УДК 621.391+004.73

О.С. Лисицына

Черкасский госсударственный технологический университет, Черкассы

ОЦЕНКА РАЗЛИЧИМОСТИ ВЕКТОРНОГО СИГНАЛА НА ФОНЕ ПОМЕХ

Рассматриваются вопросы оценки различимости векторного сигнала на фоне помех и оценка эффективности применения корреляционного метода обнаружения векторного сигнала в шуме. Определен энергетический выигрыш корреляционного приемника в сравнении с некогерентным приемником. Показано, что при использовании сигнального вектора с «хорошей» АКФ, за счет лучшей различимости на фоне шума, увеличивается радиус зоны радиовидимости.

Ключевые слова: *АКФ, различимость, помеха, шум.*

Введение

Цифровые методы обработки сигналов занимают лидирующие позиции в системах обработки и передачи данных. Область их применения все более расширяется и проникает в такие сферы, которые ранее не были доступны, например, в системы связи и управления, работающих по дискретным каналам с высокой интенсивностью помех

Природа этих помех может быть разной - от преднамеренных помех средств радиоэлектронного противодействия до промышленных и атмосферных помех. Среди множества практических задач связанных с различимостью векторного сигнала в данной работе внимание сконцентрировано на двух практических задачах:

– обнаружение радиомаяка, размещаемого на подвижном объекте;

– распознавание двоичного сигнала данных, содержащегося в модулированном по фазе шумоподобном сигнале (ФМ ШПС) – демодуляция ФМ ШПС.

Специфической особенностью данных задач является то, что задачи обнаружения и распознавания решаются в векторном пространстве, а используемые векторные сигналы (сигнальная последовательность маяка или несущая ФМШПС) имеют «хорошую» функцию автокорреляции (АКФ). С учетом приведенной специфики, решаемая здесь задача сводится к обнаружению вектора сигнала в его смеси с шумом по функции взаимной корреляции (ВКФ), вектора принятого из канала и копии сигнального вектора, сформированного приемником. Копию сигнального вектора и его циклические сдвиги будем называть базисом или базисными векторами пространства.

Анализ источников и публикаций. Вопросы различения, обнаружения и распознавания сигналов в векторном пространстве исследованы недостаточно, так, в работе [1], дана оценка различимости сигнального вектора ФМ ШПС размерности T, в смеси с шумом, в векторном пространстве той же размерности, применительно к задаче демодуляции ФМ ШПС. Многообразие практических приложений, необходимость разной трактовки термина «различимость», для разных классов решаемых задач, приводит к необходимости более тщательного изучения данного вопроса.

Выделение нерешенных ранее частей общей проблемы. В сущности, проблема различимости возникает в силу того обстоятельства, что АКФ (ВКФ) представляет графическую фигуру, смысл которой очевиден лишь до тех пор, пока степень деформации функции шумом незначительна. Иная картина складывается с увеличением интенсивности помехи. Если степень деформации ВКФ велика, как, например, как показано на рис.1, то сделать какие-то выводы о наличии и параметрах сигнального вектора становится затруднительно, что и порождает решаемую здесь проблему.

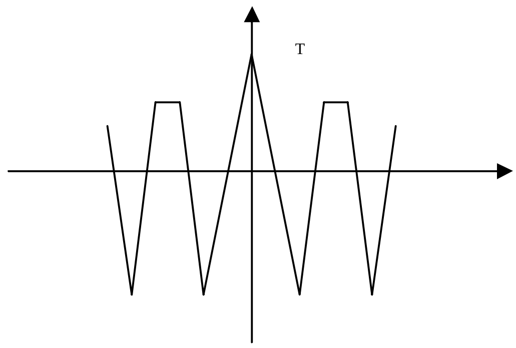

Рис. 1. Деформированная АКФ

Для решения поставленной задачи необходимо определить количественную меру различимости вектора сигнала на фоне шума и дать количественную оценку различимости сигнального вектора на фоне шума.

Решение задачи

В данной работе пойдет речь об обработке двоичных векторных сигналов вида $\vec{B} = \vec{A} + \vec{\varepsilon}$, где $\vec{A}$ - вектор переданного источником сигнала, $\vec{\varepsilon}$ - вектор, действующей в канале помехи, $\vec{B}$-вектор принятого сигнала, при этом $\overline{A}, \overline{B}, \overline{\varepsilon}$ - двоичные вектора пространства размерности T, мощность которого $M = 2^T$.

Вектора пространства будем записывать в одной из трех форм представления:

– кодовой комбинации, состоящих из нулей и единиц (например, вектор 10011100011);

– в форме десятичного числа (например, вектор 10011100011 есть число 1251);

– в полиномиальной форме (например, вектор 10011100011: $x^{10} + x^7 + x^6 + x^5 + x + 1$).

В качестве основной формы представления вектора будем использовать полиномиальную форму. Тогда вектор сигнала на входе приемника представим в виде:

$$B(x) = A(x) \oplus \varepsilon(x), \tag{1}$$

при этом, там, где это не вызывает путаницы вместо символа $\oplus$ будет использован символ +.

Для обнаружения сигнала в смеси (1), будем использовать теорию решеток [2], где под термином «решетка» будем подразумевать множество, с заданным на нем операциями [3]. Отметим, что используемая здесь решетка представляет коммутативную (абелевую) группу с базовой операцией сложения по модулю два. Адекватным представлением алгебраической решетки является T-мерная векторно-топологическая решетка с осью вращения, проходящей через вершины 0000… и 1111… , поскольку вращение вокруг этой оси и образует абелевую группу.

Теперь выберем сигнальную последовательность и учтем, что поскольку двоичный сигнал не имеет естественной избыточности, то для повышения устойчивости к воздействию шума неизбежно возникает потребность в ее введении. Один из видов избыточности – структурная, что обозначает, что структуре последовательности придаются определенные свойства, которые помогают ее различать на фоне шума. Здесь под структурной избыточностью будем подразумевать форму АКФ.

Известно [4], что коэффициент корреляции двоичной последовательности может быть в виде:

$$\rho(\tau) = \frac{1}{T}\sum_{\tau=0}^{T-1}(A(x) + A_\tau(x)), \tau = 0,1,2...(T-1) - \tag{2}$$

величина циклического сдвига вектора $A_\tau(x)$ относительно вектора $A(x)$.

Как показано в [1], выражение (2) может быть преобразовано к виду:

$$\rho(\tau) = \frac{1}{T}(T - 2wt(A(x) + A_\tau(x))), \tag{3}$$

где $R = wt(A(x) + A_\tau(x))$ обозначает вес Хэмминга суммы векторов или расстояние Хэмминга между векторами. Тогда выражение (3) приводится к виду:

$$\rho(\tau) = \frac{1}{T}(T - 2R). \tag{4}$$

Обратим внимание на тпкие обстоятельства:

1) при $\tau = 0, R = 0, \rho(0) = 1$;

2) решетка есть абелевая группа по сложению, циклический сдвиг вектора не изменяет его веса, а сумма векторов пространства есть вектор этого же пространства.

При $R = 0,5(T \pm 1)$, получим: $\rho(\tau \neq 0) = |1/T|$.

Такие последовательности будем называть шумоподобными или последовательностями с «хорошей» АКФ. Это значит, что последовательности с «хорошей»АКФ образуют в пространстве размерности T подмножество (базис) из T циклически сдвинутых векторов равноудаленных между собой. АКФ такой последовательности представляет основной лепесток ($\rho(\tau = 0) = 1$) и равные по величине боковые лепестки ($\rho(\tau \neq 0) = |1/T|$).

Такой вид АКФ имеют М-последовательности и последовательности Баркера. Одновременно отметим, что, поскольку R число целое, и не зависит от величины сдвига τ, то условие $R = 0,5(T \pm 1)$ - это условие равенства боковых лепестков АКФ $\rho(\tau \neq 0) = |1/T|$ выполнимое только для нечетных T. Для четных T при $R = 0,5T$, получим: $\rho(\tau \neq 0) = 0$.

Такие последовательности будем называть шумовыми, поскольку их АКФ точно соответствует АКФ «белого» шума.

Отметим, что из (4) следует:

- АКФ двоичной последовательности есть функция от расстояния между принятым из канала вектором смеси сигнал/ шум и базисными векторами решетки;

- максимум АКФ есть минимум расстояний;

- базисные вектора образованы циклическими сдвигами сигнального вектора или, что то же самое, вращением векторно-топологической решетки вокруг оси вращения, проходящей через вершины 0000… и 1111.. ;

- критерии различимости векторов могут быть сформированы оценкой расстояний между принятым вектором и базисными векторами пространства.

Сформулируем критерии для сигналов маяка:

- вектор сигнала различим на фоне шума, если ВКФ имеет один глобальный максимум;

- вектор сигнала различим на фоне шума, если ВКФ имеет один глобальный максимум, совпадающий с максимумом АКФ сигнальной последовательности.

Первый критерий эквивалентен тому, что набор расстояний (в дальнейшем - набор) имеет только один ноль (признак максимума АКФ), который произвольно расположен по оси абсцисс.

Второй критерий эквивалентен тому, что набор имеет только один ноль, который расположен первым среди чисел набора.

Таким образом, задача количественной оценки различимости сигнального вектора на фоне помех сводится к измерению расстояния между принятым вектором и базисными векторами пространства:

$$R_j(x) = B(x) + \varepsilon(x) = (A_0(x) + A_j(x)) + \varepsilon(x)$$

Совпадение полученного набора с заданным критерием есть подтверждение различимости вектора на фоне шума. Оценка различимости вектора на фоне шума требует вычисления 2^T наборов и быстро растет с ростом размерности пространства. Если учесть, что в пространстве размерности T половину векторов помехи условно можно считать прямыми, а половину инверсными, то объем вычислений можно сократить в два раза. Пусть

$E(x)$ вектор, состоящий из одних единиц, а принятый из канала вектор $B_1(x) = A(x) + \varepsilon_1(x)$

Определим, как поменяется принятый вектор, если на сигнальный вектор действует инверсный вектор помехи:

$$B_2(x) = A(x) + \varepsilon_2(x) = A(x) + E(x) + \varepsilon_1(x). \quad (5)$$

С учетом свойств ассоциативности и коммутативности абелевой группы векторного пространства перепишем (5) в следующем виде:

$$B_2(x) = A(x) + \varepsilon_2(x) = E(x) + (A(x) + \varepsilon_1(x)) = \overline{B_1(x)}. \quad (6)$$

Таким образом, инверсия вектора помехи приводит к инверсии вектора $B(x)$. Аналогично, для вектора расстояния: $R_{2j}(x) = A_0(x) + \varepsilon_2(x) + A_j(x)$. С учетом свойств ассоциативности и коммутативности получим:

$$R_{2j}(x) = A_0(x) + (E(x) + \varepsilon_1(x)) + A_j(x) =$$
$$= E(x) + (A_0(x) + \varepsilon_1(x) + A_j(x)) = \overline{R_{1j}(x)}. \quad (7)$$

Это значит, что инверсия помехи влечет инверсию вектора расстояний, вследствие чего, если ab…c набор расстояний для прямого вектора помехи, то (T-a),(T-b)….(T-c) набор для инверсного вектора помехи.

С учетом изложенного, произведем оценку различимости самой короткой псевдослучайной последовательности - последовательности Баркера 110 с T=3. Тогда базисные последовательности решетки:

$$A_0(x) = x^2 + x; \quad A_1(x) = x^2 + 1; \quad A_2(x) = x + 1.$$

Пусть маяк непрерывно передает последовательность в канал связи. Этот вектор необходимо распознать на фоне шума.

Создадим таблицу векторов шума, для чего запишем двоичным кодом и в полиномиальной форме числа 0,1,2,4 . Укажем вес каждого из векторов помехи. Получим табл. 1.

Создадим таблицу векторов смеси сигнала и шума. Смесь сигнала и шума – это:

$$B(x) = A_0(x) + \varepsilon(x) = x^2 + x + \varepsilon(x).$$

Получим табл. 2.

Таблица 1

Векторы шума

Число	Двоичный код	Полиномиальаная форма	Вес
0	000	0	0
1	001	1	1
2	010	x	1
4	100	x^2	1

Таблица 2

Векторы смеси

0	000	0	x^2+x
1	001	1	x^2+x+1
2	010	x	x^2
4	100	x^2	x

Измерим расстояние между принятым вектором и базисными векторами:

$$R_j(x) = A_j(x) + B(x),\ j = 0,1,2.$$

Создадим табл. 3, где для каждого вектора шума найдем разностный вектор и расстояние. В результате получим набор расстояний:

$$R_j(x) = wt[Rj(x)],\ j = 0,1,2.$$

Для инверсных векторов помехи получим набор расстояний (T-a), (T-в),(T-c). С учетом этого получим полный набор расстояний.

Таблица 3

Наборы расстояний для последовательностей T=3

000	**022**	111	311
001	111	110	222
010	113	101	**220**
100	131	011	**202**

Отсюда следует:

– глобальному максимуму ВКФ соответствуют наборы 022,220,202, что имеет место при воздействии на сигнальный вектор одной ошибки нулевой кратности (это есть отсутствие ошибки) и двух двукратных ошибок;

– один глобальный максимум ВКФ, совпадающий с пиком АКФ дает набор 022, что соответствует отсутствию ошибки при приеме сигнального вектора.

Поэтому вероятность обнаружения маяка на фоне шума будет равна:

– при использовании первого критерия различимости

$$Q_1 = p(0) + \frac{2}{3} p(2); \quad (8)$$

– при использовании второго критерия различимости

$$Q_2 = p(0), \quad (9)$$

где $p(0)$ и $p(2)$ – вероятность появления в потоке ошибок ошибки нулевой кратности и вероятность появления в потоке двукратных ошибок соответственно.

Как следует из выражений (8) и (9) большую обнаруживающую способность обеспечивает второй алгоритм принятия решения, но он дает меньшую точность оценки, например, по дальности, если величина смещения «τ» характеризует удаление от цели. Отметим, что по мере приближения обнаружителя к цели растет уровень полезного сигнала на входе приемника, как следствие частота приема сигнального вектора без ошибок увеличивается, а частота появления ошибок уменьшается. Таким образом, по мере приближения к цели растет точность определения цели. Поэтому, при решении задачи обнаружения цели целесообразно использовать первый критерий различимости.

Выражения (8) и (9) обеспечивают возможность выполнения оценки эффективности применения в качестве сигнальной последовательности маяка последовательности с «хорошей» АКФ по сравнению с приемником, к сигнальной последовательности которого не предъявлены требования по форме АКФ (условно назовем последовательности с «плохой» АКФ). Здесь под корреляционным приемником будем подразумевать приемник, основанный на измерении расстояния между принятым из каналом вектора смеси сигнала и помехи, который принимает решение об обнаружении цели по набору в соответствии приведенными критериями. Базой сравнения является обычный некогерентный приемник двоичных импульсных сигналов.

Некогерентный импульсный приемник не использует информацию о фазе сигнала, а просто в смеси сигнала с шумом оценивает - эта смесь превышает некоторый порог или не превышает. Если превышает - это принимается решение, что это единица, а если не превышает- то это ноль.

Тогда вероятность ошибочного приема бита:

$$p_0 = 0,5e^{0,5h^2}, \tag{10}$$

где $h^2 = 10^{0,1\Delta P}$, $\Delta P = Pc - Pn$ – защищенность или разность уровней сигнала и помехи. Вероятность того, что сигнальная последовательность будет принята верно, определится так:

$$Q_0 = q^T = (1-p_0)^T. \tag{11}$$

Выполнив аналогичные действия для шумовой последовательности 1110 (последовательность Баркера с T=4), получим следующие значения наборов:

Таблица 4

Наборы расстояний для последовательностей T=4

Вектор помехи (прямой)	Набор	Вектор помехи (инверсный)	Набор
0000	**0222**	1111	4222
0001	1133	1110	3311
0010	1313	1101	3131
0011	2224	1100	**2220**
0100	1331	1011	3113
0101	2242	1010	**2202**
0110	2422	1001	**2022**
0111	3333	1000	1111

Для второго критерия различимости получим:

$$Q_1 = p(0) + 0,5p(2). \tag{12}$$

Произведем оценку эффективности применения последовательности 110 для обнаружения цели. Положим, что обнаружитель движется в сторону цели, сначала подходит к границе зоны радиовидимости цели, а затем входит в ней. Пусть вероятность ошибочного приема равна 0,45, а распределение ошибок подчинено биноминальному закону распределения. Тогда вероятность появления ошибки нулевой кратности и двукратной ошибки :

$$p(0) = (1-p_0)^T = (0,55)^3 = 0,166375,$$

$$p(2) = C_3^2(1-p_0)p_0^{\,2} = 0,334.$$

Отсюда вероятность обнаружения цели:

$$Q_3 = p(0) + \frac{2}{3}p(2) = 0,166 + \frac{2}{3}0,334 = 0,389.$$

Для некогерентного приемника вероятность обнаружения цели:

$$Q_0 = q^T = (1-p_0)^T = 0,55^3 = 0,166375.$$

Отсюда следует, что показатель роста вероятности обнаружения цели, за счет применения сигнальной последовательности с «хорошей» АКФ составит:

$$\beta = \frac{Q_3}{Q_0} = \frac{0,389}{0,166} = 2,339.$$

Определим энергетический выигрыш при $p_0 = 0,45$ и $h_0^{\,2} = -2\ln 2p_0 = 0,2107$. Определим отношение сигнал/шум $h_1^{\,2}$, необходимое для достижения достоверности $Q_3 = 0,389$ некогерентым приемником: $Q_1 = q_1^{\,T}; 0,389 = q_1^{\,3}; q_1 = 0,7299$.

Тогда $p_1 = 1 - q_1 = 1 - 0,7299 = 0,2711$, а $h_1^{\,2} = -2\ln(2\cdot 0,2711) = 1,2323$. Энергетический выигрыш: $\Delta P = 10\lg\frac{h_1^{\,2}}{h_0^{\,2}} = 10\lg\frac{1,2323}{0,2107} = 7,67db$.

Учитывая, что напряженность электромагнитного поля в точке приема сигнала обратнопропорциональна квадрату расстояния между передатчиком и приемником радиус ЗРВ корреляционного и некогерентного приемника связаны между собой следующим образом:

$$R_2 = R_1\sqrt{h_1^{\,2}/h_0^{\,2}}.$$

Для T=3 и $p_0 = 0,45$ коэффициент увеличения ЗРВ будет равен:

$$\eta = R_2/R_1 = \sqrt{h_1^{\,2}/h_0^{\,2}} = \sqrt{1,2323/0,2107} = 2,41.$$

Произведем оценку эффективности применения последовательности 1110 для обнаружения цели.

$$p(0) = (1-p_0)^T = (0,55)^4 = 0,0915,$$

$$p(2) = C_4^2(1-p_0)^2p_0^{\,2} = 0,3675.$$

Вероятность обнаружения цели:

$Q_4 = p(0) + 0,5p(2) = 0,2753$.

Для некогерентного приемника вероятность обнаружения цели:

$Q_0 = q^T = (1 - p_0)^T = 0,55^4 = 0,0915$;

$\beta = \frac{Q_4}{Q_0} = \frac{0,2753}{0,0915} = 3,008$.

Определим соотношение сигнал/шум h_1^2 необходимое для достижения достоверности $Q_4 = 0,2753$ некогерентным приемником.

$Q_1 = q_1^T; 0,2753 = q_1^4; q_1 = 0,7243,. p_1 = 1 - q_1 = 0,2756$, а $h_1^2 = -2\ln(2 \cdot 0,2756) = 1,1909$.

Энергетический выигрыш:

$$\Delta P = 10\lg\frac{h_1^2}{h_0^2} = 10\lg\frac{1,1909}{0,2107} = 7,52db.$$

Коэффициент увеличения ЗРВ

$$\eta = R_2/R_1 = \sqrt{h_1^2/h_0^2} = \sqrt{1,1909/0,2107} = 2,37.$$

Выполнив аналогичные выкладки для Т=5 получим: $p(0) = (1 - p_0)^T = (0,55)^5 = 0,0503$,

$$p(2) = C_5^2(1 - p_0)^2 p_0^3 = 0,2756.$$

Вероятность обнаружения цели:

$Q_5 = p(0) + 0,4p(2) = 0,1606$.

Для некогерентного приемника вероятность обнаружения цели:

$Q_0 = q^T = (1 - p_0)^T = 0,55^5 = 0,0503$;

$\beta = \frac{Q_4}{Q_0} = \frac{0,2753}{0,0915} = 3,008$.

Определим значение h_1^2 необходимое для достижения достоверности $Q_5 = 0,1606$ некогерентным приемником. $Q_1 = q_1^T; 0,1606 = q_1^5; q_1 = 0,6936$.

Тогда $p_1 = 1 - q_1 = 1 - 0,6936 = 0,3064$, а $h_1^2 = -2\ln(2 \cdot 0,3064) = 0,9798$.

Энергетический выигрыш:

$$\Delta P = 10\lg\frac{h_1^2}{h_0^2} = 10\lg\frac{0,9798}{0,2107} = 6,67db.$$

Коэффициент увеличения ЗРВ

$$\eta = R_2/R_1 = \sqrt{h_1^2/h_0^2} = \sqrt{0,9798/0,2107} = 2,1.$$

Сравнивая полученные результаты, отметим, что использование сигнальных последовательности с «хорошей» АКФ увеличивает различимость сигнального вектора на фоне помех.

Выводы

1. Для решения задачи обнаружения векторного сигнала в векторной смеси сигнала и помехи целесообразно использовать сформулированный в данной работе первый критений различимости.

2. Для выделения вектора сигнала из смеси (1) целесообразно использовать векторно-топологические решетки, обладающие сформулированными в данной работе свойствами.

3. При выборе в качестве сигнального вектора псевдослучайной последовательности с «хорошей» АКФ по определяющим показателям (вероятности обнаружения цели и увеличению радиуса ЗРВ) превосходят соответствующие показатели сигнальных последовательностей с «плохой»АКФ и применением некогерентного приема.

Список литературы

1. Митянкина Т.В. Сравнительная оценка эффективности корреляционного приема и приема с «накоплением» / Т.В. Митянкина, В.В. Швыдкий, О.В.Шевченко // Вісник ЧДТУ. – 2006. – № 4.. – С. 83-88

2. Конвей Дж. Упаковки шаров, решетк и и группы / . Дж. Конвей, Н. Слоэн –. М., Мир, 1990. – 415 с.

3. Карпенко А.С. Решетки теорий и логик. Логика на рубеже тысячелетий / А.С.Карпенко // Логические исследования. Вип. 7. – М.: Наука, 2000. – 15 с.

4. Стифлер Дж.Дж. Теория синхронной связи / Дж.Дж.Стифлер. – М., Связь, 1975. – 488 с.

5. Теплов Н.Л. Помехоустойчивостьсистем передачи дискретной информации / Н.Л. Теплов. – М.: Связь, 1964. – 460 с.

Поступила в редколлегию 25.01.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Н. Рудницкий, Черкасский государственный технологический университет, Черкассы.

ОЦІНКА РОЗРІЗНЕННЯ ВЕКТОРНОГО СИГНАЛУ НА ФОНІ ПЕРЕШКОД

О.С Лісіцина

Розглядаються питання оцінки розрізнення векторного сигналу на фоні шуму та оцінка ефективності використання кореляційного методу виявлення векторного сигналу в шумі. Визначено енергетичний виграш кореляційного приймача в порівнянні з некогерентним приймачем. Показано, що при використанні сигнального вектору з «хорошою» АКФб за рахунок кращої розрізненості на фоні шуму, збільшується радіус зони радіовидимості.

***Ключеві слова:** АКФ, розрізненість, перешкода, шум.*

ESTIMATION OF VECTOR SIGNAL DISTINGUISHABILITY IN THE NOISE

O.S. Lisitsyna

The estimation of vector signal distinguishability questions is considered, also evaluation of efficiency of correlation method application for detection of vector signal in the noise. Energy gain of correlation receiver is estimated comparing with noncoherent receiver. It's indicated that using vector signal with "good"autocorrelation function the radius of radio visibility zone is increased.

***Keywords:** autocorrelation function, distinguishability, noise.*