в площині прискорювача описується виразом (4), а їх взаємодукація виразом (6).

Проаналізуємо перехідні процеси, які відбуваються у безконтактному прискорювачі.

Розглянемо спочатку рівняння (10).

Рішення рівняння (10) є сума токів вільних  $I_{2B}$  та змушених коливань  $I_{23}$

$$I_2 = I_{2B} + I_{23}, \quad (11)$$

де  $I_{2B}$  є рішенням однорідного рівняння  $\frac{dI_2}{dt} + \frac{R_2}{L_2} I_2 = 0$  і має вигляд

$$I_{2B} = A_2 e^{p_2 t}, \quad (12)$$

де  $p_2 = -R_2/L_2$  – корінь характеристичного рівняння  $p_2 + \frac{R_2}{L_2} = 0$ .

Таким чином, електричний струм у снаряді під час його прискорення визначається виразом

$$I_2 = A_2 e^{-t/\tau_{02}} + I_{23} = A_2 e^{-t/\tau_{02}} + MI_1, \quad (13)$$

де  $\tau_{02} = L_2/R_2$  – постійна часу в електричному колі снаряда;  $I_{23} = MI_1$  – змушені коливання.

З виразу (13) при  $t = 0$  для коефіцієнту  $A_2$  маємо  $A_2 = -MI_1$ . Тоді для току  $I_2$  маємо наступний вираз

$$I_2 = MI_1 (1 - \exp((R_2/L_2) \cdot t)). \quad (14)$$

Оскільки, з електричної точки зору, прискорюваний снаряд є коротко замкнутим колом, то вираз (14) спрощується

$$I_2 = MI_1 \exp((R_2/L_2) \cdot t). \quad (15)$$

Таким чином, величина індукованого у снаряді струму  $I_2$  залежить від взаємодукації прискорювача та снаряду  $M$ , величини струму у прискорювачі  $I_1$ , а також від індуктивності  $L_1$  та електричної ємності  $C_1$  снаряду. Зрозуміло, що чим більше величина взаємодукації, тим більше струм  $I_2$ .

Крім того, зрозуміло, що для того, щоб накопичена в індуктивності  $L_2$  енергія витратилася повністю під час прискорення  $t_a$  необхідно, щоб час прискорення був не менше постійної часу снаряду, тобто

$$t_a \geq \tau_{02} = \frac{L_2}{R_2}. \quad (16)$$

Розглянемо тепер рівняння (9).

Запишемо рівнянням (9) через напругу на клеммах конденсаторного накопичувача  $U$

$$\frac{d^2 U}{dt^2} + \frac{R_1}{L_1} \frac{dU}{dt} + \frac{U}{L_1 C_1} = 0, \quad (17)$$

загальним рішенням якого є

$$U = U_1 e^{k_1 t} + U_2 e^{k_2 t}, \quad (18)$$

де  $k_1$  та  $k_2$  корні характеристичного рівняння

$$k^2 + 2\alpha k + \omega_0^2 = 0, \quad (19)$$

$$\alpha = \frac{R_1}{2L_1} \quad (20)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}. \quad (21)$$

Тоді для  $k_1$  та  $k_2$  маємо

$$k_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + \omega_0^2}. \quad (22)$$

Як відомо, у цьому випадку перехідний процес може мати аперіодичний, критичний та коливальний характер. Нас буде більше цікавити аперіодичний та критичний режими, оскільки в цих режимах при прискоренні снаряда енергія конденсаторного накопичувача витрачається повністю за короткий проміжок часу.

Аперіодичний процес має місце, якщо  $\alpha^2 > \omega_0^2$ , тобто з урахуванням (20) та (21)

$$R_1 > 2\sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \quad (23)$$

або через добротність контуру

$$Q = \sqrt{\frac{L_1}{R_1^2 C_1}} < \frac{1}{2}. \quad (24)$$

У цьому випадку, як відомо, обидва корні рівняння (19) дійсні, але різні

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= -\alpha + \chi \omega_0 \\ k_2 &= -\alpha - \chi \omega_0 \end{aligned} \right\}, \quad (25)$$

$$\chi = \sqrt{\frac{1}{4Q^2} - 1} = \sqrt{\frac{R_1^2 C_1}{4L_1} - 1}. \quad (26)$$

Тоді рішення рівняння (18) можна записати наступним чином

$$U = U_1 e^{(-\alpha + \chi \omega_0)t} + U_2 e^{(-\alpha - \chi \omega_0)t}.$$

Оскільки у момент часу  $t = 0$  напруга на клеммах конденсаторного накопичувача  $U = U_0$ , то для  $U_1$  та  $U_2$  маємо

$$U_1 = -U_0 \frac{-\alpha - \chi \omega_0}{2\chi \omega_0}; \quad U_2 = U_0 \frac{-\alpha + \chi \omega_0}{2\chi \omega_0}.$$

В наслідок цього напруга на конденсаторному накопичувачі в процесі прискорення при аперіодичному режимі визначається наступним виразом

$$U = U_0 e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \frac{\text{sh}(\chi \omega_0 t + \gamma)}{\text{sh} \gamma}, \quad (27)$$

де  $\gamma = \ln(\chi + \sqrt{\chi^2 + 1})$ .

Тоді струм в прискорювачі  $I_1$  в процесі прискорення при аперіодичному режимі визначається наступним чином

$$I_1 = -U_0 \sqrt{\frac{C_1}{L_1}} e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \frac{\text{sh} \chi \omega_0 t}{\text{sh} \gamma}. \quad (28)$$

Час перехідного процесу знайдемо з рішення рівняння  $\frac{U}{U_0} \Big|_{t=t_y} = 0.1$  при  $Q \leq \frac{1}{6}$ , тобто  $\omega_0 t_y \approx \frac{2,3}{Q}$ .

Якщо визначити, що час прискорення  $t_a$  дорівнює часу перехідного процесу  $t_y$  у прискорювачі, то

$$t_a = t_y = \frac{2,3}{\omega_0 Q} = 2,3 R_1 C_1. \quad (29)$$

Таким чином, можна стверджувати, що з фізичної точки зору максимальне прискорення снаряду при аперіодичному режимі буде у тому випадку, якщо час перехідного процесу  $t_y$  буде дорівнювати часу перехідного процесу  $\tau_{02}$ , тобто

$$t_a = t_y = \tau_{02}. \quad (30)$$

Тоді для ємності конденсаторного накопичувача маємо

$$C_1 = 0,43 \frac{L_2}{R_1 R_2}. \quad (31)$$

Графіки струму у прискорювачі  $I_1$  та снаряді  $I_2$  для аперіодичного режиму прискорення наведені на рис. 2 та 3 відповідно при значеннях:

$$\begin{aligned} U_0 &= 8 \cdot 10^3 \text{ В}, \quad R_1 = 0,1 \text{ Ом}, \quad R_2 = 0,001 \text{ Ом}, \\ L_1 = L_2 &= 10^{-7} \text{ Гн}, \quad C_1 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Ф}; \\ R &= 0,045 \text{ м}. \end{aligned}$$

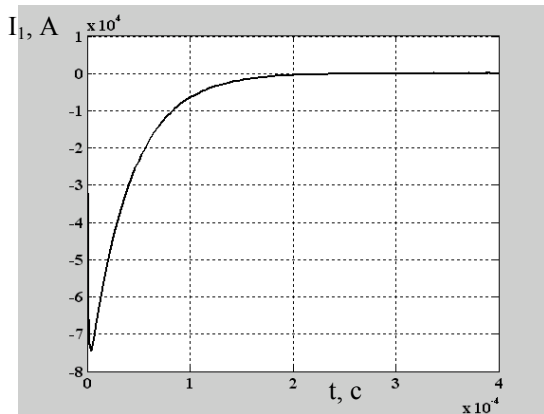


Рис. 2. Графік струму у прискорювачі  $I_1$  при аперіодичному режимі прискорення

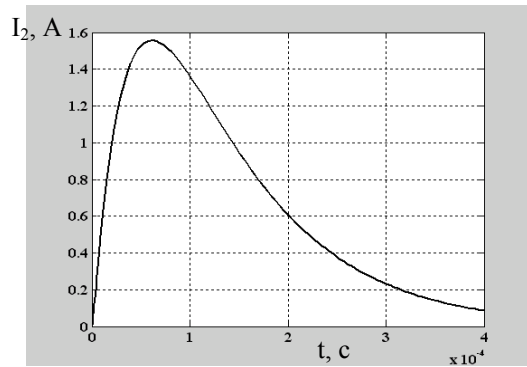


Рис. 3. Графік індукованого струму у снаряді  $I_2$  при аперіодичному режимі прискорення

Розглянемо критичний режим, який має місце, якщо  $\alpha^2 = \omega_0^2$ , тобто при

$$R_1 = 2 \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \quad (32)$$

або при

$$Q = \frac{1}{2}. \quad (33)$$

При цьому обидва корні рівняння (17) дійсні та однакові, тобто

$$k_1 = k_2 = -\alpha = \omega_0. \quad (34)$$

У цьому випадку рішенням рівняння (17) є вираз

$$U = (A_1 + B_1 t) e^{-\omega_0 t}. \quad (35)$$

Знайдемо постійні  $A_1$  та  $B_1$  з рішення рівнянь

$$\begin{aligned} U|_{t=0} &= -U_0; \\ \frac{dU}{dt} \Big|_{t=0} &= 0. \end{aligned}$$

Тоді  $A_1 = -U_0$  і  $B_1 = \omega_0 A_1$ . Підставимо їх у рівняння (35)

$$\left. \begin{aligned} U &= U_0 \left\{ 1 - (1 + \omega_0 t) e^{-\omega_0 t} \right\} \\ I_1 &= U_0 \sqrt{\frac{C_1}{L_1}} \omega_0 t e^{-\omega_0 t} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

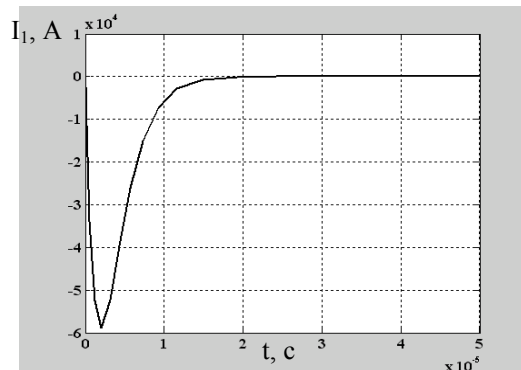


Рис. 4. Графік струму у прискорювачі  $I_1$  при критичному режимі прискорення

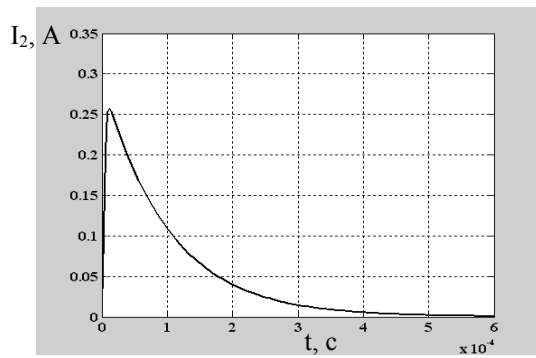


Рис. 5. Графік струму у прискорювачі  $I_2$  при критичному режимі прискорення

Час перехідного процесу при критичному режимі знаходимо аналогічно з аперіодичним режимом, враховуючи, що  $\omega_0 t_y \approx 3,9$ . Тоді

$$t_y \approx \frac{3,9}{\omega_0} = 3,9 \sqrt{L_1 C_1}. \quad (37)$$

Підставивши вираз (37) та (16) у вираз (30) отримаємо

$$C_1 = 0,07 \frac{L_2^2}{L_1 R_2^2}. \quad (38)$$

Таким чином, для того, щоб енергія, яка накопичена у конденсаторному накопичувачі була найбільш ефективно використана при прискоренні снаряду за час перехідного періоду необхідно, щоб для ємності конденсаторного накопичувача виконувалися нерівності (31) та (38) при  $Q \leq \frac{1}{6}$ .

Підставимо у рівняння (8) вирази для індукованого току в снаряді (15), току розряду конденсаторного накопичувача у аперіодичному (28) та критичному (36) режимах. Тоді рівняння руху снаряда під час прискорення мають такий вид:  
для аперіодичного режиму

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\mu_a^n \frac{RM}{mz} U_0^2 \frac{C_1}{L_1} e^{-\left(\frac{\omega_0}{Q} + \frac{R_2}{L_2}\right)t} \frac{\text{sh}^2 \chi \omega_0 t}{\text{sh}^2 \gamma}, \quad (39)$$

для критичного режиму

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\mu_a^n \frac{RM}{mz} U_0^2 \frac{C_1}{L_1} \omega_0^2 t^2 e^{-\left(2\omega_0 + \frac{R_2}{L_2}\right)t}, \quad (40)$$

де  $M$  – взаємодукація прискорювача та снаряду, яку можна знайти з виразів (6) та (7).

Графіки прискорення снаряду, швидкості, та його переміщення в процесі прискорення при аперіодичному режимі, а також графіки зміни струмів у прискорювачі та снаряді і напруги на клеммах конденсаторного накопичувача наведені на рис. 6 – 11.

Розрахунки зроблені при тих же параметрах прискорювача, але  $U_0 = 50 \cdot 10^3$  В, магнітна проникливості матеріалу снаряду  $\mu^n = 1000$  і середовища  $\mu^c = 2000$ .

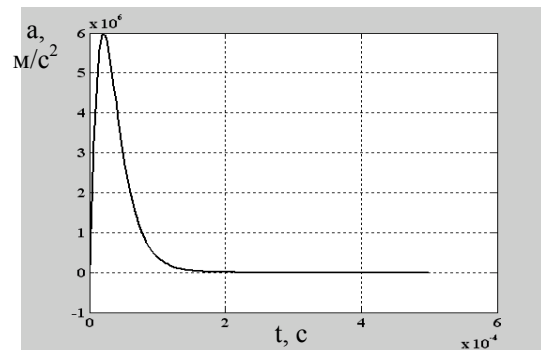


Рис. 6. Графік прискорення снаряду  $a = \frac{d^2 z}{dt^2}$

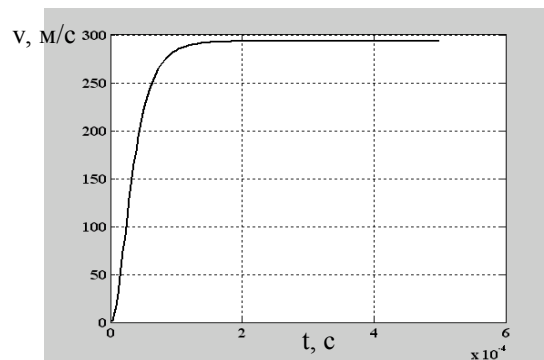


Рис. 7. Графік швидкості снаряду  $v = \frac{dz}{dt}$

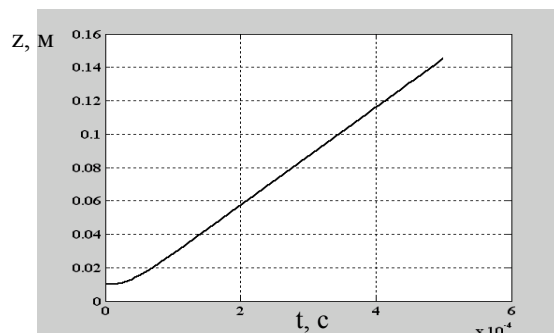


Рис. 8. Графік переміщення снаряду  $z(t)$

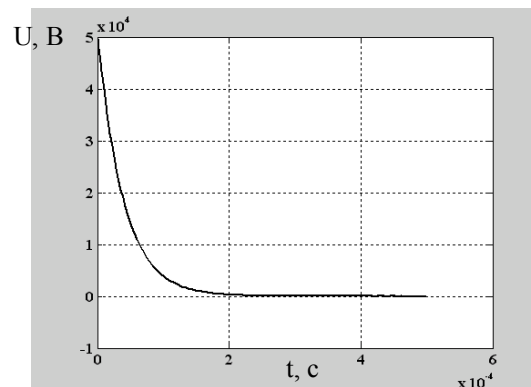
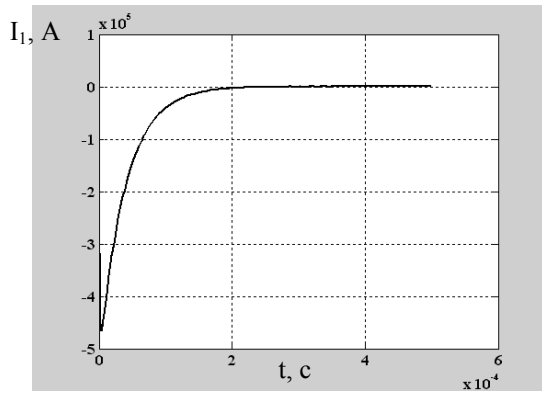
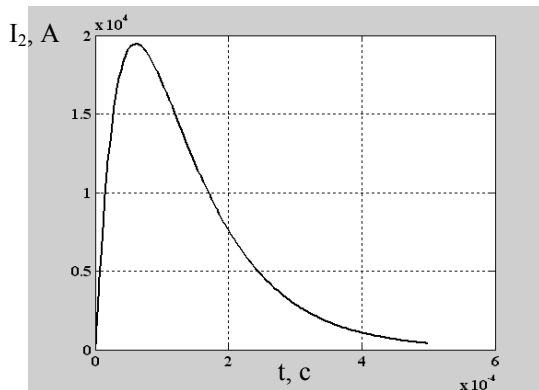


Рис. 9. Графік зміни напруги  $U(t)$  на клеммах конденсаторного накопичувача

Рис. 10. Графік зміни струму в прискорювачі  $I_1(t)$ Рис. 11. Графік індукованого у снаряді струму  $I_2(t)$ 

З графіків видно, що прискорення снаряду здійснюється під час перехідного процесу в снаряді і для вибраних параметрів снаряду становить  $\approx 1,0 \cdot 10^{-4}$  с. Струм розряду накопичувача становить  $\approx I_1 = 4,7 \cdot 10^5$  А, а індукований струм в снаряді -  $\approx I_2 = 1,9 \cdot 10^4$  А. При цьому досягається швидкість  $v = 300$  м/с, відстань прискорення становить  $z = 0,03$  м, а прискорення досягає величини приблизно  $a = 6 \cdot 10^6$  м/с<sup>2</sup>.

### Висновок

Таким чином, аналіз процесу прискорення снаряду в безконтактному прискорювачі на основі

моделі індукційного прискорення кілець показує, що між параметрами прискорювача та снаряда існують жорсткі обмеження незалежно від режиму прискорення. Крім того, значення параметрів обмежені максимально можливими значеннями напруги та струму, електричної ємності конденсаторного накопичувача, індуктивностей та току розряду накопичувача та індукованого в снаряді току.

Разом з тим, аналіз впливу параметрів снаряду на процес прискорення [5, 6] показує, що одним з можливих напрямів підвищення ефективності безконтактного прискорювача є використання нелінійних елементів у електричному колі снаряду [7].

### Список літератури

1. Замятин В.И. Анализ направлений усовершенствования кинетического оружия на основе электродинамического способа ускорения / В.И. Замятин, Ю.А. Гусак // Збірник наукових праць ХВУ. – Х.: ХВУ, 2002. – Вип. 2(40). – С. 33-37.
2. Гусак Ю.А. Перспективы развития кинетической зброї / Ю.А. Гусак, А.О. Марченко, В.В. Маишталир // Мат-ли наук.-пр. конф. «Війни XX століття і оборонна політика держави». – К.: НАОУ, 2006. – С. 228-231.
3. Колесников П.М. Электродинамическое ускорение плазмы / П.М. Колесников. – М.: Атомиздат, 1971. – 176 с.
4. Кузусев А.М. Основы радиоэлектроники (Линейные электромагнитные процессы) / А.М. Кузусев, Н.С. Голубева. – М.: Энергия, 1969. – 880 с.
5. Гусак Ю.А. Исследование электродинамических пушек на основе импульсных контактных ускорителей снарядов / Ю.А. Гусак, В.В. Маишталир // Збірник наукових праць ХВПС. – Х.: ХВПС, 2007. – Вип. 2. – С. 164-168.
6. Моделирование процесса ускорения тел с учетом изменения внутренней энергии / Ю.А. Гусак, В.И. Замятин, О.А. Окунев, Г.В. Норинчак // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2002. – Вип. 5(21). – С. 103-106.
7. Гусак Ю.А. та ін. Нелінійний об'ємний резонатор. Патент UA 21511. 15.03.2007, Бюл. № 3, 2007.

Надійшла до редколегії 21.01.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Г.В. Єрмаков, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

### УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СНАРЯДА В БЕСКОНТАКТНОМ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОМ УСКОРИТЕЛЕ ПРИ РАЗНЫХ РЕЖИМАХ УСКОРЕНИЯ

Ю.А. Гусак, М.Ю. Гусак

В статье анализируется процесс ускорения снаряда в бесконтактном электродинамическом ускорителе на основе модели индукционного ускорения колец и дается вывод уравнений движения снаряда для аперидического и критического режимов ускорения.

**Ключевые слова:** бесконтактный электродинамический ускоритель, уравнение движения.

### THE EQUATION OF THE MOVEMENT OF A SHELL IN CONTACTLESS ELECTRODYNAMICS' ACCELERATOR AT DIFFERENT MODES ACCELERATIONS

Y.A. Gusak, M.Y. Gusak

The article analyses the process of the acceleration of the shell in contactless electrodynamic's accelerator according to the model of induction accelerations of rings and gives the deduction of the equation of the movement of a shell for aperiodic and decisive mode of acceleration.

**Keywords:** a contactless electrodynamic's accelerator, an equation of the movement.