

УДК 530.1.537.86 + 621.396.96

Р.Э. Пащенко<sup>1</sup>, Э.И. Пащенко<sup>2</sup><sup>1</sup>Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков<sup>2</sup>Житомирский военный институт им. С.П. Королева  
Национального авиационного университета, Житомир**ФОРМИРОВАНИЕ КОДОФАЗОМАНИПУЛИРУЕМЫХ ФРАКТАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ МОРСА-ТУЭ**

Показана возможность формирования КФМ фрактальных сигналов с использованием последовательности Морса-Туэ. Рассмотрена структура КФМ фрактального сигнала на основе последовательности Морса-Туэ и показана сложная структура такого сигнала, что может быть использовано для маскировки информационного сигнала в системах связи со скрытой передачей информации. С использованием фазовых портретов показано, что в результирующем КФМ фрактальном сигнале наблюдается воздействие отдельных составляющих друг на друга, в результате которого возникает сложное периодическое движение.

**Ключевые слова:** фрактальный сигнал, последовательность Морса-Туэ, фазовый портрет.

**Введение****Постановка проблемы и анализ литературы.**

Построению систем связи со скрытой передачей информационного сигнала в последние годы уделяется все большее внимание [1 – 4]. В таких системах применяют способы кодирования маскирующих хаотических колебаний [1], маскировки многомодовым хаосом [2], переключения хаотических режимов [3], нелинейного подмешивания информационного сигнала [4] и т.д. Кроме того, для скрытой передачи информации может быть использован фрактальный сигнал, формируемый системой  $n$ -го числа связанных между собой генераторов [5]. Фрактальный сигнал в такой системе передачи информации используется как носитель информации. Другими словами, фрактальный сигнал определяет поведение информационного сигнала во временной области при передаче информации по линии связи.

Математической основой для формирования фрактальных сигналов являются фрактальные недифференцируемые функции, которые рассматриваются в ряде работ [5 – 7]. К числу таких фрактальных недифференцируемых функций относится функция Больцано [5], которая связана с последовательностью Морса-Туэ.

Такая последовательность представляет собой аперидическую рекурсивную строку, состоящую из нулей и единиц [5, 6].

Представляет практический интерес рассмотрение возможности применения последовательности Морса-Туэ для формирования кодофазоманипулируемых (КФМ) фрактальных сигналов (ФС).

**Цель статьи:** рассмотреть возможность формирования КФМ фрактальных сигналов с использованием последовательности Морса-Туэ и оценить свойства таких сигналов.

**Структура и свойства последовательности Морса-Туэ**

Рассмотрим последовательность неотрицательных целых чисел  $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ , записанных в двоичной форме  $00, 01, 10, 11, 100, 101, 110, 111, \dots$ , и получим из каждого двоичного числа сумму его цифр по модулю 2. В этом случае формируется последовательность  $0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, \dots$ , которая называется *последовательностью Морса-Туэ* [7].

Последовательность Морса-Туэ можно также получить, итерируя отображение  $0 \rightarrow 01$  и  $1 \rightarrow 10$ , при котором вслед за каждой двоичной цифрой записывается ее дополнение. Начав с единственного нуля можно получить такие последовательные "поколения":

0  
01  
0110  
01101001 и т.д.

Построенная таким образом последовательность называется *самопорождающей последовательностью* [5].

Другой способ построения той же последовательности состоит в том, что каждое поколение получается из предыдущего путем приписывания справа его дополнения [6]:

0  
01  
0110  
01101001 и т.д.

Каждое отображение более высокого порядка следует исходному правилу "повтори двоичное число и припиши к нему справа его дополнение". Иначе говоря, исходное правило, порождающее отображение, наследуется всеми последующими поколениями. Наследование такого рода является важным следствием итерированных отображений и приводит к самоподобным структурам. Известно [7], что са-

моподобие является специфическим свойством фрактальной структуры.

Бесконечная последовательность, получаемая итерированием отображения  $0 \rightarrow 01, 1 \rightarrow 10$ , инвариантна относительно этого отображения.

Последовательность Морса-Туэ *самоподобна*: сохраняя лишь нечетные члены этой последовательности (отмеченные чертой снизу) вновь можно получить последовательность Морса-Туэ:

$$\underline{0}, 1, \underline{1}, 0, \underline{1}, 0, \underline{0}, 1, \dots$$

Аналогично, сохраняя только нечетные пары двоичных чисел, можно также воспроизвести последовательность Морса-Туэ:

$$\underline{0}, \underline{1}, 1, 1, \underline{1}, \underline{0}, 0, 1, \dots$$

Последовательность Морса-Туэ воспроизводится и после замены каждой пары, четверки и т.д. на самую левую цифру. Очевидно, что свойство самоподобия не нарушится, если трансформировать последовательность Морса-Туэ, путем удвоения числа символов, приписывая в последовательности слева (справа) идентичный символ.

В этом случае последовательность Морса-Туэ преобразуется к виду

$$0011110011000011, \quad (1)$$

которая может быть использована при построении фрактального сигнала.

Кроме самоподобия последовательность Морса-Туэ обладает свойством *апериодичности*. Хотя последовательность Морса-Туэ и апериодична, она не является случайной. Более того, ее структура обладает ярко выраженным ближним и дальним порядком. Например, в этой последовательности не может быть групп, состоящих более чем из двух одинаковых членов подряд.

### Формирование КФМ фрактального сигнала на основе последовательности Морса-Туэ

В основе формирования структуры ФС лежит гипотеза самоподобия, допускающая бесконечную серию вложения друг в друга одинаковых (гомеоморфных) объектов [5]. При этом объект уменьшается только в размере, но остается гомеоморфным исходному объекту. При формировании ФС под такими объектами следует понимать отдельные детерминированные колебания (например, простые (гармонические) сигналы, а также сигналы с угловой модуляцией) гомеоморфные опорному (базовому) колебанию.

При построении КФМ ФС будем использовать правило, основанное на свойствах фрактальных недифференцируемых функций и учитывающее самоподобие, а также гиперболичность опорных колебаний. Это правило определяется выражением [5]

$$F(t) = \sum_{n=0}^N \frac{F_0(k^n t)}{k^n}, \quad (2)$$

где  $F_0()$  – функция, описывающая опорное колебание;  $k$  – коэффициент подобия (масштабный коэффициент);  $N$  – число колебаний, участвующих в формировании фрактального сигнала.

Рассмотрим методику получения опорной (нулевой) (номер составляющей последовательности –  $N = 0$ ) последовательности Морса-Туэ. Для получения 16-символьной последовательности Морса-Туэ (выражение (1)) запишем соответствующую ей дельта функцию

$$\delta_m = (-1-11111-1-111-1-1-1-111). \quad (3)$$

Решетчатая функция  $z_m$  рассчитывается по формуле

$$z_m = U_0 \delta_m \quad (4)$$

при следующих параметрах  $m = 1, \dots, 16; U_0 = 1$ .

На рис. 1 показана решетчатая функция, соответствующая последовательности Морса-Туэ, во времени при изменении  $t$  от 0 до 1 с шагом  $t_0 = 0,0625$ .

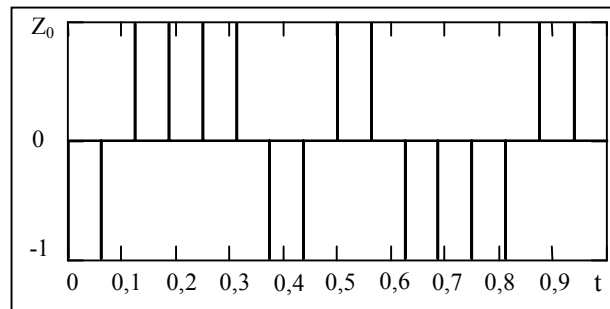


Рис. 1. Решетчатая функция, соответствующая последовательности Морса-Туэ изменения фазы

Для построения опорной последовательности Морса-Туэ воспользуемся также функцией единичного скачка

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ 1 & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (5)$$

С учетом выражений (4), (5) и методики, описанной в [8], запишем выражение для нормированной огибающей опорной последовательности Морса-Туэ

$$Y_0(t) = \sum_{m=1}^M z_m [F(t - (m-1)\tau_0) - F(t - m\tau_0)]. \quad (6)$$

В выражении (6)  $\tau_0 = 0,05$  – временная задержка, а амплитуда опорной (нулевой) составляющей последовательности Морса-Туэ равна  $Y_0(t) = 1$ . Опорная последовательность Морса-Туэ, полученная в соответствии с (8), показана на рис. 2.

На рис. 3 показана нулевая составляющая КФМ ФС, полученная в соответствии с опорной (нулевой)

последовательностью Морса-Туэ изменения фазы и описываемая выражением

$$U_{\Sigma}(t) = \sum_{n=0}^N \frac{Y_n(t, a)}{2^n} \sin\left(\frac{2\pi 2^n t}{T_0}\right) \quad (7)$$

при  $N = 0$  и периоде гармонического колебания (заполнения)  $T_0 = 0,019$ . В выражении (7)  $Y_n(t, a)$  описывает код изменения фазы  $n$ -ой составляющей КФМ ФС.

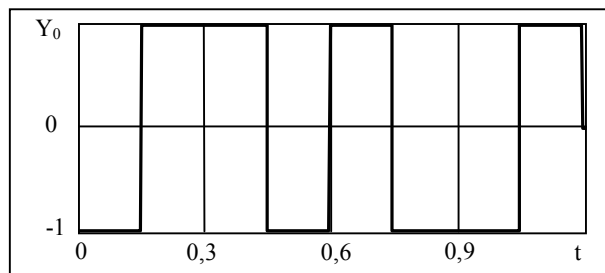


Рис. 2. Последовательность Морса-Туэ изменения фазы нулевой составляющей КФМ ФС

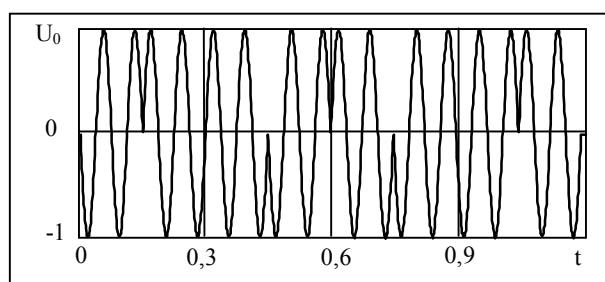


Рис. 3. Нулевая составляющая КФМ ФС, полученная в соответствии с нулевой последовательностью Морса-Туэ изменения фазы

В качестве кодов первой и второй гомеоморфных последовательностей Морса-Туэ изменения фазы примем последовательности, отличающиеся от опорной соответственно амплитудами  $Y_1(t) = 0,5$  и  $Y_2(t) = 0,25$ .

Вид кодов первой и второй гомеоморфных последовательностей Морса-Туэ изменения фазы будет аналогичен виду, показанному на рис. 2, изменится только амплитуда кода.

На рис. 4, а, б показаны первая и вторая гомеоморфные составляющие КФМ ФС соответственно, полученные с использованием первой и второй последовательности Морса-Туэ изменения фазы и описываемые выражением (7).

Суммируя опорную и обе гомеоморфные последовательности Морса-Туэ в соответствии с выражением

$$Y_{\Sigma 3}(t) = Y_0(t) + Y_1(t) + Y_2(t)$$

и соответствующие им составляющие КФМ ФС согласно формулы

$$U_{\Sigma 3}(t) = U_0(t) + U_1(t) + U_2(t)$$

получим суммарную последовательность Морса-Туэ и суммарный КФМ фрактальный сигнал.

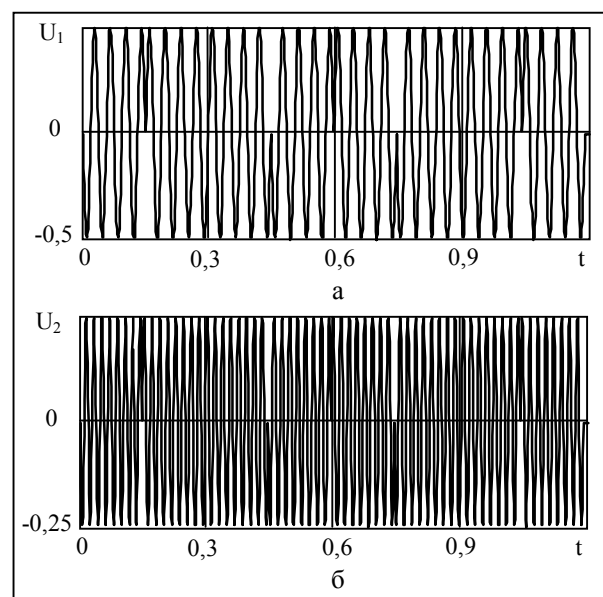


Рис. 4. Первая (а) и вторая (б) составляющие КФМ ФС, полученные в соответствии с первой и второй последовательностями Морса-Туэ изменения фазы

Как видно из рис. 3 и 4 амплитуды составляющих фрактального сигнала уменьшаются в два раза одна относительно другой, в тоже время частоты составляющих КФМ ФС увеличиваются в два раза, т.е. имеет место сжатие одних параметров и расширение других (свойство гиперболичности).

Вид суммарного кода последовательности Морса-Туэ изменения фазы будет аналогичен виду, показанному на рис. 2, изменится только амплитуда кода, которая составит  $Y_{\Sigma 3}(t) = 1,75$ .

На рис. 5 показан КФМ ФС, включающий три составляющие  $N = 2$ , и построенный на основе последовательности Морса-Туэ изменения фазы.

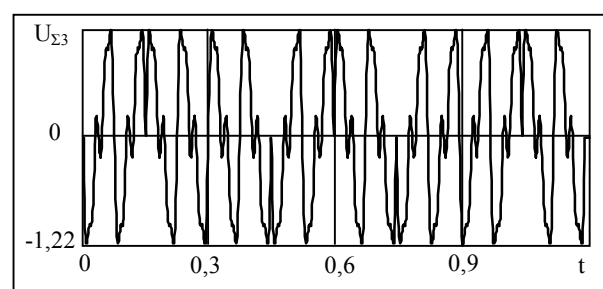


Рис. 5. КФМ ФС, полученный на основе последовательности Морса-Туэ изменения фазы

На рис. 5 видно, что наблюдается усложнение формы сигнала во временной области по сравнению с опорной (нулевой) составляющей, а при увеличении числа составляющих сложность сигнала будет еще увеличиваться, что можно использовать для маскировки информационного сигнала.

На рис. 6, а, б приведені відповідно фазові портрети сумарної послідовності Морса-Туэ змінення фази і сумарного КФМ ФС, побудовані на основі послідовності Морса-Туэ змінення фази. На рис. 6, а функція  $Y_{\Sigma p}(t) = Y_{\Sigma 3}(t+T)$  зсунута на величину затримки  $T = 0,01$ , а на рис. 6, б – функція  $U_{\Sigma p}(t)$  є похідною сумарного КФМ ФС  $U_{\Sigma 3}(t)$ .

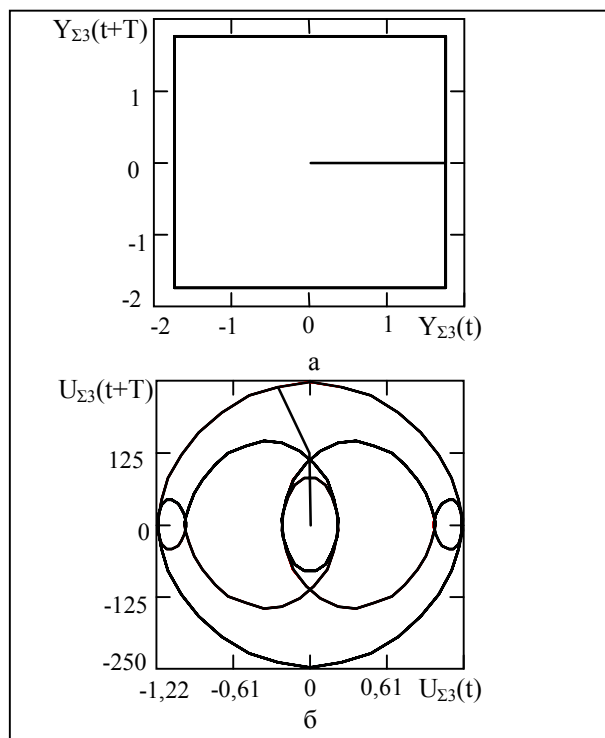


Рис. 6. Фазові портрети послідовності Морса-Туэ змінення фази (а) і КФМ ФС (б)

На рис. 6, б спостерігається вплив окремих складових КФМ ФС один на одного. В результаті такого взаємодіяння виникає складне періодичне рухання, якому на фазовій площині відповідає траєкторія вкладених один в одного фазових портретів окремих складових КФМ ФС.

На рис. 7 наведено спектр сумарної послідовності Морса-Туэ змінення фази  $S_{\Sigma 3}(f)$ , отриманий Фур'є-перетворенням.

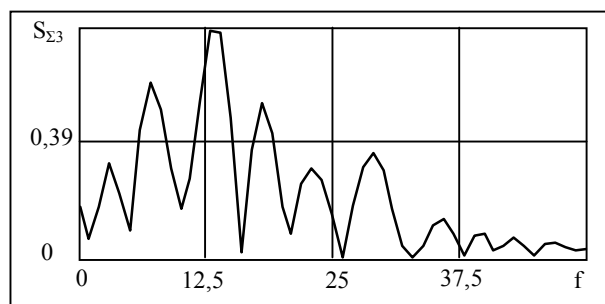


Рис. 7. Спектр сумарної послідовності Морса-Туэ змінення фази

Як видно на рис. 7 особливістю спектра є наявність "п'єдестала" (відокремленості спектра від нульового рівня). Багатомодовість спектра і наявність "п'єдестала" свідчать про хаотичність сумарної послідовності Морса-Туэ змінення фази. Таке поведіння КФМ ФС в часовій і частотній областях може бути використано для маскування інформаційного сигналу в системах зв'язу.

### Фільтрова обробка сумарної послідовності Морса-Туэ

Фільтрову обробку послідовності Морса-Туэ можна здійснити шляхом використання пасивного методу стиснення послідовності. На основі даного методу реалізується фільтр, що включає лінію затримки, фазовращачі, що відображають код послідовності Морса-Туэ, і суматор. Відомо [9], що такий фільтр має імпульсну характеристику, що є зображенням сумарної кодової послідовності Морса-Туэ. Така імпульсна характеристика представлена на рис. 8 і отримана відповідно до виразу

$$H_{\Sigma 3}(t) = H_0(t) + H_1(t) + H_2(t)$$

де  $H_0(t)$ ,  $H_1(t)$ ,  $H_2(t)$  – імпульсні характеристики фільтрів опорної і гомеоморфних послідовностей Морса-Туэ.

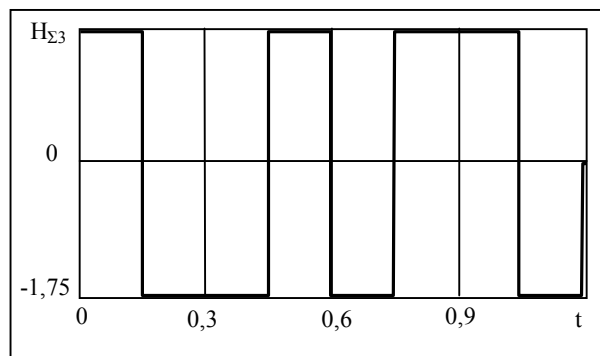


Рис. 8. Імпульсна характеристика фільтра послідовності Морса-Туэ змінення фази

При подачі на вхід фільтра сумарної послідовності Морса-Туэ змінення фази  $Y_{\Sigma 3}(t)$  на його виході отримуємо стиснуту послідовність Морса-Туэ  $F_{\Sigma 3}(t)$ , показану на рис. 9, а.

Характерною особливістю стиснутої послідовності Морса-Туэ є її зображеність, що і слідвало очікувати. Це обумовлено тим, що стиснута послідовність Морса-Туэ на вході фільтра має таку ж симетричність, як і вихідна.

Стиснутої послідовності Морса-Туэ відповідає фазовий портрет, представлений на рис. 9, б, де функція  $F_{\Sigma 3}(t+T)$  зсунута на час  $T = 0,005$  відносно функції  $F_{\Sigma 3}(t)$ .

Как видно из рис. 9, б фазовый портрет отображает зеркальность сжатой последовательности Морса-Туэ  $F_{\Sigma 3}(t)$ .

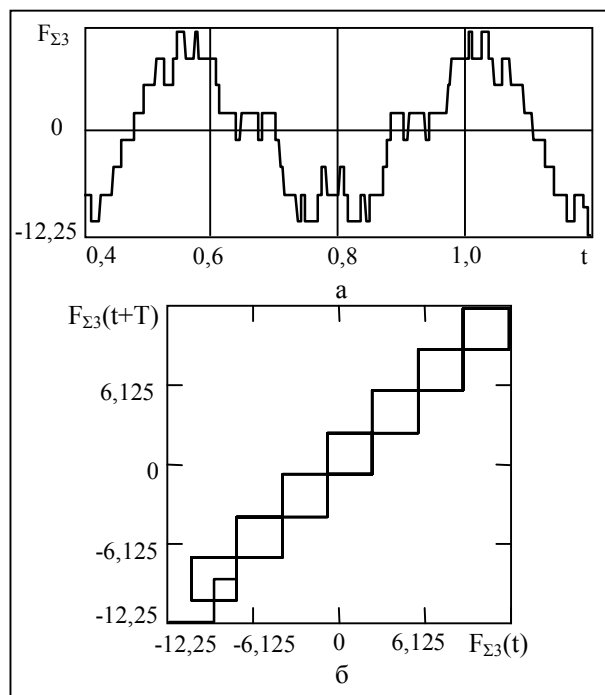


Рис. 9. Сжатая последовательность Морса-Туэ (а) и ее фазовый портрет (б)

### Выводы

1. Показана возможность формирования КФМ фрактальных сигналов с использованием последовательности Морса-Туэ.

2. Рассмотрена структура КФМ ФС на основе последовательности Морса-Туэ и показана сложная структура такого сигнала, что может быть использовано для маскировки информационного сигнала в системах связи со скрытой передачей информации.

3. С использованием фазовых портретов показано, что в результирующем КФМ фрактальном сигнале наблюдается воздействие отдельных сос-

тавляющих друг на друга, в результате которого возникает сложное периодическое движение.

4. При проведении дальнейших исследований целесообразно оценить возможность формирования КФМ фрактального сигнала на основе последовательности Морса-Туэ с одним пиком сжатой последовательности.

### Список литературы

1. Кальянов Э.В. Передача информации при использовании кодирования маскирующих хаотических колебаний / Э.В. Кальянов // Радиотехника и электроника. – 2002. – Т. 47, №4. – С. 469-476.
2. Кальянов Э.В. Двухканальная передача информации при ее маскировке многомодовым хаосом / Э.В. Кальянов, Б.Е. Кяргинский // Радиотехника и электроника. – 2002. – Т. 47, №9. – С. 1091-1097.
3. Parlitz U. Transmission of digital signals by chaotic synchronization / [Parlitz U., Chua L., Kosarev L., Halle K., et al.] // Int. J. Bifurcation and Chaos. – 1992. – Vol. 2, no 4. – P. 973-977.
4. Волковский А.Р. Синхронный хаотический отклик нелинейной системы передачи информации с хаотической несущей / А.Р. Волковский, Н.В. Рульков // Письма в ЖТФ. – 1993. – Т. 9, №3. – С. 71-75.
5. Пащенко Р.Э. Формирование фрактальных сигналов / Р.Э. Пащенко. – Х.: ХООО “НЭО “ЭкоПерспектива”, 2005. – 298 с.
6. Кравченко В.Ф. Новый класс фрактальных функций в задачах анализа и синтеза антенн / В.Ф. Кравченко, В.М. Масюк // Антенны. – 2002. – №10. – С. 3-72.
7. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая / Шредер М. – Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2001. – 340 с.
8. Лезин Ю.С. Оптимальные фильтры и накопители импульсных сигналов / Лезин Ю.С. – М.: Сов. радио, 1969. – 448 с.
9. Теоретические основы радиолокации / [Ширман Я.Д., Голиков В.Н., Бусыгин И.Н. и др.]; под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: Сов. радио, 1970. – 560 с.

Поступила в редколлегию 15.07.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Д. Карлов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

### ФОРМУВАННЯ КФМ ФРАКТАЛЬНИХ СИГНАЛІВ НА ОСНОВІ ПОСЛІДОВНОСТІ МОРСА-ТУЕ

Р.Е. Пащенко, Е.І. Пащенко

Показана можливість формування КФМ фрактальних сигналів з використанням послідовності Морса-Туе. Розглянута структура КФМ фрактального сигналу на основі послідовності Морса-Туе і показана складна структура такого сигналу, що може бути використано для маскування інформаційного сигналу в системах зв'язку з прихованою передачею інформації. З використанням фазових портретів показано, що в результируючому КФМ фрактальному сигналі спостерігається дія окремих складових одних на одну, в результаті чого виникає складний періодичний рух.

**Ключові слова:** фрактальний сигнал, послідовність Морса-туе, фазовий портрет.

### FORMING KFM FRACTAL SIGNALS ON THE BASIS SEQUENCE OF MORS-TUE

R.E. Paschenko, E.I. Paschenko

Possibility forming KFM fractal signals is shown with the use sequence of Mors-Tue. The structure KFM fractal signal is considered on the basis sequence of Mors-Tue and the difficult is shown structures of such signal, that can be used for disguise of informative signal in communication of networks the hidden passing to information. It is shown with the use phase portraits that in resulting KFM fractal signal there is influence of separate constituents on each other, which difficult periodic motion is as a result of.

**Keywords:** fractal signal, sequence of Mors-Tue, phase portrait.