

УДК 621.396.96

В.В. Павликов

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

ОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЯРКОСТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ОБЪЕКТОВ В ДВУХАНТЕННОМ РАДИОМЕТРЕ

Синтезирован оптимальный алгоритм и предложена структурная схема оценивания яркостной температуры объектов собственного радиотеплового излучения в двухантенном радиометре. Показано, что оптимальные операции включают декорреляцию принятых колебаний в обоих каналах, их суммирование, последующее квадратичное детектирование, усиление и вычитание постоянного сигнала, пропорционального шумовой температуре приемника, измеренной на этапе калибровки системы. Обращением информационной матрицы Фишера получены выражения для предельной точности оценки яркостной температуры.

Ключевые слова: двухантенный радиометр, оптимальный алгоритм, потенциальная точность оценивания.

Введение

В настоящее время известно много типов радиометров – приемников теплового электромагнитного излучения. К наиболее распространенным из них относят компенсационные, модуляционные, нулевые, корреляционные и др. Последние принадлежат к классу интерферометрических устройств [1] и применяются в радиоастрономии, пассивной радиолокации и дистанционном зондировании. Основное преимущество корреляционных радиометров в том, что межканальная корреляционная обработка наблюдений обеспечивает взаимную компенсацию внутренних шумов, вносимых независимо каждым каналом приемника. Классическая схема корреляционного радиометра, состоящего из умножителя сигналов и интегратора, проста, понятна, соответствует здравому смыслу, имеет широкое практическое применение, но разработана эвристическим путем, и не реализует в имеющейся постановке задачи потенциальные возможности оценок яркостной температуры T_s° исследуемого объекта.

В работах [2, 3] показано, что эта схема реализует только часть оптимальной обработки при обнаружении и пеленге точечного источника шумового радиоизлучения. Представляет практический и научный интерес решение задачи оптимального оценивания радиояркостной температуры пространственно-некоррелированного источника радиотеплового излучения при приеме сигналов двухантенной системой.

Постановка оптимизационной задачи

В синтезируемом двухантенном радиометре необходимо на интервале наблюдения $[0, T]$ сигналов $s(t, \vec{\lambda})$ и $s(t - t_c, \vec{\lambda})$ на фоне внутренних шумов

$n_i(t)$ ($i=1,2$) дать оптимальную оценку неизвестной яркостной температуры источника излучения T_s° . Полагается, что сигнал $s(t, \vec{\lambda})$ и внутренние шумы $n_i(t)$ в приемных каналах радиометра белые взаимно независимые гауссовские процессы с нулевым средним, (т.е.

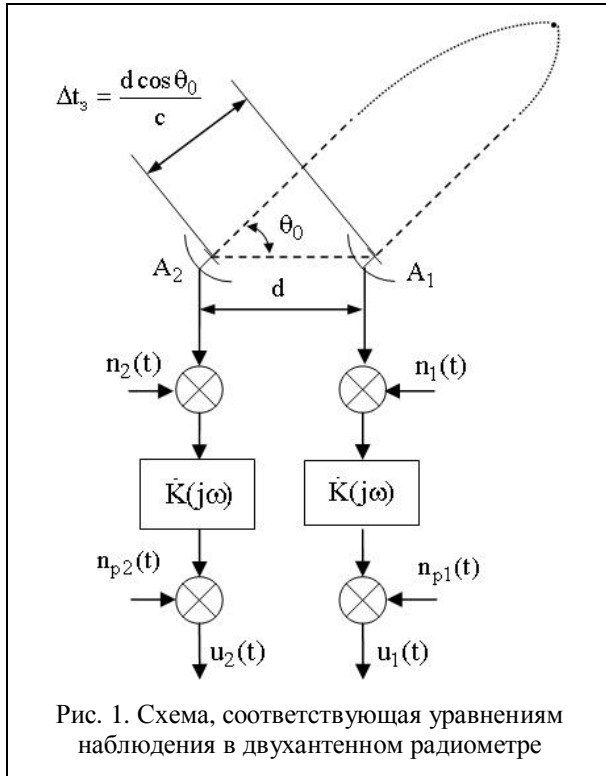
$$\langle n_1(t_1)n_2(t_2) \rangle = \langle n_i(t_1)s(t_2, \vec{\lambda}) \rangle = 0,$$

где $\langle \cdot \rangle$ – знак статистического усреднения). На основе полученного алгоритма необходимо составить структурную схему оптимального радиометра и определить его потенциальную точность. Постановка задачи по отношению к оценке яркостной температуры не снижает её общности, так как из [4] известны примеры связи яркостной температуры со статистическими и геофизическими характеристиками исследуемых объектов.

Исходные соотношения

Уравнения наблюдения. Исходными данными для решения поставленной задачи являются колебания $u_1(t)$ и $u_2(t)$, наблюдаемые на выходах линейных частей приемников (ЛЧП) в двух каналах радиометра. Модель уравнения наблюдения соответствует структуре входных устройств радиометра, показанных на рис. 1. Эта структура задана двумя каналами приема полезных сигналов $s(t, \vec{\lambda})$ и $s(t - t_c, \vec{\lambda})$ на фоне аддитивных внутренних шумов приемника $n_1(t)$ и $n_2(t)$, пересчитанных ко входу ЛЧП. Предполагаем, что ЛЧП имеют идентичные частотные характеристики $\dot{K}(j\omega)$. Сигналы в каналах могут отличаться на время задержки. Это учтено введением в один из сигналов задержки на время

t_ζ . Кроме того на выходах ЛЧП добавлены белые шумы n_{p1} и n_{p2} небольшой мощности. При синтезе алгоритма оптимальной обработки принятых сигналов эти шумы выполняют роль статистических регуляризаторов решений интегральных уравнений правдоподобия, позволяющие избежать операций деления на ноль.



В соответствии с рис. 1 уравнения наблюдения в первом и втором каналах будут иметь вид

$$u_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [s(\tau, \bar{\lambda}) + n_1(\tau)] h(t - \tau) d\tau + n_{p1}(t), \quad (1.а)$$

$$u_2(t - t_\zeta) = \int_{-\infty}^{\infty} [s(\tau - t_\zeta, \bar{\lambda}) + n_2(\tau)] h(t - \tau) d\tau + n_{p2}(t), \quad (1.б)$$

где $h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}(j\omega) \exp(j\omega t) d\omega$ – импульсная характеристика, связанная с частотной характеристикой $\dot{K}(j\omega)$ посредством преобразования Фурье; $t \in (0, T)$.

Конкретизируем свойства процессов, входящих в уравнения наблюдения

1) $\langle s_i(t, \lambda) \rangle = 0$, $\langle n_i \rangle = 0$, $\langle n_{pi} \rangle = 0$, где $i = 1, 2$ – номер канала;

2) $s_1(t, \lambda) = s_2(t - t_\zeta, \lambda)$ – сигнал во втором канале с точностью до времени задержки совпадает с сигналом в первом канале;

3) сигналы в первом и втором каналах имеют вид

$$s_1(t, \lambda) = \int_{D'_1} \int_{\theta=-\infty}^{\infty} \dot{I}(f, \bar{r}'_1) \dot{A}(f, \vartheta, \lambda) e^{j2\pi f \left(t - \frac{\vartheta \bar{r}'_1}{c} \right)} df d\vartheta d\bar{r}'_1, \quad (1.в)$$

$$s_2(t - t_\zeta, \lambda) = \int_{D'_2} \int_{\theta=-\infty}^{\infty} \dot{I}(f, \bar{r}'_2) \dot{A}(f, \vartheta, \lambda) e^{j2\pi f \left(t - \frac{\vartheta \bar{r}'_2}{c} - \frac{\vartheta_0 d}{c} \right)} df d\vartheta d\bar{r}'_2,$$

где $\dot{I}(f, \bar{r}'_i)$ – амплитудно-фазовое распределение поля в апертуре i -й антенны; $\bar{r}'_i = (x'_i, y'_i) \in D'_i$ – координаты элементов i -й приемной антенны; $\dot{A}(f, \vartheta, \lambda)$ – двухсторонняя (как и в классической теории преобразований Фурье, $f \in (-\infty, \infty)$) спектрально-угловая плотность комплексной амплитуды сигнала, $t_\zeta = \cos(\theta_0) d / c = \vartheta_0 d / c$, $\vartheta = \cos(\theta)$;

$$4) \langle \dot{A}(f_1, \vartheta_1, \lambda) \dot{A}^*(f_2, \vartheta_2, \lambda) \rangle = B(f_1, \vartheta_1, \lambda) \delta(\vartheta_1 - \vartheta_2) \delta(f_1 - f_2),$$

где $B(f_1, \vartheta_1, \lambda)$ – спектрально-угловая яркость источника излучения [4, 5];

5) автокорреляционные функции:

$$R_s(t_1, t_2) = \langle s(t_1) s(t_2) \rangle = \frac{N_{0s}}{2} \delta(t_1 - t_2),$$

$$R_{n1}(t_1, t_2) = \langle n_1(t_1) n_1(t_2) \rangle = \frac{N_{0n1}}{2} \delta(t_1 - t_2),$$

$$R_{n2}(t_1, t_2) = \langle n_2(t_1) n_2(t_2) \rangle = \frac{N_{0n2}}{2} \delta(t_1 - t_2),$$

$$R_{\delta 1}(t_1, t_2) = \langle n_{\delta 1}(t_1) n_{\delta 1}(t_2) \rangle = \frac{N_{0\delta 1}}{2} \delta(t_1 - t_2),$$

$$R_{\delta 2}(t_1, t_2) = \langle n_{\delta 2}(t_1) n_{\delta 2}(t_2) \rangle = \frac{N_{0\delta 2}}{2} \delta(t_1 - t_2),$$

где $N_{0z} / 2$ – двухсторонняя спектральная плотность мощности (СПМ) процесса z ;

б) взаимные корреляционные функции:

$$R_s(t_1, t_2, t_\zeta) = \langle s(t_1) s(t_2 - t_\zeta) \rangle = \frac{N_{0s}}{2} \delta(t_1 - t_2 + t_\zeta),$$

$$R_{n1,2}(t_1, t_2) = \langle n_1(t_1) n_2(t_2) \rangle = 0,$$

$$R_{p1,2}(t_1, t_2) = \langle n_{p1}(t_1) n_{p2}(t_2) \rangle = 0,$$

$$R_{np}(t_1, t_2) = \langle n_{n1}(t_1) n_{p2}(t_2) \rangle = 0,$$

$$R_{sn}(t_1, t_2) = \langle s(t_1, \bar{\lambda}) n_{1,2,p1,p2}(t_2) \rangle = 0.$$

Решение оптимизационной задачи

Уравнение правдоподобия. Оптимальный алгоритм оценки параметра $\lambda = T_s^\circ$ найдем из решения уравнения правдоподобия вида [4]

$$\begin{aligned} \text{spur} \frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T \frac{\partial \underline{\mathbf{R}}(t_1, t_2, \lambda)}{\partial \lambda} \underline{\mathbf{W}}(t_1, t_2, \bar{\lambda}) dt_1 dt_2 = \\ = -\frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T \bar{\mathbf{u}}^T(t_1) \frac{\partial \underline{\mathbf{W}}(t_1, t_2, \lambda)}{\partial \lambda} \bar{\mathbf{u}}(t_2) dt_1 dt_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\bar{\mathbf{u}}^T(t) = \|\mathbf{u}_1(t), \mathbf{u}_2(t)\|$; "T" – операция транспонирования; $\underline{\mathbf{R}}(t_1, t_2, \lambda)$ – матрица корреляционных функций; $\underline{\mathbf{W}}(t_1, t_2, \lambda)$ – обратная матрица обратных корреляционных функций, определяемая из уравнения обращения

$$\int_0^T \underline{\mathbf{R}}(t_1, t_2, \lambda) \underline{\mathbf{W}}(t_2, t_1, \lambda) dt_2 = \underline{\mathbf{I}} \delta(t_1 - t_2), \quad (3)$$

где $\underline{\mathbf{I}}$ – единичная матрица; $\delta(t_1 - t_2)$ – дельта-функция; spur – след матрицы; $\langle \cdot \rangle$ – знак статистического усреднения; чертой снизу обозначена матрица.

В координатной форме уравнение (2) примет такой вид [4]

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \int_0^T \int_0^T \frac{\partial \mathbf{R}_{ij}(t_1, t_2, \lambda)}{\partial \lambda} \mathbf{W}_{ij}(t_1, t_2, \lambda) dt_1 dt_2 = \\ = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \int_0^T \int_0^T \frac{\partial \mathbf{W}_{ij}(t_1, t_2, \lambda)}{\partial \lambda} \bar{u}_i(t_1) \bar{u}_j(t_2) dt_1 dt_2. \end{aligned} \quad (4)$$

Найдем корреляционную матрицу наблюдений

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{R}}(t_1, t_2, \bar{\lambda}) = \begin{vmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{R}_{12} \\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{R}_{22} \end{vmatrix} = \\ = \begin{vmatrix} \langle \mathbf{u}_1(t_1) \mathbf{u}_1(t_2) \rangle & \langle \mathbf{u}_1(t_1) \mathbf{u}_2(t_2) \rangle \\ \langle \mathbf{u}_2(t_1) \mathbf{u}_1(t_2) \rangle & \langle \mathbf{u}_2(t_1) \mathbf{u}_2(t_2) \rangle \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

Найдем элементы корреляционной матрицы

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{11}(t_1, t_2, \lambda) = \langle \mathbf{u}_1(t_1) \mathbf{u}_1(t_2) \rangle = \\ = \frac{1}{2} [N_{0s}(\vartheta_0, \lambda) + N_{01}] \mathbf{R}_h(t_1 - t_2) + \frac{N_{0p1}}{2} \delta(t_1 - t_2), \end{aligned} \quad (8)$$

где $\mathbf{R}_h(t_1 - t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1 - \tau) h(t_2 - \tau) d\tau$ – автокорреляционная функция импульсной характеристики;

$$N_{0s}(f, \bar{\vartheta}_0, \lambda) / 2 = \int_0^{\infty} \mathbf{B}(f, \bar{\vartheta}, \lambda) \left| \dot{\mathbf{F}}(f, \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0) \right|^2 d\bar{\vartheta} -$$

двухсторонняя (по частоте f) спектральная плотность мощности (антенная спектральная яркость, т.е. спектрально-угловая яркость, сглаженная диаграммой направленности антенны по мощности $\left| \dot{\mathbf{F}}(f, \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0) \right|^2$).

Запись $N_{0s}(\vartheta_0, \lambda) = N_{0s}(f_0, \vartheta_0, \lambda) = N_{0s}(f, \vartheta_0, \lambda)$ соответствует тому, что в диапазоне

частот, определяемом ЛЧП, спектральную плотность мощности полагаем постоянной и равной СПМ на центральной частоте f_0 .

При выводе (8) учтено, что спектральная функция, стоящая под интегралом в (1.в) по частоте f , является двухсторонней, обладает свойствами спектральной плотности комплексной амплитуды как обратного преобразования Фурье, и при комплексном сопряжении не изменяет вещественного характера функции $s_1(t, \lambda)$.

Аналогично получим

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{22}(t_1, t_2, \lambda) = \langle \mathbf{u}_2(t_1) \mathbf{u}_2(t_2) \rangle = \\ = \frac{1}{2} [N_{0s}(\vartheta_0, \lambda) + N_{02}] \mathbf{R}_h(t_1 - t_2) + \frac{N_{0p2}}{2} \delta(t_1 - t_2). \end{aligned} \quad (9)$$

Найдем функции пространственной когерентности (взаимно корреляционные функции наблюдений в различных каналах)

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{12}(t_1, t_2, \lambda) = \langle \mathbf{u}_1(t_1) \mathbf{u}_2(t_2) \rangle = \\ = 0,5 N_{0s}(\vartheta_0, \lambda) \mathbf{R}_h(t_1 - t_2 + \vartheta_0 d / 2) \end{aligned} \quad (10)$$

и

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{21}(t_1, t_2, \lambda) = \langle \mathbf{u}_2(t_1) \mathbf{u}_1(t_2) \rangle = \\ = 0,5 N_{0s}(\vartheta_0, \lambda) \mathbf{R}_h(t_1 - t_2 - \vartheta_0 d / 2). \end{aligned} \quad (11)$$

При выводе элементов корреляционной матрицы использовались свойства 2) – 5) процессов, входящих в уравнение наблюдения.

Далее обозначим $N_{0s}(\vartheta_0, \lambda) = N_{0s}$.

Тогда матрицу КФ представим в виде

$$\underline{\mathbf{R}}(t_1, t_2, \lambda) = \underline{\mathbf{R}}(\tau, \lambda) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \mathbf{R}_{1\Sigma}(\tau) & N_{0s} \mathbf{R}_h(\tau + \vartheta_0 d / c) \\ N_{0s} \mathbf{R}_h(\tau - \vartheta_0 d / c) & \mathbf{R}_{2\Sigma}(\tau) \end{vmatrix}, \quad (12)$$

где $\mathbf{R}_{i\Sigma}(\tau) = N_{0s} \mathbf{R}_h(\tau) + N_{0ni} \mathbf{R}_h(\tau) + N_{0pi} \delta(\tau)$ ($i = 1, 2$); $\tau = t_1 - t_2$; c – скорость света в свободном пространстве.

В соответствии с теоремой Хинчина-Винера ей соответствует матрица СПМ

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{G}}(\omega, \lambda) = \mathbf{F}[\underline{\mathbf{R}}(\tau, \lambda)] = \\ = \begin{vmatrix} \mathbf{G}_{\Sigma}(\omega, T_s^\circ) & \mathbf{G}_s(\omega, T_s^\circ) e^{j\omega t_\xi} \\ \mathbf{G}_s(\omega, T_s^\circ) e^{-j\omega t_\xi} & \mathbf{G}_{\Sigma}(\omega, T_s^\circ) \end{vmatrix}, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_s(\omega, T_s) = 0,5 N_{0s} \left| \dot{\mathbf{K}}(j\omega) \right|^2, \\ \mathbf{G}_{n_i}(\omega) = 0,5 N_{0n} \left| \mathbf{K}(j\omega) \right|^2, \\ \mathbf{G}_{p_i}(\omega) = 0,5 N_{0p}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\mathbf{G}_{\Sigma}(\omega, T_s^\circ) = \mathbf{G}_s(\omega, T_s^\circ) + \mathbf{G}_n(\omega) + \mathbf{G}_p(\omega), \quad (15)$$

$\mathbf{F}[\cdot]$ – оператор прямого преобразования Фурье от функции, стоящей под знаком аргумента, $\omega = 2\pi f$.

В уравнениях (14) отражено, что спектральные плотности мощности сигналов и шумов в обоих каналах одинаковы.

Яркостная температура источника, а также шумовые температуры приемных устройств определяются известными соотношениями, которые непосредственно следуют из формулы Найквиста [6]

$$\begin{aligned} N_{os} &= k_B T_s^\circ, \\ N_{on} &= N_{on_i} = k_B T_n^\circ, \\ N_{op} &= N_{op_i} = k_B T_p^\circ, \end{aligned} \quad (16)$$

где k_B – постоянная Больцмана.

Интервал корреляции всех процессов значительно меньше интервала наблюдения T (на практике при решении таких задач это условие выполняется). Входящие в уравнение наблюдения процессы стационарные, поэтому запишем уравнение правдоподобия (2) в спектральной форме, выразив матрицы корреляционных функций $\underline{R}(t_1 - t_2, \lambda)$ и $\underline{W}(t_1 - t_2, \lambda)$ через матрицы их энергетических спектров в соответствии с теоремой Хинчина-Винера. Тогда в уравнении обращения (3) пределы интегрирования можно заменить на бесконечные, а аргументы корреляционных функций записать в виде разностей $t_1 - t_2$ и $t_2 - t_3$.

Применив к уравнению (3) преобразование Фурье получим

$$\underline{G}(\omega, \lambda) \underline{G}_W(\omega, \lambda) = \underline{I}, \quad (17)$$

или

$$\underline{G}_W(\omega, \lambda) = \underline{G}^{-1}(\omega, \lambda), \quad \underline{W}(\tau, \lambda) = F^{-1}[\underline{G}^{-1}(\omega, \lambda)]. \quad (18)$$

Из выражения (18) видно, что $\underline{W}(\tau, \lambda)$ связано через обратное преобразование Фурье с матрицей обратной матрице СПМ. Справедливо и обратное

$$F[\underline{W}(\tau, \lambda)] = \underline{G}^{-1}(\omega, \lambda). \quad (19)$$

Подставив в (2) вместо $\underline{R}(\tau, \lambda)$ и $\underline{W}(\tau, \lambda)$ их образы Фурье и выполнив простые преобразования, получим уравнение правдоподобия в спектральной форме

$$\begin{aligned} \text{spur } T \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \underline{G}'(\omega, \lambda) \underline{G}^{-1}(\omega, \lambda) d\omega = \\ = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{U}^H(j\omega) (\underline{G}^{-1}(\omega, \lambda))' \vec{U}(j\omega) d\omega, \end{aligned} \quad (20)$$

где "H" – символ эрмитова сопряжения (комплексное сопряжение и транспонирование);

$$\vec{U}(j\omega) = \|\dot{U}_1(j\omega), \dot{U}_2(j\omega)\|^T = F[\|u_1(t), u_2(t)\|^T];$$

$$\underline{G}'(\omega, \lambda) = \frac{\partial \underline{G}(\omega, \lambda)}{\partial \lambda}; \quad (21)$$

$$\begin{aligned} (\underline{G}^{-1}(\omega, \lambda))' &= \frac{\partial \underline{G}^{-1}(\omega, \lambda)}{\partial \lambda} = \\ &= -\underline{G}^{-1}(\omega, \lambda) \underline{G}'(\omega, \lambda) \underline{G}^{-1}(\omega, \lambda), \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} \underline{G}^{-1}(\omega, \lambda) &= \underline{G}^{-1}(\omega, T_s^\circ) = \\ &= \begin{vmatrix} \frac{G_\Sigma(\omega, T_s^\circ)}{\Delta(\omega, T_s^\circ)} & -\frac{G_s(\omega, T_s^\circ) e^{j\omega t_\zeta}}{\Delta(\omega, T_s^\circ)} \\ \frac{G_s(\omega, T_s^\circ) e^{-j\omega t_\zeta}}{\Delta(\omega, T_s^\circ)} & \frac{G_\Sigma(\omega, T_s^\circ)}{\Delta(\omega, T_s^\circ)} \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (23)$$

$$\text{Здесь } \Delta(\omega, T_s^\circ) = G_\Sigma^2 - G_s^2.$$

При записи уравнения (22) использовано известное свойство производной от обратной матрицы [7].

Оценка спектральной яркости (мощности) радиотеплового излучения. Решим уравнение правдоподобия (20) относительно параметра $\lambda = T_s^\circ$.

Правая часть уравнения правдоподобия (20) характеризует все операции, которые необходимо произвести под принятыми колебаниями $u_1(t)$ и $u_2(t)$.

Используя уравнения (13), (21) – (23) перепишем правую часть выражения (20) в виде

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{U}^H(j\omega) (\underline{G}^{-1}(\omega, \lambda))' \vec{U}(j\omega) d\omega = \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |M_{Ts}(\omega)|^2 |\dot{U}_1(j\omega) e^{-j\omega t_\zeta} + \dot{U}_2(j\omega)|^2 d\omega, \end{aligned} \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} |M_{Ts}(\omega)|^2 &= \frac{1}{2} \frac{k_B |\dot{K}(j\omega)|^2}{\left\{ |\dot{K}(j\omega)|^2 \left(N_{os} + \frac{N_{on}}{2} \right) + \frac{N_{op}}{2} \right\}^2} = \\ &= \frac{1}{2} \frac{k_B |\dot{K}_H(j\omega)|^2 |\dot{K}_0|^2}{\left\{ |\dot{K}_H(j\omega)|^2 |\dot{K}_0|^2 (N_{os} + N_{on}/2) + N_{op}/2 \right\}^2}. \end{aligned} \quad (25)$$

В уравнении (25) $|\dot{K}_H(j\omega)| = |\dot{K}(j\omega)| / |\dot{K}_0|$ – это нормированная амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) фильтра, выполняющего согласованную фильтрацию колебаний $u_1(t)$ и $u_2(t)$, а $|\dot{K}_0|$ – коэффициент усиления приемника на центральной частоте его настройки.

Из этого выражения видно, что введение необходимого регуляризирующего шума $n_p(t)$ приводит к появлению в (25) слагаемого, исключающего деление на ноль. Вынесем в знаменателе (25) за

скобки $|\dot{K}_0|^2 \left(N_{0s} + \frac{N_{0n}}{2} \right)$ и в соответствии с формулой (7) перейдем к шумовым температурам. В результате получим

$$|M_{T_s}(\omega)|^2 = \frac{|\dot{K}_H(j\omega)|^2 |W_{T_s}(\omega)|^2}{2k_B |\dot{K}_0|^2 \left(T_s^\circ + \frac{T_n^\circ}{2} \right)^2}; \quad (26)$$

$$W_{T_s}(\omega) = \left[|\dot{K}_H(j\omega)|^2 + \left(\frac{T_p^\circ}{2} \right) \left(T_s^\circ + \frac{T_n^\circ}{2} \right)^{-1} |\dot{K}_0|^{-2} \right]^{-1} \quad (27)$$

– АЧХ фильтра, выполняющего инверсную фильтрацию (декорреляцию) колебаний $u_1(t)$ и $u_2(t)$. Подставим в выражение (24) формулы (25)–(27) и выполним переход во временную область используя теорему Парсеваля-Лапласа. Тогда правая часть уравнения (20) примет вид

$$\frac{1}{2k_B |\dot{K}_0|^2 \left(T_s^\circ + \frac{T_n^\circ}{2} \right)^2} \int_0^T u_{W\Sigma}^2(t) dt, \quad (28)$$

где

$$u_{W\Sigma}(t) = u_{1WT_s}(t - t_c) + u_{2WT_s}(t), \quad (29)$$

а процессы $u_{1WT_s}(t - t_c)$ и $u_{2WT_s}(t)$ являются результатом фильтрации сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$ в фильтрах с АЧХ $|\dot{K}_H(j\omega) W_{T_s}(\omega)|$.

Выполним расчет левой части уравнения (20), подынтегральное выражение которой, с учетом выражений (21) – (23), получим в виде

$$\begin{aligned} \text{spur } \underline{G}'(\omega, \lambda) \underline{G}^{-1}(\omega, \lambda) &= \\ &= \frac{1}{T_s^\circ + \frac{T_n^\circ}{2}} \frac{|\dot{K}_H(j\omega)|^2}{|\dot{K}_H(j\omega)|^2 + \frac{N_{0p}}{2} \left(T_s^\circ + \frac{T_n^\circ}{2} \right)^{-1} |\dot{K}_0|^{-2}}. \end{aligned} \quad (30)$$

Учитывая выражения (27) и (30) левая часть уравнения (20) будет равна

$$\begin{aligned} \text{spur } T \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \underline{G}'(\omega, \lambda) \underline{G}^{-1}(\omega, \lambda) d\omega &= \\ &= \frac{T \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}_H(j\omega)|^2 W_{T_s}(\omega) d\omega}{\left(T_s^\circ + \frac{T_n^\circ}{2} \right)} = \frac{2T\Delta f_{\dot{Y}}}{\left(T_s^\circ + \frac{T_n^\circ}{2} \right)}, \end{aligned} \quad (31)$$

где $2\Delta f_{\dot{Y}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}_H(j\omega)|^2 W_{T_s}(\omega) d\omega$ – эквивалентная полоса последовательного соединения согласованного фильтра с АЧХ $|\dot{K}_H(j\omega)|$ и декоррелирующего фильтра с АЧХ $\sqrt{W_{T_s}(\omega)}$. Эта полоса являет-

ся двухсторонней, т.к. область интегрирования охватывает области положительных и отрицательных частот, а $\Delta f_{\dot{Y}}$ – эквивалентная ширина односторонней полосы.

Она соответствует реальной полосе, расположенной в области положительных частот.

Тогда с учетом выражений (28) и (31) перепишем уравнение правдоподобия (20) в таком виде

$$\frac{2T\Delta f_{\dot{Y}}}{T_s^\circ + \frac{T_n^\circ}{2}} = \frac{1}{2k_B |\dot{K}_0|^2 \left(T_s^\circ + \frac{T_n^\circ}{2} \right)^2} \int_0^T u_{W\Sigma}^2(t) dt. \quad (32)$$

Решая уравнение (32) относительно T_s° находим

$$T_s^\circ = \frac{1}{4k_B T\Delta f_{\dot{Y}} |\dot{K}_0|^2} \int_0^T u_{W\Sigma}^2(t) dt - \frac{T_n^\circ}{2}. \quad (33)$$

Величину $T_n / 2$ измеряют при калибровке радиометров, закрывая их вход и измеряя лишь температуру T_n .

Перечислим основные операции, которые должны выполняться радиометром (алгоритм (33)) над принятыми колебаниями $u_1(t)$ и $u_2(t)$.

1. Согласованная фильтрация колебаний $u_1(t)$ и A_2 в фильтре АЧХ которого совпадает с нормированной АЧХ ЛЧП, т.е. АЧХ $|\dot{K}_H(j\omega)|$.
2. Декорреляция (инверсная фильтрация) полученных колебаний в фильтре с АЧХ $W_{T_s}(\omega)$.
3. Задержка сигнала $u_1(t)$ с целью синфазного суммирования содержащихся в колебаниях $u_1(t)$ и $u_2(t)$ полезных сигналов $s(t, \bar{\lambda})$.
4. Квадратичное детектирование (возведение в квадрат) и интегрирование суммы колебаний, т.е. формирование оценки средней мощности

$$P_{Wcp} = \frac{1}{T} \int_0^T u_{W\Sigma}^2(t) dt.$$

5. Решение уравнения (33), являющегося результатом математического преобразования уравнения правдоподобия (20).

Примечание: пункты 1 – 3 можно выполнять в произвольной последовательности.

В результате анализа алгоритма (33) и соответствующих операций над принятыми сигналами составим структурную схему оптимального двухантенного радиометра, позволяющего оценить яркостную температуру источника (рис. 2). Сигналы, снимаемые с выхода ЛЧП, подвергаются согласованной фильтрации и декорреляции в фильтрах W_{T_s} . Эти операции позволяют расширить полосу приемника, уменьшить радиусы корреляции случайных процес-

сов, увеличить число их некоррелированных отсчетов на интервале (0, T) и тем самым повысить эффективность усреднения их в интеграторах. Линия задержки (ЛЗ) выравнивает межканальную временную задержку сигналов в обоих каналах. Далее сигналы суммируются и подаются на квадратор и интегратор. После этого следуют усилитель с коэффициентом усиления $1/2k_B T \Delta f \dot{K}_0^2$ и вычитающее устройство, на второй вход которого поступает постоянный сигнал, пропорциональный шумовой температуре приемника (определяется при калибровке системы). Отметим, что $T_n^\circ/2$ и T_s° подаются на входы декоррелирующих фильтров, что свидетельствует о адаптивной форме их частотных характеристик.

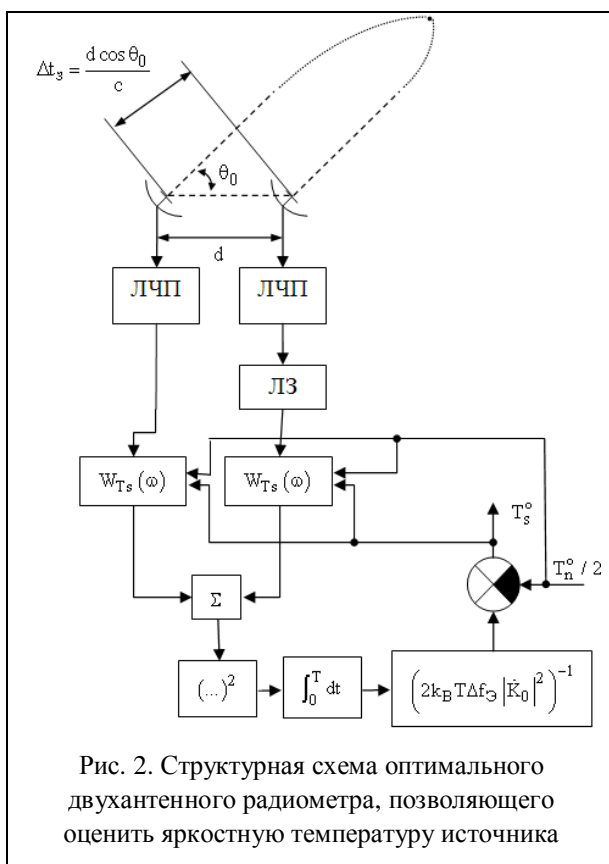


Рис. 2. Структурная схема оптимального двухантенного радиометра, позволяющего оценить яркостную температуру источника

Предельная точность оценок T_s°

Предельную точность оценки T_s° определим обращением информационной матрицы Фишера, которая для уравнения правдоподобия (2) примет вид

$$B_{\lambda\lambda}^{-1} = - \left(\text{spur} \frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \underline{R}(t_1, t_2, \lambda) \times \frac{\partial}{\partial \lambda} \underline{W}(t_1, t_2, \lambda) \right] dt_1 dt_2 \right)^{-1} \Bigg|_{\lambda=\hat{\lambda}}$$

В спектральной области это уравнение примет вид

$$B_{\lambda\lambda}^{-1} = - \left(\text{spur} \frac{1}{4\pi} T \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \lambda} \underline{G}'(\omega, \lambda) \frac{\partial}{\partial \lambda} \underline{G}^{-1}(\omega, \lambda) \right)^{-1} \Bigg|_{\lambda=\hat{\lambda}}$$

Рассчитаем B_{T_s, T_s} с учетом выражений (21) – (23)

$$B_{T_s, T_s} = \frac{T \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}(j\omega)|^4 \left(|\dot{K}(j\omega)|^2 + \alpha_0 \right)^{-2} d\omega}{2 \left(T_s^\circ + T_n^\circ / 2 \right)^2} = \frac{T \Delta f \dot{Y}_{T_s}}{2 \left(T_s^\circ + T_n^\circ / 2 \right)^2},$$

где

$$\Delta f \dot{Y}_{T_s} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\dot{K}_H(j\omega)|^4}{\left(|\dot{K}_H(j\omega)|^2 + \alpha_0 |\dot{K}_0|^{-2} \right)^2} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}_H(j\omega)|^2 W_{T_s}(\omega)^2 d\omega$$

– эффективная ширина спектра в канале оценки температуры T_s ;

$$\alpha_0 = \frac{N_{0p}}{2} \left(N_{0s} + \frac{N_{0n}}{2} \right)^{-1}.$$

Тогда предельная точность измерения яркостной температуры примет вид

$$\sigma_{T_s}^2 = B_{T_s, T_s}^{-1} = \frac{\left(2T_s^\circ + T_n^\circ \right)^2}{2T \Delta f \dot{Y}_{T_s}}. \quad (34)$$

Из выражения (34) следует, что точность оценивания T_s° существенно зависит от произведения $T \Delta f \dot{Y}_{T_s}$.

Выводы

В отличие от эвристической схемы корреляционного радиометра [1], синтезированный оптимальный алгоритм содержит операции суммирования наблюдений обоих каналов и квадратичного детектирования (возведения в квадрат суммы наблюдений и последующего интегрирования). Кроме того, особенностью оптимальной обработки является согласованная фильтрация и декорреляция принятых сигналов, а также вычитание шумовой температуры приемника, оцененной в процессе калибровки системы. Декоррелирующие фильтры расширяют полосы пропускания приемных каналов. Расширение полосы приводит к уменьшению характерного интервала корреляции принятых процессов. При этом эффективность усреднения существенно повышается.

Интерес представляет сравнение оптимальных алгоритмов (33) и приведенных в [2, 3]. Несмотря на некоторые отличия в постановке оптимизационных задач и использованных методах статистических решений оптимальные операции, которые необходимо выполнить над наблюдением, сравнимы.

Основное отличие заключается в том, что синтезированный оптимальный алгоритм (33) и созданная на его основе схема (см. рис. 2) оценивают искомым параметр – яркостную температуру объекта, а в [2, 3] яркостная температура сигнала и шумовая температура приемника не разделяются.

Кроме того, в [2, 3] рекомендуется отказаться от операций декорреляции, так как это может привести в некоторых случаях к нефизическим результатам.

Отметим, что практические аспекты разработки декоррелирующих фильтров рассмотрены в [8] и поэтому автор придерживается необходимости использования этой операции, так декорреляция, кроме вышеотмеченных преимуществ, повышает точность оценивания (см. уравнение (34)).

Список литературы

1. Цейтлин, Н.М. Антенная техника и радиоастрономия [Текст] / Н.М. Цейтлин. – М.: Советское радио, 1976. – 352 с.

2. Караваев, В.В. Статистическая теория пассивной локации радиоастрономия [Текст] / В.В. Караваев, В.В. Сазонов. – М.: Радио и связь, 1987. – 240 с.

3. Караваев, В.В. Основы теории синтезированных антенн [Текст] / В.В. Караваев, В.В. Сазонов. – М.: Советское радио, 1974. – 168 с.

4. Волосюк, В.К. Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации [Текст]: монография / В.К. Волосюк, В.Ф. Кравченко; под ред. В.Ф. Кравченко. – М.: Физматлит, 2008. – 704 с.

5. Фалькович, С.Е. Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием [Текст] / С.Е. Фалькович, В.И. Пономарев, Ю.В. Шкварко. – М.: Радио и связь, 1989. – 296 с.

6. Молчанов, А.П., Курс электротехники и радиоэлектронники [Текст] / А.П. Молчанов, П.Н. Занадворов. – М.: Наука, 1969. – 480 с.

7. Чезари, Л. Асимптотическое поведение и устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений [Текст] / Л. Чезари. – М.: Мир, 1964. – 483 с.

8. Василенко, Г.И. Восстановление изображений [Текст] / Г.И. Василенко, А.М. Тараторин. – М.: Радио и связь, 1986. – 304 с.

Поступила в редколлегию 1.02.2012

Рецензент: д-р техн. наук проф. В.В. Лукин, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

ОПТИМАЛЬНА ОЦІНКА ЯСКРАВІСНОЇ ТЕМПЕРАТУРИ ОБ'ЄКТІВ У ДВОАНТЕННОМУ РАДІОМЕТРІ

В.В. Павліков

Синтезовано оптимальний алгоритм і запропонована структурна схема оцінювання яскравісної температури об'єктів власного радіотеплового випромінювання у двоантенному радіометрі. Показано, що оптимальні операції містять декореляцію прийнятих коливань у обох каналах, їх складання, наступне квадратичне детектування, підсилення та віднімання постійного сигналу, пропорційного шумовій температурі приймача, яка вимірюється на етапі калібрування системи. Оберненням інформаційної матриці Фішера отримано вираз для граничної точності оцінювання яскравісної температури.

Ключові слова: двоантенний радіометр, оптимальний алгоритм, потенціальна точність оцінювання.

OPTIMAL ESTIMATION OF OBJECTS BRIGHTNESS TEMPERATURE IN TWO-ANTENNA RADIOMETER

V.V. Pavlikov

The optimal algorithm is synthesised and the block diagram for estimation of objects brightness temperature of own radio thermal radiation in two-antenna radiometer is proposed. It is shown, that optimal operations include decorrelation of accepted oscillations in both channels, their summation, the next square-law detecting, gain and subtraction of the constant signal proportional to noise temperature of the receiver, which has measured at stage of system calibration. By Fisher matrix inversion it is received expressions for limiting accuracy of brightness temperature estimation.

Keywords: two-antenna radiometer, optimal algorithm, potential estimation accuracy.