УДК 004.4

В.И. Межуев

Одесский национальный политехнический университет, Одесса

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ИНСТРУМЕНТОВ ПРЕДМЕТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Предметом статьи являются теоретические основы предметно-ориентированного моделирования, в особенности применение векторной алгебры в качестве математического формализма для порождения метамоделей предметных областей. Рассмотрена практическая реализация подхода в программных инструментах, названных Vector Logic Visual 2D и 3D Environtents (двумерная и трехмерная визуальные среды для векторной логики).

Ключевые слова: *предметно-ориентированное моделирование; векторная логика; геометрическое доказательство теорем.*

.

Введение

Предметно-ориентированное моделирование (DSM, Domain Specific Modelling) [1] есть методология современной системной инженерии, предназначенная для разработки моделей предметных областей (ПрО) при помощи специального предметно-ориентированного языка (DSL, Domain Specific Language). *Метамодель* является иным термином для обозначения предметно-ориентированного языка, что обусловлено его применением для построения моделей ПрО. Главная особенность DSM подхода состоит в возможности разработки собственного предметно-ориентированного языка (метамодели), отражающего специфику ПрО. Как метамодель используется для построения моделей ПрО, так и для построения метамоделей используется мета-метамодель.

В качестве мета-метамодели могут использоваться самые различные подходы, начиная с графических диаграмм сущность-связь (ERD, Entity-Relationships Diagrams) и заканчивая формальными текстовыми языками наподобие расширенной формы Бэкуса-Наура (EBNF, Extended Backus-Naur Form). В общем случае, эти подходы используются для определения синтаксиса метамодели (предметно-ориентированного языка), определяющей, в свою очередь, синтаксис модели ПрО. Имеются также специально разработанные мета-метамодели, среди которых отметим GOPRR (Graph-Object-Property-Relationship-Role), используемая в DSM инструменте MetaEdit [2].

В наших предыдущих работах была рассмотрена возможность использования математической теории графов в качестве мета-метамодели для построения моделей ПрО [3]. Построение метамодели осуществлялось путем *атрибутизации* базовых модельных объектов теории графов, т.е. узлов и ребер. Иными словами, объекты метамодели строились на основе абстрактных типов мета-метамодели путем добавления специфичных для ПрО атрибутов. На уровне метамодели такой атрибут фиксировался парой тип и имя, где тип являлся элементом общепринятого в программировании множества типов (числовые, символьные, логические и др.). На уровне модели атрибут мог принимать конкретное значение.

Метамодель также определяла структуру модели путем наложения ограничений на возможные способы соединения элементов модели (экземпляров узлов графа) при помощи ребер графа. Иным важным аспектом являлось использование математических методов теории графов для решения задач над моделью, являющейся экземпляром графа (поиск минимального пути для построения таблицы маршрутизации, обход графа с целью генерации программного кода и др.).

Задачей данной работы является исследование применимости использования векторной алгебры в качестве формализма для порождения метамоделей предметных областей.

Особенность предложенного подхода состоит в расширении метода атрибутизации абстрактных понятий мета-метамодели, приводящего к появлению метамодели. В данной работе рассматривается возможность атрибутизации базовых элементов мета-метамодели (векторов) силлогизмами, что приводит к понятию векторной логики, описанной в работах [4; 5].

Таким образом, на основании векторной алгебры можно построить диаграмматическую систему логики высказываний, в которой суждения являются векторами в логическом пространстве. Логическое значение суждения выражается характеристиками соответствующего вектора.

В данном случае операции над векторами имеют семантику логических преобразований, что может быть рассмотрено как метод геометрического доказательства теорем.

Основанная на векторной логике метамодель также задает структуру модели ПрО, выделяя типы свободных и связанных векторов. Структура модели также ограничена логическим пространством.

Дальнейшие разделы статьи посвящены определению принципов данного подхода.

Векторная логика

Векторная логика может быть определена как диаграмматическая система логики силлогизмов, в которой термины являются векторами в логическом пространстве. Логическая форма высказываний (A, E, I, O) [6] определяется направлением соответствующего вектора. Таким образом, векторная алгебра предоставляет визуальный синтаксис для логики силлогизмов и может быть определена как метамодель. Модель в данном случае составляется из конкретных силлогизмов (посылок), являющихся экземплярами элементов метамодели (логических векторов).

Как было замечено выше, операции над векторами имеют семантику логических преобразований. Таким образом, векторная логика сводит процессы логического вывода к геометрическим преобразованиям векторов. Такой подход позволяет реализовать автоматическое оптическое доказательство теорем [5; 7].

Как и иные известные геометрические представления логических высказываний (например, Диаграммы Венна для логики силлогизмов), векторная логика упрощает представление логических отношений и, поэтому, способствует их пониманию. Это означает, что векторная логика обладает большим потенциалом, чтобы обеспечить быстрые и интуитивные решения сложных задач над ПрО. Также является целесообразным расширение векторной логики до общего исчислению предикатов, что будет рассмотрено нами в дальнейших работах.

Рассмотрим известный пример категорического силлогизма *(*модус *Barbara)*.

Все животные смертны.
<u>Все люди — животные.</u>
Все люди смертны.

Разберем структуру данного силлогизма:

Посылка 1	Все ***M*** *есть* ***P.***
<u>Посылка 2</u>	<u>Все ***S*** *есть* ***M.***</u>
Заключение	Все ***S*** *есть* ***P.***

Таким образом, стандартная форма категорического силлогизма состоит из трех высказываний (двух посылок и заключения). Субъект заключения определяется символом ***S*,** а предикат - символом ***P***. Термин, повторяющийся в обеих посылках, называют ***M*** (с лат. *terminus Midius*). Все высказывания также включают логическую *связку*, в нашем примере глагол *есть*.

Существует две стандартных формы универсальных категорических силлогизмов:

Все X *есть* Y (общеутвердительная, или же А-форма, *от лат.* **A**ffirmo).

Не X *есть* Y (общеотрицательная, или же Е-форма, *от лат.* N**E**go).

Есть также две стандартных частных формы:

Некоторые X *есть* Y (частно-утвердительная, или же I-форма, *от лат.* Aff**I**rmo).

Некоторые X *есть не* Y (частно-отрицательная, или же О-форма, *от лат*. Neg**O**).

где переменные X, Y могут принимать значения оного из терминов (***S*, *P*** или ***M***).

Применение векторной алгебры к силлогистической логике

Логика силлогистических аргументов может быть представлена в линейном пространстве [6]. Каждая посылка стандартной формы (категорический силлогизм) представляется как вектор, а заключение силлогизма является суммой векторов, представляющих посылки. Логическое векторное пространство может быть построено следующим образом. ***S***-термин является единичным вектором, направленным вдоль горизонтальной оси от начала координат. ***P***-термин является единичным вектором, направленным вдоль вертикальной оси. С противоположными терминами это образует четыре квадранта логического пространства (рис. 1).

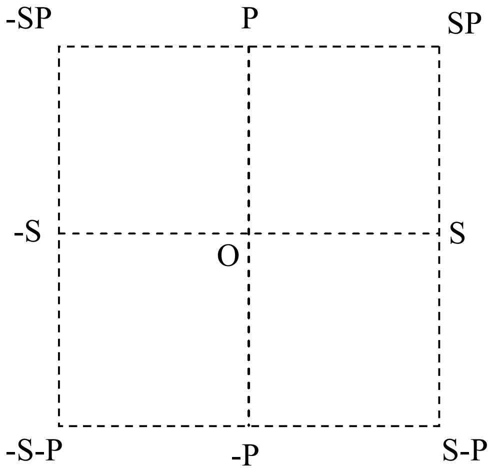


Рис. 1. Четыре квадранта логического пространства

Любое высказывание в стандартной форме категорического силлогизма может быть представлено как вектор в этом логическом пространстве [4; 5]. В линейном пространстве вектор определяется величиной и направлением. Универсальное А-высказывание '*Все **S** есть **P***' может быть представлено *свободным* вектором, идущим от ***S*** к ***P***. Этот вектор ($\boldsymbol{S} \to \boldsymbol{P}$) может быть перенесен на два из трех других квадрантов, давая тождественные высказывания 'Не ***S*** есть ***¬P***' ($\mathbf{S}\neg\mathbf{P} \to \mathbf{0}$) и 'Все ***¬P*** есть ***¬S***' ($\neg\boldsymbol{P} \to \neg\boldsymbol{S}$). Преобразования свободных логических векторов полностью тождественны и осуществляют так называемые *непосредственные выводы* (рис. 2).

Частные высказывания представляются векторами, направленными от центра. Они являются *связанными векторами*. Например, вектор ($\mathbf{O} \to \boldsymbol{SP}$) означает *'Некоторые **S** есть **P**'*. Вектор (***O→S***) означает *'Нечто есть S'*, как показано на рис. 3, а, б. Частные логические векторы не могут быть перенесены.

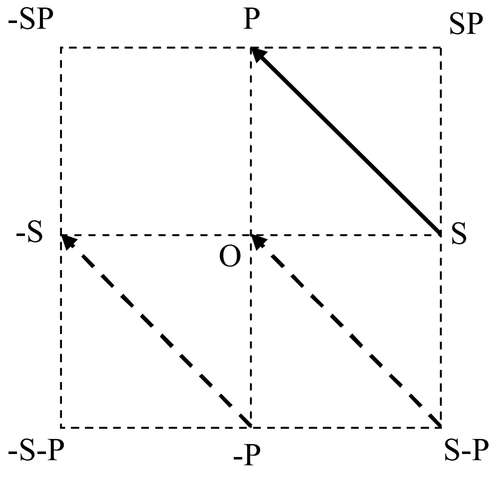
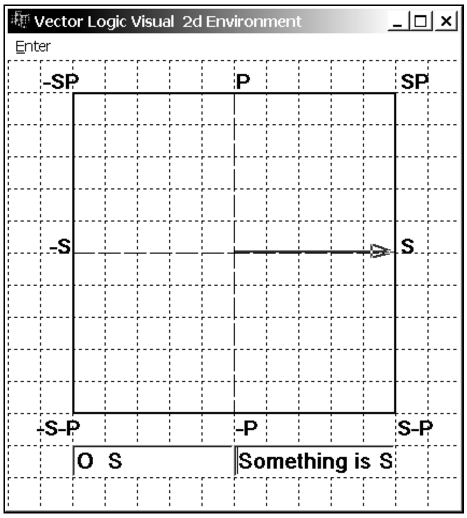
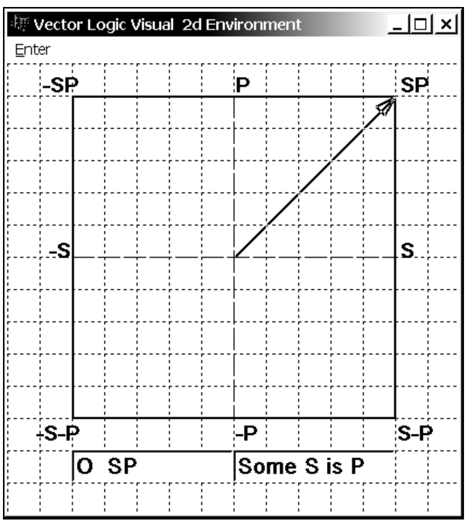


Рис. 2. Векторное представление универсальных высказываний



а



б

Рис. 3. Представление частных высказываний в векторной форме

Вектора противопоставлений, в котором два частных высказывания противоположны двум общим суждениям, показаны на рис. 4.

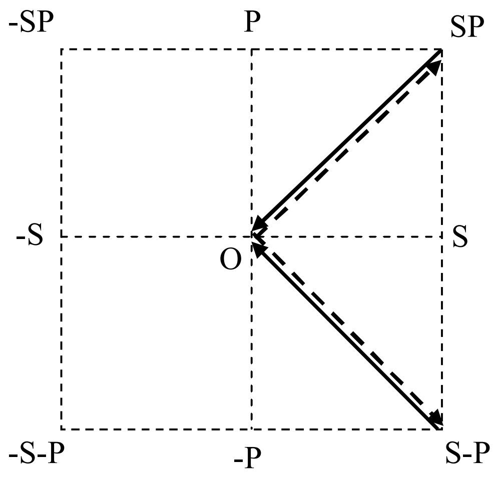


Рис. 4. Вектора противопоставлений

Правила логического вывода

Главным правилом для осуществления *заключения (вывода)* является сложение векторов по правилу треугольника. Логический вектор наследует атрибуты значений от вектора (типа, определенного на уровне мета-метамодели). Логическая операция заключения состоит в суммировании значений векторов. Например (он графически проиллюстрирован на рис. 5):

Посылка 1	Все S есть P	-1	1
Посылка 2	Нечто есть S	1	0
Заключение	Нечто есть P	0	1

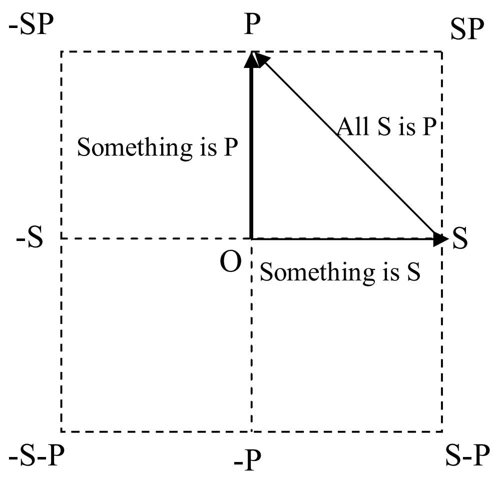


Рис. 5. Пример логического вывода

Таким образом, векторная логика имеет простую графическую метамодель, по крайней мере, в случае нескольких переменных. Если же добавить третье измерение к двумерному логическому пространству (в дополнение к направлениям ***S*** и ***P***), мы можем представить высказывания, используя термин ***M***.

Задачи, более чем с тремя переменными, более сложно интерпретировать графически, т.к. каждая переменная требует своего измерения.

Однако заметим, что моделирование логики в общем случае может быть полностью осуществлено в рамках векторной алгебры.

Не существует предела для количества возможных измерений векторного логического пространства. Трудность состоит только в визуальном представлении такого пространства. Однако, это ограничение только на графическое представление векторов и не препятствует использованию основанной на векторной алгебре метамодели для любого числа измерений.

Vector Logic 3D Visual Environment

Нами был разработан прототип визуальной среды для векторной логики, который получил название Vector Logic 3D Visual Environment (VL3VE) [7]. Трехмерное логическое пространство было построено путем введения дополнительной точки M, что дало в целом 12 квадрантов (рис. 6).

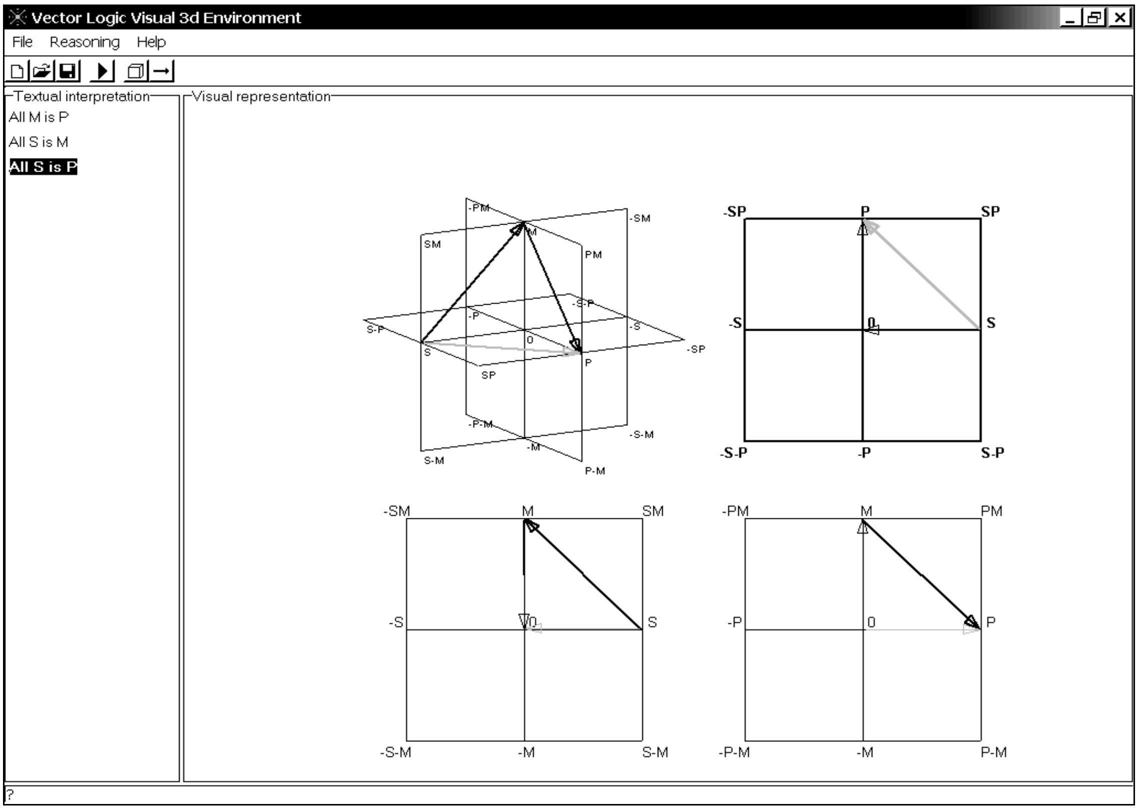


Рис. 6. Vector Logic 3D Visual Environment

Главное окно VL3VE делится на две основных части:

1. Текстовая интерпретация логических терминов.

2. Визуальное представление терминов в векторной форме.

Визуальное представление отражает трехмерное логическое пространство переменных ***S, P, M***. Пространство SMP разделено на три плоскости: SP, PM, и SM. Пользователь может задать логический вектор в одной из этих трех плоскостей; при этом остальные плоскости отражают соответствующие проекции вектора. Одновременно высказывание отражается в стандартной форме представления категорических силлогизмов.

Алгоритм умозаключения осуществляет несколько проходов. Первый проход проверяет, имеют ли введенные вектора значение в пределах логической системы. Вектора привязываются к точкам в логическом пространстве и осуществляется их категоризация на частные ('Некоторые' и 'Нечто') и универсальные ('Все' и 'Не') формы.

Следующий проход определяет допустимые векторные преобразования. Каждый универсальный вектор рассматривают как множество эквивалентных параллельных векторов (что было проиллюстрировано на рис. 2). Алгоритм пытается найти точки соединения векторов, чтобы применить правило треугольника для суммирования векторов.

На последнем этапе алгоритм осуществляет суммирование векторов. Если возможно решить задачу (осуществить заключение) посредством свободного переноса векторов и применения правила треугольника, то результат визуализируется в виде вектора и дается соответствующая текстовая интерпретация.

На рис. 6 показан результат применения рассуждающего алгоритма для высказываний:

Посылка 1. **Все S есть M**
<u>Посылка 2.</u> <u>**Все M есть P**</u>
Результат: **Все S есть P**

Этот пример иллюстрирует общее правило, что два общих суждения (посылки) также дают универсальный результат.

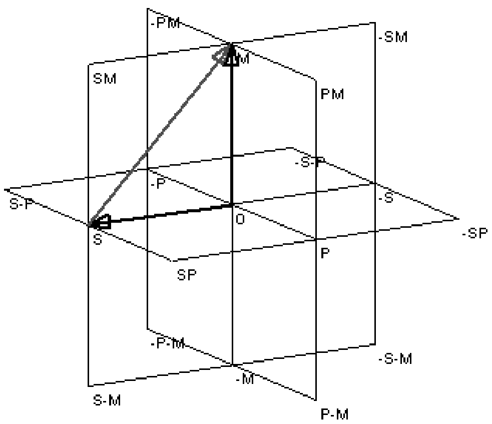
Если одна из посылок является связанным вектором, то заключение также будет связанным вектором. Это векторная форма логического правила, что валидный силлогизм с частной посылкой также производит частное заключение. Таким образом, положения векторной алгебры могут быть использованы для формирования структуры модели ПрО (имеющей в данном случае форму категорических высказываний о свойствах ПрО).

Вектора частных высказываний не могут быть перенесены. Таким образом, алгоритм пытается построить треугольник, перемещая только универсальные вектора.

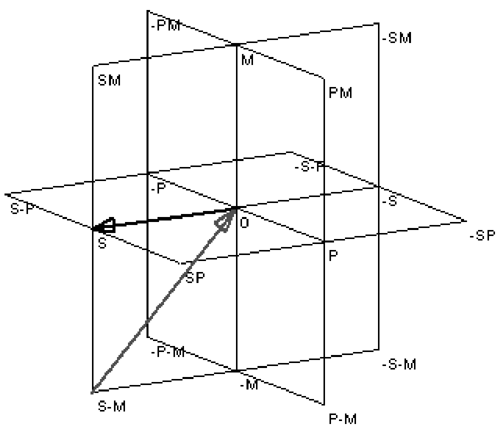
Например.

Посылка 1. **Нечто есть S**
<u>Посылка 2.</u> <u>**Не S есть ¬M**</u>
Результат: **Нечто есть M**

Для осуществления дедукции, вторую посылку алгоритм преобразует в эквивалентную форму «**Все S есть M»** (рис. 7).



а



б

Рис. 7. Преобразование универсальных векторов

Алгоритм также проверяет силлогизмы на валидность. Например, в случае посылок:

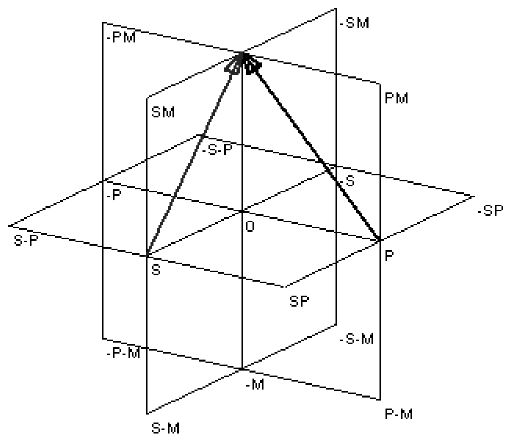
Все P есть M
Все S есть M

алгоритм не может найти точку соединения двух универсальных векторов в логическом пространстве (рис. 8, а). В этом случае аргумент объявляется недействительным.

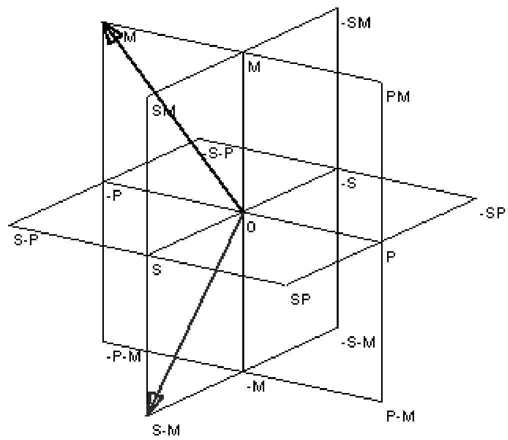
Или же в случае посылок:

Некоторые M есть –P
Некоторые S есть -M

Алгоритм не может применить правило треугольника для суммирования векторов двух частных высказываний, так как эти связанные вектора имеют одну и ту же начальную точку (рис. 8, б). Таким образом, применение правила треугольника для суммирования векторов позволяет проверить справедливость аргументов логики силлогизмов.



а



б

Рис. 8. Проверка валидности посылок правилом треугольника

Планы дальнейших исследований

Наши дальнейшие исследования будут посвящены изучению применимости векторной алгебры как синтаксиса для порождения метамоделей ПрО. Это требует построения многомерной логической системы для отражения более сложных логических отношений. Векторные диаграммы могут быть построены для всех терминов и их дополнений на фигурах, начинающихся с квадрата (два термина), шестиугольника (три термина), восьмиугольника (четыре термина) и т.д., переходя к кругу как пределу для бесконечного числа терминов [4; 5].

Интерес представляет использование RGB (Red, Green, Blue) модели цвета как основы для построения трехмерного логического пространства. Логические операции в данном случае являются операциями над цветами, например, сумма красных и зеленых логических векторов будет желтой. Отрицательные величины могут быть выражены дополнительными к RGB цветами.

Дальнейшее развитие теории потребует оптимизации рассуждающего алгоритма. Задача становится особенно актуальной при переходе к анализу отношений в многомерных логических пространствах. В данном случае алгоритм должен осуществлять поиск оптимального преобразования, если оно возможно несколькими способами.

Выводы

1. В статье рассмотрены особенности применения векторной алгебры в качестве математического формализма для порождения метамоделей предметных областей. Показано, что векторная логика является новым синтаксисом для логики высказываний и может быть использована в контексте предметно-ориентированного моделирования.

2. Расширен метод атрибутизации модельных объектов математической теории, применяемый для построения метамодели. В предложенном подходе осуществляется атрибутизации силлогизмами базовых элементов мета-метамодели (векторов).

3. Положения векторной алгебры используются для формирования структуры модели ПрО (имеющей в данном случае форму категорических высказываний о свойствах ПрО). Например, применение правила треугольника для суммирования векторов позволяет проверить справедливость аргументов логики силлогизмов.

4. Разработан алгоритм автоматизации заключения из посылок, представленных в форме логических векторов. Векторная логика сводит процессы логического вывода к геометрическим преобразованиям векторов и, таким образом, позволяет реализовать автоматическое доказательство теорем.

Список литературы

1. Steven Kelly, Juha-Pekka Tolvanen. Domain-Specific Modeling: Enabling Full Code Generation. Wiley-IEEE Computer Society Pr. – 2008. - 427 p.

2. Kari Smolander, Kalle Lyytinen. Veli-Pekka Tahvanainen Pentti Marttiin MetaEdit: a flexible graphical environment for methodology modelling // Proceedings of the 3 International conference on Advanced information systems engineering. Trondheim, Norway. – 1991. – P. 168-193.

3. Межуев В.И. Предметно-ориентированное моделирование распределенных параллельных приложений реального времени / В.И. Межуев. - Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2010. – Вип. 5 (86). – С. 98-103.

4. Jonathan Westphal, Jim Hardy. Logic as a Vector System // Journal of Logic and Computation. 2005. – 15. – P. 751-765.

5. Jonathan Westphal, H.J. Caulfield, Jim Hardy, Lei Qian. Optical Vector Logic Theorem-Proving // Proceedings of the 2005 Joint Conference on Information Systems, Photonics, Networking and Computing Division. Salt Lake. - 2005.

6. Leibniz G.W. Logical Papers / G.W. Leibniz, ed. G.H.R. Parkinson. – OUP, 1966.

7.Mezhuyev V. Vector logic: theoretical principles and practical implementations / V. Mezhuyev // Вісник ЗНУ: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки. – Запоріжжя: ЗНУ, 2006. – С. 91-97.

Поступила в редколлегию 23.04.2010

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. В.В. Кидалов, Бердянский государственный педагогический университет, Бердянск.

ВИКОРИСТАННЯ ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ ДЛЯ ПОБУДОВИ ІНСТРУМЕНТІВ ПРЕДМЕТНО-ОРІЄНТОВАНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

В.І. Межуєв

Предметом статті є теоретичні основи предметно-орієнтованого моделювання, особливо застосування векторної алгебри як математичного формалізму для породження метамоделей предметних областей. Розглянуто практичну реалізацію підходу в програмних інструментах, названих Vector Logic Visual 2D й 3D Environments (двовимірне та тривимірне візуальне середовища для векторної логіки).

Ключові слова: *предметно-орієнтоване моделювання; векторна логіка; геометричний доказ теорем.*

USING VECTOR ALGEBRA FOR DEVELOPMENT OF TOOLS OF DOMAIN-SPECIFIC MODELLING

V.I. Mezhuyev

The paper describes theoretical principles of domain-specific modelling, in particular application of vector algebra as a mathematical formalism for producing metamodels of domains. Practical implementation of the approach in the program tools named Vector Logic Visual 2D and 3D Environments is considered.

Keywords: *domain-specific modelling; vector logic; geometrical theorem proving.*