

УДК 515.2

И.А. Чуб

Национальный университет гражданской защиты Украины, Харьков

## ФОРМАЛИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ОГРАНИЧЕНИЙ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ ПОЖАРООПАСНЫХ ОБЪЕКТОВ С УЧЕТОМ РЕЛЬЕФА МЕСТНОСТИ

Построено формализованное описание ограничений задачи размещения пожароопасных объектов с учетом рельефа местности на основе  $\Phi$ -функций.

**Ключевые слова:** оптимизация, размещение, геометрический объект,  $\Phi$ -функция.

### Введение

**Постановка проблемы.** В практической деятельности существует класс задач, сводящийся к оптимизационным проблемам размещения источников физических полей различной природы. Математический аппарат их моделирования разрабатывается в рамках оптимизационного геометрического проектирования [1]. Однако в большинстве случаев рассматриваются задачи, в которых размещаемые объекты имеют фиксированные метрические характеристики. Между тем, при проектировании производственных систем, содержащих источники опасных и аэрозольных выбросов (например, пожароопасные объекты), с учетом рельефа местности и изменения параметров ветра возникают задачи оптимизации размещения объектов с изменяемыми метрическими характеристиками и пространственной формой. Для решения задач такого класса необходимо разработать метод построения условий взаимного непересечения объектов и их принадлежности области размещения на основе аппарата  $\Phi$ -функций.

**Анализ последних достижений и публикаций.** Известен [2] численный алгоритм построения 0-уровня  $\Phi_{ij}$ -функции с учетом ограничений на величину поля концентраций, который сводился к построению годографа функции плотного размещения объектов (ГФПР). Однако данный подход обладает рядом недостатков, в частности, он применим только в том случае, если один из двух объектов неподвижен, и, при этом, не учитывается возможность изменения метрических характеристик размещаемых объектов.

### Постановка задачи. Моделирование формы зоны загрязнения земной поверхности выбросами пожара

Как указывалось в [3], размеры области загрязнения определяются приземной скоростью ветра. Функция распределения приземной концентрации загрязняющих выбросов вдоль направления ветра имеет максимум  $C_M$  на расстоянии  $X_M$  от источника (рис. 1).

Однако при нахождении оптимального размещения источников выбросов (пожара) в области  $\Omega$  не могут быть точно указаны значения климатических параметров (направление и скорость ветра) в момент пожара из-за неопределенности времени его возникновения.

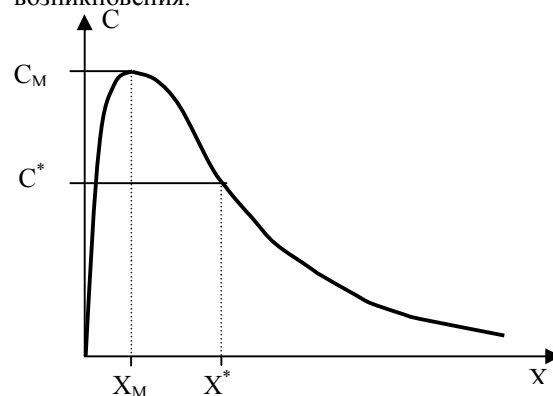


Рис. 1. Выбор метрических характеристик зоны загрязнения

В этом случае наиболее вероятное направление ветра и его скорость моделируется розой ветров, характерной для данной местности [3], а форма области загрязнения представляет собой восьмиугольник, каждая из вершин которого соответствует одному из направлений частей света. Расчет линий равных концентраций аэрозольных выбросов пожара производится с учетом среднегодового значения скорости ветра ( $u$ ) по каждому из направлений.

Граница  $\Gamma_K$  полученного восьмиугольника  $R_K$  – это линия, в каждой точке которой достигается максимальная концентрация примеси в данном направлении  $\lambda$ :

$$C(x,y)|_{(x,y) \in \Gamma_K} = \max C(x,y)|_{\lambda}. \quad (1)$$

Такое построение области загрязнения гарантирует, что за ее пределами концентрация примеси будет меньше, чем на границе.

При построении модели формы зоны загрязнения выбросами пожара с учетом влияния рельефа местности были сделаны следующие допущения [3]:

1) **рельеф в пределах области  $\Omega$  является слабо пересеченным (холмистым).** Это характерно

для областей промышленной застройки в равнинных районах Украины;

2) в пределах зоны загрязнения (объект  $T_1$ ) приземная скорость ветра не меняется ни по величине, ни по направлению. В условиях слабо пересеченного рельефа при характерном размере зоны загрязнения аэрозольными выбросами пожара  $r \cong 100$  метров [4], изменение модуля вектора скорости ветра внутри ее не превышает нескольких процентов, направление ветра меняется на несколько градусов;

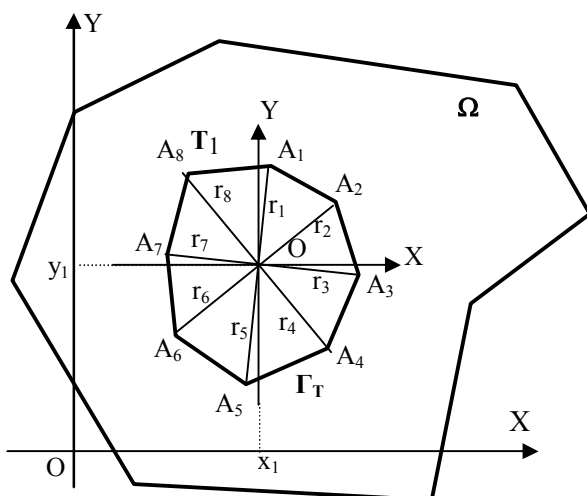
3) движение воздушных масс над областью  $\Omega$  происходит параллельно ее поверхности и носит стационарный ламинарный характер. Это справедливо для областей со слабо пересеченным рельефом и подтверждается наблюдательными данными [5, 6, 7];

Учет допущений 1) – 3) позволяет использовать для определения концентрационного поля загрязняющей примеси в области  $\Omega$  со слабо развитым рельефом математический аппарат теории атмосферной диффузии, основанный на моделировании распространения примесей уравнением турбулентной диффузии с постоянными коэффициентами [5, 6, 7].

Влияние рельефа местности приводит к трансформации исходной области загрязнения, в результате чего ее размеры и форма будут меняться в зависимости от положения источника выбросов (пожара) в области размещения.

Пусть область размещения  $\Omega$  характеризуется рельефом, который задается функцией  $z = \mathfrak{R}(x, y)$ . В области имеется пожароопасный объект  $S_1$  (источник выбросов), пожар на котором порождает в ней зону загрязнения  $T_1$ , представляющую собой выпуклый восьмиугольник (рис. 2).

Рис. 2. Размещение объекта  $T_1$  в области  $\Omega$



Свяжем с областью  $\Omega$  общую систему координат  $XOY$ , а с зоной загрязнения  $R_1$  – собственную

(подвижную) систему координат  $X_1O_1Y_1$ . Полус  $O_1$  объекта  $R_1$  находится в точке, принадлежащей его внутренности, и совмещен с началом собственной системы координат.

Положение полюса  $O_1$  объекта  $R_1$  в общей системе координат  $XOY$  характеризуется параметрами размещения  $z_1=(x_1, y_1)$ .

Метрические характеристики объекта  $T_1$  однозначно задаются набором  $r=\{r_i\}$  расстояний от полюса объекта до его вершин:

$$r_i = |A_i^1 O_1| = \sqrt{(x_1 - x_i^1)^2 + (y_1 - y_i^1)^2} > 0, \quad (2)$$

где  $(x_1, y_1)$  – параметры размещения  $T_1$  в области  $\Omega$ ,  $i=1, 2, \dots, 8$ .

Внутренние свойства области  $\Omega$  характеризуются параметром  $\xi$ , который представляет собой приземную скорость ветра  $u(x_1, y_1)$  в точке  $(x_1, y_1) \in \Omega$  размещения объекта  $T_1$  и принимает в каждой точке области заданные значения  $\xi = \xi(x, y)|_{x, y \in \Omega}$ .

Вид функции  $\xi(x, y)$  определяется рельефом  $\mathfrak{R}(x, y)|_{x, y \in \Omega}$  области  $\Omega$ . Расстояния  $r_i$  меняются в зависимости от значения параметра  $\xi$  в точке  $(x_1, y_1) \in \Omega$  положения полюса объекта  $T_1$ :

$$r_i = r_i(\xi(x_1, y_1)), \quad i=1, 2, \dots, 8. \quad (3)$$

При определении  $\{r_i\}$  необходимо учесть следующие требования:

- за пределами области  $T_1$  концентрация загрязняющей примеси должна быть меньше, чем внутри ее

$$c(x, y)|_{x, y \in R_1} > c(x, y)|_{x, y \in \Omega \setminus R_1}; \quad (4)$$

- концентрация примеси на границе  $\Gamma_T$  области  $T_1$  не должна превышать ее предельно допустимую концентрацию (ПДК)

$$c(x, y)|_{x, y \in \Gamma_T} \leq \text{ПДК}. \quad (5)$$

Выполнение условий (4) – (5) будет гарантировано, если в качестве  $r_i$  выбирается расстояния  $X_M$  от источника, на которых наблюдается максимум приземной концентрации  $C_M$  примеси в данном направлении, а величина концентрации  $C_M$  не превышает ПДК.

Если условие (5) нарушается, т.е.  $C_M \geq \text{ПДК}$ , то в качестве  $r_i$  в данном направлении выбирается расстояние  $X^* > X_M$ , для которого выполняется условие  $C^* = C(X^*) \leq \text{ПДК}$ .

Замечание 1.

При наличии в области размещения  $\Omega$  рельефа  $\mathfrak{R}(x, y)$  величина  $r_i$  будет представлять собой длину проекцию на плоскость  $XOY$  кривой  $z = \mathfrak{R}(x, y)$ , проходящей через точку  $(x_1, y_1)$  в направлении  $\lambda$ , при условии, что длина кривой равна  $X_M$  (или  $X^*$ ).

## Математическая модель оптимизационной задачи размещения пожароопасных объектов с учетом рельефа местности

Концентрация аэрозольных выбросов пожара с  $= C(x, y, Z)$ , определяющая величину уровня загрязнения в экологически значимых зонах  $K_i$  ( $i=1,2,\dots,L$ ), зависит от местоположения пожароопасных объектов  $S_i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ), которое задается вектором параметров размещения  $Z = (z_1, \dots, z_N)$ .

### Замечание 2.

Под размещением пожароопасного объекта  $S_i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ) в области  $\Omega$  мы будем понимать размещение соответствующей ему восьмиугольной зоны загрязнения  $T_i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ), построенной по правилам, указанным выше.

Постановка оптимизационной задачи размещения пожароопасных объектов в области  $\Omega$  с учетом параметров возможного пожара и климатических условий имеет следующий вид:

*необходимо в области  $\Omega$  найти такое положение пожароопасных объектов  $S_i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ), чтобы максимальная суммарная концентрация аэрозольных выбросов в конечном множестве точек контроля  $P$ , расположенных в экологически значимых зонах, была минимальной*

$$\min_{Z \in W} \max_{p_k \in P} C(p_k, Z), \quad (6)$$

где  $P = \{p_j\}$ ,  $p_j = (x_j^p, y_j^p) \Big|_{x_j^p, y_j^p \in \Omega}$ ,  $j=1,2,\dots,J$ ,

а суммарная концентрация аэрозольных выбросов пожаров в  $k$ -й точке контроля от  $N$  источников выбросов определяется как суперпозиция

$$C(p_k, Z) = \sum_{i=1}^N C(x_k^p, y_k^p, x_i, y_i, x_2, y_2, \dots, x_N, y_N).$$

Результатом решения задачи (6) является вектор  $Z = (x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_N, y_N)$  параметров размещения пожароопасных объектов.

Данная задача допускает различные трактовки относительно вида функции цели, однако общими для этого класса задач являются то, что область допустимых решений  $W$  формируется системой ограничений, включающей в себя геометрические ограничения на параметры размещение объектов  $T_i$  и физические ограничения на характеристики результирующего поля приземных концентраций аэрозольных выбросов пожара в области  $\Omega$ . Кроме того, система ограничений может содержать дополнительные условия (технологические), связанные с особенностями технологического процесса, размещением пожароопасных объектов  $S_i$  относительно транспортной сети, инженерных коммуникаций и т.п.

Геометрические ограничения на размещение объектов  $T_i$  в области  $\Omega$ , формализованные с ис-

пользованием  $\Phi$ -функций, имеют вид:

- условия, определяющие взаимное непересечение объектов  $T_i$  и  $T_j$  ( $i, j=1,2,\dots,N, i \neq j$ ):

$$\Phi_{ij}(x_i, y_i, x_j, y_j) \geq 0; \quad (7)$$

- условия, определяющие взаимное непересечение объектов  $T_i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ) и областей запрета  $K_i$  ( $i=1,2,\dots,L$ ) – экологически значимых зон, размещение в которых объектов  $S_i$  не допускается

$$\Phi_{ij}^*(x_i, y_i, x_j, y_j) \geq 0; \quad (8)$$

- условия, определяющие принадлежность объектов  $T_i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ) области размещения  $\Omega$ :

$$\Phi_{i0}(x_i, y_i, m_0) \geq 0, \quad (9)$$

где  $\Phi_{ij}(x_i, y_i, x_j, y_j)$  –  $\Phi$ -функция объектов  $T_i$  и  $T_j$ ;  $\Phi_{ij}^*(x_i, y_i, x_j, y_j)$  –  $\Phi$ -функция объекта  $T_i$  и области запрета  $K_j$ ;  $\Phi_{i0}(x_i, y_i, m_0)$  –  $\Phi$ -функция объекта  $T_i$  и области  $\Omega^* = cl(R^2 / \Omega)$ ,  $m_0$  – метрические характеристики области  $\Omega^*$ .

Физическим ограничением на характер поля приземных концентраций аэрозольных выбросов пожаров сформулированной задачи является условие:

$$C(Z)|_p + C_\phi \leq \text{ПДК}, \quad (10)$$

где  $C(Z)$  – функция концентрации загрязняющих веществ, достигаемая выбросами из  $N$  источников;  $C_\phi$  – фоновая концентрация.

Технологические ограничения, накладываемые на размещение пожароопасных объектов в области  $\Omega$ , представляются, как правило, набором максимальных (минимальных) допустимых расстояний  $L_{ij}^*$  между размещаемыми объектами и транспортной сетью, инженерными коммуникациями, другими объектами и пр.:

$$L_{ij} \geq (\leq) L_{ij}^*, \quad i=1,2,\dots,\eta, \quad j=1,2,\dots,\lambda. \quad (11)$$

### Замечание 3.

В случае взаимного размещения двух объектов (зон загрязнения  $T_i$  и  $T_j$ ) наличие физического поля вносит свои особенности в  $\Phi$ -функцию этих объектов, связанные с возможным нарушением физического ограничения (10).

Построение  $\Phi$ -функции объектов  $T_i$  и  $T_j$  с учетом замечания 3 осуществляется следующим образом [8]. Пусть имеется пара источников  $S_i$  и  $S_j$  с зонами загрязнения  $T_i$  и  $T_j$ , которые геометрически представляются восьмиугольниками. Рассмотрим случай, когда объекты  $T_i$  и  $T_j$  являются выпуклыми.

Параметры размещения  $(x_i, y_i)$  и  $(x_j, y_j)$ , объектов  $S_i$  и  $S_j$  являются и параметрами размещения объектов  $T_i$  и  $T_j$ . Тогда  $\Phi$ -функция объектов  $T_i$  и  $T_j$ , отвлекаясь от физической природы объектов  $S_i$  и  $S_j$ , запишется в виде:

$$\Phi(x_i, y_i, x_j, y_j) = \min(f_1(x_i, y_i, x_j, y_j), f_2(x_i, y_i, x_j, y_j), \dots, f_{g(i,j)}(x_i, y_i, x_j, y_j)),$$

где  $g(i,j)$  – количество ориентированных граней 0-уровня  $\Phi$ -функции;  $f_l(x_i, y_i, x_j, y_j)$  – функции ограниченного вида  $f_l(x_i, y_i, x_j, y_j) \leq 0, l=1, \dots, g(i,j)$ . Процесс построения функциональных зависимостей  $f_l(x_i, y_i, x_j, y_j)$  подробно описан в работе [9].

Условие непересечения объектов  $T_i$  и  $T_j$  задается выражением:

$$\Phi_{ij}(x_i, y_i, x_j, y_j) \geq 0.$$

Данное условие аналитически может быть выражено системой неравенств

$$f_l(x_i, y_i, x_j, y_j) \geq 0, \quad l=1, \dots, g(i,j). \quad (12)$$

При взаимодействии пары объектов в точках области происходит суммирование концентраций загрязняющих примесей от каждого из них. Тогда значение концентрации (например, в точке  $x, y$ ) составляет

$$C_{ij} = c_i(x, y, x_i, y_i) + c_j(x, y, x_j, y_j).$$

Необходимо, чтобы

$$f_{g(i,j)+1} = \text{ПДК} - C_{ij} \geq 0. \quad (13)$$

Тогда  $\Phi$ -функция объектов  $T_i$  и  $T_j$  с учетом поля концентраций запишется в виде:

$$\Phi_{ij}(x_i, y_i, x_j, y_j) = \min \{f_1(x_i, y_i, x_j, y_j), f_2(x_i, y_i, x_j, y_j), \dots, f_{g(i,j)+1}(x_i, y_i, x_j, y_j)\}. \quad (14)$$

Учет влияния рельефа местности в области  $\Omega$  приводит к тому, что функции ограничений  $f_l(x_i, y_i, x_j, y_j), l=1, \dots, g(i,j)$  становятся зависимыми от значения параметра  $\xi$  в точках положения полюсов объектов  $T_i$  и  $T_j$ . В этом случае  $\Phi_{ij}$ -функции (14) примут вид

$$\Phi_{ij}(x_i, y_i, x_j, y_j) = \min \{f_1(x_i, y_i, x_j, y_j, \xi(x_i, y_j), \xi(x_i, y_j)), f_2(x_i, y_i, x_j, y_j, \xi(x_i, y_j), \xi(x_i, y_j)), \dots, f_{g(i,j)+1}(x_i, y_i, x_j, y_j, \xi(x_i, y_j), \xi(x_i, y_j))\}. \quad (15)$$

## Выводы.

### Направления дальнейших исследований

Таким образом, построено формализованное описание системы ограничений задачи размещения пожароопасных объектов с учетом рельефа местности на основе  $\Phi$ -функций.

Практическое использование полученного результата возможно при проектировании производственных систем, содержащих источники экологически опасных газообразных и аэрозольных выбросов, с учетом рельефа местности и изменения параметров ветра.

## Список литературы

1. Стоян Ю.Г. Оптимизация технических систем с источниками физических полей / Ю.Г. Стоян, В.П. Путьтин. – К.: Наукова думка, 1988. – 189 с.
2. Шевченко Л.П. Моделирование размещения промышленных объектов с учетом экологии / Л.П. Шевченко, С.Ю. Резникова // Науковий вісник будівництва. – 1999. – № 6. – С. 159-163.
3. Чуб И.А. Моделирование размещения пожароопасных объектов с учетом опасных факторов возможного пожара / И.А. Чуб, Е.В. Морц // Проблемы пожарной безопасности. – 2004. – Вып. 15. – С. 224-227.
4. Чуб И.А. Моделирование влияния пожара на окружающую среду / И.А. Чуб, Е.В. Морц, В.Е. Пустоваров // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ, 2002. – Вып. 5 (21). – С. 174-176.
5. Берлянд М.Е. Атмосферная диффузия и загрязнение воздуха / М.Е. Берлянд. – Л.: Гидрометеоздат, 1987. – 361 с.
6. Берлянд М.Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы / М.Е. Берлянд. – Л.: Гидрометеоздат, 1985. – 271 с.
7. Берлянд М.Е. Современные проблемы диффузии и загрязнения атмосферы / М.Е. Берлянд. – Л.: Гидрометеоздат, 1975. – 543 с.
8. Чуб И.А. Построение системы геометрических ограничений в задачах оптимизации размещения пожароопасных объектов / И.А. Чуб // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – 2007. – Вып. 16. – С. 125-132.
9. Чуб І.А. Формалізація умов взаємного неперетину об'єктів задачі розміщення багатокутників в анізотропній області в полярній системі координат / І.А. Чуб, М.В. Новожилова // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2010. – Вып. 1 (82). – С. 196-199.

Поступила в редколлегию 2.07.2010

**Рецензент:** д-р физ.-мат. наук, проф. Н.Д. Сизова, Харьковский государственный технический университет строительства и архитектуры, Харьков.

### ФОРМАЛІЗАЦІЯ СИСТЕМИ ОБМЕЖЕНЬ ЗАДАЧІ РОЗМІЩЕННЯ ПОЖЕЖОНЕБЕЗПЕЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З УРАХУВАННЯМ РЕЛЬЄФУ МІСЦЕВОСТІ

І.А. Чуб

Побудований формалізований опис обмежень задачі розміщення пожежонебезпечних об'єктів з урахуванням рельєфу місцевості на основі  $\Phi$ -функцій.

**Ключові слова:** оптимізація, розміщення, геометричний об'єкт,  $\Phi$ -функція.

### RESTRICTION SYSTEM FORMALIZATION FOR PLACEMENT PROBLEM OF FIRE DANGER OBJECTS DEPENDING GROUND

I.A. Chub

Formalized description of limitations of task of placing of fire risk objects is built taking into account a hypsography on the basis of  $\Phi$ -functions.

**Keywords:** optimization, placing, geometric,  $\Phi$ -function.