

УДК 681.324

С.В. Алексеев

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ЧЕРЕЗ ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ЦЕНТРЫ КОММУТАЦИИ СООБЩЕНИЙ ДЛЯ СЛУЧАЯ ПРИМЕНЕНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОГО КОДА В РЕЖИМЕ ОБНАРУЖЕНИЯ ОШИБОК С ПРОВЕРКОЙ ПАКЕТОВ ПОЛУЧАТЕЛЕМ

*При передаче информации в сетях обмена данными используется как режим обнаружения, так и режим исправления ошибок. Применяемый метод управления обменом данными должен обеспечивать наименьшее относительное среднее время доставки данных и допустимое значение эквивалентной вероятности ошибки. Разработана модель, позволяющая исследовать основные вероятностно-временные характеристики процесса передачи данных в сетях обмена данными при передаче пакетов через промежуточные центры коммутации сообщений для случая применения помехоустойчивого кода в режиме обнаружения ошибок с проверкой пакетов получателем.*

**Ключевые слова:** передача данных, вероятностно-временные характеристики, обнаружение ошибок.

### Введение

**Постановка задачи.** При передаче информации в современных сетях обмена данными (СОД) применяется как режим обнаружения, так и режим исправления ошибок. В большинстве случаев пакеты передаются через промежуточные центры коммутации сообщений (ЦКС), на которых также возможна их проверка.

Для исследования методов управления обменом данными в СОД необходим анализ процесса передачи пакетов в указанных режимах с учетом влияния промежуточных ЦКС. При этом возможны следующие варианты:

1. Применение помехоустойчивого кода в режиме обнаружения ошибок: с проверкой пакетов получателем; с проверкой на каждом из промежуточных ЦКС.

2. Применение помехоустойчивого кодирования в режиме исправления ошибок: с исправлением пакетов получателем; с исправлением на каждом из промежуточных ЦКС.

**Анализ исследований и публикаций.** Применяемый метод управления обменом данными должен обеспечивать наименьшее относительное среднее время доставки информации  $T_d$  и допустимое значение эквивалентной вероятности ошибки  $P_e$ .

Из практики эксплуатации СОД известно, что вероятностно-временные характеристики (ВВХ) процесса передачи данных зависят от многих факторов, которые необходимо учитывать при разработке математических моделей. В [1] приведена модель простейшей бит-ориентированной процедуры передачи данных с квитированием для одного звена передачи без учета дополнительных потоков информации на узлах коммутации.

**Цель статьи** – разработка модели, позволяющей исследовать основные вероятностно-временные

характеристики процессов передачи данных в СОД для случая применения помехоустойчивого кода в режиме обнаружения ошибок с проверкой пакетов получателем при передаче данных через промежуточные ЦКС.

### Основной материал

Рассмотрим передачу информации по каналам связи (КС) с применением помехоустойчивого кодирования в режиме обнаружения ошибок и восстановлением потерянных и искаженных (с обнаруженной ошибкой) пакетов посредством повторных передач.

Пусть источник выдает сообщение длиной  $M$  разрядов, которое разбивается на пакеты с информационной частью  $m$  разрядов. Тогда количество сформированных из сообщения пакетов равно  $M/m$ . К каждому пакету добавляется  $k_{сл}$  служебных разрядов и  $r$  проверочных. Общая длина сформированного пакета равна  $n=m+k_{сл}+r$ . В общем случае число служебных разрядов, необходимых для идентификации информационной части длиной  $m$  разрядов, выбирается из соотношения  $k_{сл} = q \cdot \log_2 m$ , где  $q$  – коэффициент;  $q \geq 1$ . Оптимальное число проверочных разрядов определяется как [2, 3]

$$r = \log_2 \sum_{i=0}^{t_0/2} C_{m+k_{сл}}^i,$$

где  $t_0$  – кратность обнаруживаемых помехоустойчивым кодом ошибок.

Предположим, что  $t_0=2$ . Тогда  $r=\log_2(1+m+k_{сл})$ .

При отсутствии повторений каждый пакет будет доставлен за время  $T_n=n/V$ .

Время ожидания пакета в очереди на обслуживание на промежуточных ЦКС определяется по формуле [4]  $\Delta t = 1/(\mu - \lambda)$ , где  $\mu$  – интенсивность обслуживания,  $\mu=1/T_n$ ;  $\lambda$  – интенсивность потока пакетов.

Введем обозначения:  $P_{пр}$  – вероятность правильного приема пакета;  $P_{оо}$  – вероятность обнаружения ошибки в пакете;  $P_{но}$  – вероятность необнаружения ошибки в пакете;  $P_{во}$  – вероятность возникновения ошибки в пакете ( $P_{во} = P_{оо} + P_{но}$ );  $P_{пот}$  – вероятность потери пакета.

Поскольку вероятности  $P_{пр}$ ,  $P_{оо}$ ,  $P_{но}$  и  $P_{пот}$  описывают полную группу событий, их сумма равна единице. Тогда  $P_{оо} = 1 - P_{пр} - P_{но} - P_{пот}$ .

Рассмотрим передачу сообщений через промежуточные ЦКС с проверкой пакетов получателем.

Пакеты, проходящие через промежуточные ЦКС, количество которых обозначим через  $\beta$ , задерживаются на каждом из них на время  $\Delta t$ . Суммарная задержка сообщения не зависит от числа пакетов в нем и равна  $\beta \Delta t$ . При повторных передачах она должна учитываться для каждого из пакетов в отдельности.

Построим вероятностно-временной граф (ВВГ), характеризующий процесс передачи пакетов с учетом повторных передач (рис. 1). После эквивалентных преобразований получим граф (рис. 2), дуги которого описываются выражениями:

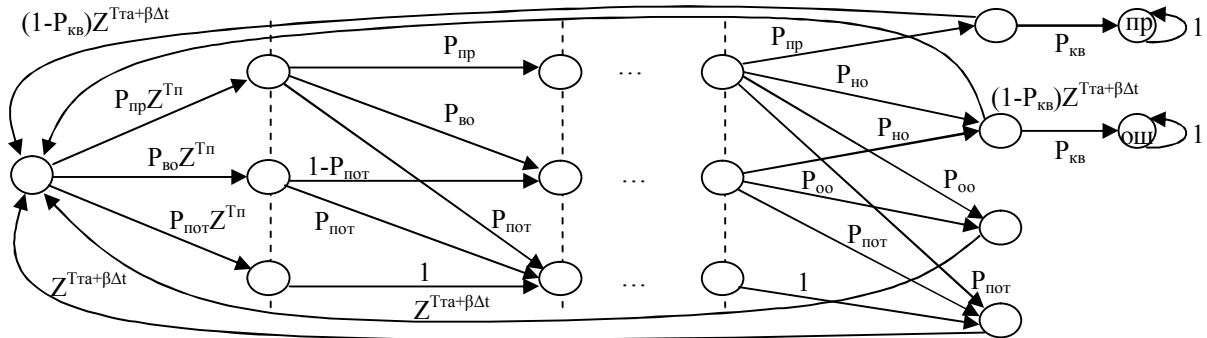


Рис. 1. Исходный вероятностно-временной граф процесса передачи пакетов

$$f_{\text{э1}} = P_{пр}^{\beta+1} P_{кв} Z^{T_{п}}, f_{\text{э2}} = (P_{во} + P_{пр})^{\beta} P_{но} P_{кв} Z^{T_{п}},$$

$$f_{\text{э3}} = \left[ \left( P_{пр}^{\beta+1} + (P_{во} + P_{пр})^{\beta} P_{но} \right) (1 - P_{кв}) + \right.$$

$$+ (P_{во} + P_{пр})^{\beta} (P_{оо} + P_{пот}) + P_{пот} +$$

$$+ P_{пр} P_{пот} \left( \frac{1 - P_{пр}^{\beta-1}}{1 - P_{пр}} \right) + P_{во} -$$

$$\left. - P_{во} (1 - P_{пот})^{\beta-1} \right] Z^{T_{п}} Z^{T_{та} + \beta \Delta t}.$$

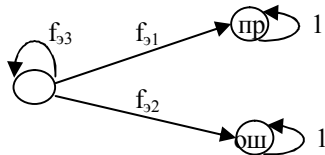


Рис. 2. Эквивалентный ВВГ

Вероятность ошибки:

$$P_{(ош)} = \frac{f_{\text{э2}}}{1 - f_{\text{э3}}} \Bigg|_{z=1} = \left[ (P_{во} + P_{пр})^{\beta} P_{но} P_{кв} \right] /$$

$$/ \left[ 1 - \left[ \left( P_{пр}^{\beta+1} + (P_{во} + P_{пр})^{\beta} P_{но} \right) \cdot (1 - P_{кв}) + \right. \right.$$

$$+ (P_{во} + P_{пр})^{\beta} (P_{оо} + P_{пот}) + P_{пот} +$$

$$\left. + P_{пр} P_{пот} \frac{1 - P_{пр}^{\beta-1}}{1 - P_{пр}} + P_{во} - P_{во} (1 - P_{пот})^{\beta-1} \right].$$

Поскольку проверку пакетов выполняет получатель, длительность тайм-аута ( $T_{та}$ ) будет пропор-

циональна числу промежуточных ЦКС:  $T_{та} = \eta T_{п} \geq T_{п} + \beta \Delta t$  (рис. 1). Тогда, без учета других потоков информации на промежуточных ЦКС,  $\eta \geq \beta + 1$ .

Производящая функция будет иметь вид:

$$F(z) = \frac{f_{\text{э1}} + f_{\text{э2}}}{1 - f_{\text{э3}}} = \left[ \left( P_{пр}^{\beta+1} + (P_{во} + P_{пр})^{\beta} P_{но} \right) P_{кв} Z^{T_{п}} \right] /$$

$$/ \left[ 1 - \left[ \left( P_{пр}^{\beta+1} + (P_{во} + P_{пр})^{\beta} P_{но} \right) \cdot (1 - P_{кв}) + \right. \right.$$

$$+ (P_{во} + P_{пр})^{\beta} (P_{оо} + P_{пот}) + P_{пот} +$$

$$+ P_{пр} P_{пот} \left( \frac{1 - P_{пр}^{\beta-1}}{1 - P_{пр}} \right) + P_{во} -$$

$$\left. - P_{во} (1 - P_{пот})^{\beta-1} \right] Z^{T_{п}} Z^{T_{та} + \beta \Delta t}.$$

Введем обозначения:

$$C = \left( P_{пр}^{\beta+1} + (P_{во} + P_{пр})^{\beta} P_{но} \right) \cdot P_{кв},$$

$$D = \left( P_{пр}^{\beta+1} + (P_{во} + P_{пр})^{\beta} P_{но} \right) \cdot (1 - P_{кв}) +$$

$$+ (P_{во} + P_{пр})^{\beta} (P_{оо} + P_{пот}) + P_{пот} +$$

$$+ P_{пр} P_{пот} \left( \frac{1 - P_{пр}^{\beta-1}}{1 - P_{пр}} \right) + P_{во} - P_{во} (1 - P_{пот})^{\beta-1}.$$

Тогда среднее время доставки одного пакета

$$T_{ср1} = \frac{d}{dz} \left( \frac{C \cdot Z^{T_{п}}}{1 - D \cdot Z^{T_{п}} Z^{T_{та} + \beta \Delta t}} \right) \Bigg|_{z=1} =$$

$$= \frac{C}{1 - D} \cdot T_{п} + \frac{C \cdot D}{(1 - D)^2} \cdot (T_{п} + T_{та} + \beta \Delta t).$$

Приняв  $P_{кв} = 1$  (так как квитанция передается одним или несколькими разрядами) и  $P_{пот} = 0$  (поскольку  $P_{пот} \ll P_{пр}$ ), получим

$$C = P_{пр}^{\beta+1} + P_{но},$$

$$D = (P_{во} + P_{пр})^{\beta} P_{оо} + P_{во} - P_{во} = P_{оо},$$

$$T_{ср1} = T_{п} \left( P_{пр}^{\beta+1} + P_{но} \right) / (1 - P_{оо}) + (T_{п} + T_{та} + \beta \Delta t) \times \\ \times \left[ \left( P_{пр}^{\beta+1} + P_{но} \right) \cdot P_{оо} \right] / \left[ (1 - P_{оо})^2 \right].$$

Следовательно, справедливо выражение

$$T_{ср1} = \frac{P_{пр}^{\beta+1} + P_{но}}{1 - P_{оо}} \cdot \frac{n}{B} + \frac{\left( P_{пр}^{\beta+1} + P_{но} \right) P_{оо}}{(1 - P_{оо})^2} \times \\ \times \left( \frac{n}{B} + \eta \frac{n}{B} + \beta \cdot \left[ \frac{B}{n} - \lambda \right]^{-1} \right).$$

Поскольку всего пакетов  $M/m$ , среднее время доставки сообщения с учетом времени ожидания на промежуточных ЦКС будет равно

$$T_{д.ср} = \frac{M}{m} \cdot \left[ \frac{P_{пр}^{\beta+1} + P_{но}}{1 - P_{оо}} \cdot \frac{n}{B} + \frac{\left( P_{пр}^{\beta+1} + P_{но} \right) P_{оо}}{(1 - P_{оо})^2} \times \right. \\ \left. \times \left( \frac{n}{B} + \eta \frac{n}{B} + \beta \cdot \left[ \frac{B}{n} - \lambda \right]^{-1} \right) \right] + \beta \cdot \left[ \frac{B}{n} - \lambda \right]^{-1}.$$

Если время оценивать по числу передаваемых посылок (при скорости модуляции  $B=1$  бит/с) и не учитывать влияния других потоков информации, получим относительное среднее время доставки

$$T_{д} = (M/m) \cdot \left[ \left( P_{пр}^{\beta+1} + P_{но} \right) / (1 - P_{оо}) \right] \cdot n \times \\ \times \left[ 1 + (1 + \eta + \beta) \cdot P_{оо} / (1 - P_{оо}) \right] + \beta n.$$

Вероятность ошибки с принятыми допущениями:

$$P_{(ош)} = (P_{во} + P_{пр})^{\beta} P_{но} / \left[ 1 - (P_{во} + P_{пр})^{\beta} P_{оо} \right] = \\ = P_{но} / [1 - P_{оо}].$$

## Выводы

Разработанная математическая модель позволяет анализировать основные вероятностно-временные характеристики процесса передачи пакетов в сети обмена данными для случая применения помехоустойчивого кода в режиме обнаружения ошибок с проверкой пакетов получателем и восстановлением потерянных и искаженных (с обнаруженной ошибкой) пакетов посредством повторных передач.

## Список литературы

1. Алексеев С.В. Фрагментация пакетов в бит-ориентированной процедуре передачи данных с квитированием / С.В. Алексеев, А.М. Прозоров, Д.А. Коваленко // *Радиоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2005. – № 2(10). – С. 11-18.
2. Лосев Ю.И. Основы теории передачи данных: Учебник / Ю.И. Лосев, Л.Г. Бердников. – Х.: ВИРТА, 1992. – 255 с.
3. Лосев Ю.И. Методы передачи информации: Учебник / Ю.И. Лосев, Н.Д. Плотников. – Х.: ВИРТА, 1978. – 187 с.
4. Бертсекас Д. Сети передачи данных: пер. с англ. / Д.. Бертсекас, Р. Галлагер. – М.: Мир, 1989. – 544 с.

Надійшла до редколегії 12.07.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.І. Лосев, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ ЧЕРЕЗ ПРОМІЖНІ ЦЕНТРИ КОМУТАЦІЇ ПОВІДОМЛЕНЬ ДЛЯ ВИПАДКУ ЗАСТОСУВАННЯ ЗАВАДОСТІЙКОГО КОДУ В РЕЖИМІ ВИЯВЛЕННЯ ПОМИЛОК ІЗ ПЕРЕВІРКОЮ ПАКЕТІВ ОДЕРЖУВАЧЕМ

С.В. Алексеев

При передачі інформації в мережах обміну даними застосовується як режим виявлення, так і режим виправлення помилок. Метод управління обміном даними, що застосовується, повинен забезпечувати найменший відносний середній час доставки даних і допустиме значення еквівалентної ймовірності помилки. Розроблена модель, що дозволяє досліджувати основні ймовірнісно-часові характеристики процесу передачі даних в мережах обміну даними при передачі пакетів через проміжні центри комутації повідомлень для випадку застосування завадостійкого коду в режимі виявлення помилок із перевіркою пакетів одержувачем.

**Ключові слова:** передача даних, ймовірнісно-часові характеристики, виявлення помилок.

## MATHEMATICAL MODEL OF PROCESS OF COMMUNICATION OF DATA THROUGH INTERMEDIATE CENTERS OF COMMUTATION OF REPORTS FOR CASE OF APPLICATION OF NOISE COMBATING CODE IN MODE OF DETECTION OF ERRORS WITH VERIFICATION OF PACKAGES RECIPIENT

S.V. Alekseev

At passing to information in the networks of exchange information is use both the mode of discovery and mode of correction of errors. Applied method of management an exchange must provide the least relative mean time of delivery of information and legitimate value of equivalent probability of error information. A model, allowing to probe basic probabilistic-temporal descriptions of process of communication of data in the networks of exchange by information at the transmission of packages through the intermediate centers of commutation of reports for the case of application of noise combating code in the mode of detection of errors with verification of packages a recipient, is developed.

**Keywords:** communication of data, probabilistic-temporal descriptions, detection of errors.