УДК 621.327:681.5

В.В. Баранник[1], Д.С. Кальченко[2]

[1]*Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков*
[2]*Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИСТОЧНИКА НОРМИРОВАННЫХ ДВУХОСНОВНЫХ ПОЗИЦИОННЫХ ЧИСЕЛ С ЛОКАЛЬНО-ЧУВСТВИТЕЛЬНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Обосновывается необходимость выявления избыточных последовательностей во множестве двухосновных позиционных чисел с ограниченным приращением. Доказывается наличие контекстно-запрещенных последовательностей. Излагаются этапы разработки модели оценки информативности источника нормированных двухосновных одномерных позиционных чисел с локально-чувствительными ограничениями в рамках адаптивных приращений для апертурного представления. Проводится оценка количества информации и избыточности для построенных источников информации.

Ключевые слова: *избыточность видеоданных, контекстно-запрещенные последовательности*

Введение

Постановка проблемы и анализ литературы. Современное состояние предоставление услуг видеосервиса характеризуется тем, что значительную долю в его доставки занимают беспроводные инфокоммуникационные технологии. В тоже время беспроводные технологию характеризуются относительно низкими пропускными способностями и ограниченной производительностью вычислительной составляющей [1]. Соответственно формируются требования относительно интегрируемых технологий компрессии, а именно: обеспечить компактное представление видеоданных без потери информации в условиях снижения алгоритмической и технической сложности их реализации. Развитие таких направлений в области сжатия видеоданных формирует суть актуальной научно-прикладной тематики исследований [2, 3].

Эффективное направление для создания таких систем сжатия состоит в использовании структурно-комбинаторного описания апертурных видеопоследовательностей. В работах [4, 5] получил развитие данный подход, в результате чего построена информационная модель двухосновного позиционного представления с учетом приращений между элементами в апертуре. В этом случае количество $W(\delta_{\max}^{(\xi)})$ апертур, описываемых одномерными позиционными числами с ограниченным приращением, элементы которых удовлетворяют ограничению

$$x_{\xi,\gamma+\tau} - \max_{1\le\tau\le r_\xi}\{\delta_{\xi,\gamma+\tau}\} \le x_{\xi,\gamma+\tau+1} \le x_{\xi,\gamma+\tau} + \max_{1\le\tau\le r_\xi}\{\delta_{\xi,\gamma+\tau}\}$$

будет равно

$$W(\delta_{\max}^{(\xi)}) = \prod_{\tau=0}^{r_\xi-1}\psi_{\xi,\gamma+\tau} = (D+1)(2(\max_{1\le\tau\le r_\xi}\{\delta_{\xi,\gamma+\tau}\})+1)^{r_\xi-1}.$$

В тоже время, полученное соотношение не учитывает ограничения, накладываемые на элементы апертуры относительно их допустимого отклонения от координаты вершины апертуры, что приводит к наличию количества избыточных последовательностей.

Цель статьи: разработка модели оценки информативности источника нормированных двухосновных одномерных позиционных чисел с локально-чувствительными ограничениями в рамках адаптивных приращений для апертурного представления.

Подход для выявления избыточных последовательностей

Возможны следующие варианты.

Первый вариант. Величина приращения может быть больше чем половина высоты апертуры, т.е. $\delta_{\max}^{(\xi)} > D/2$. Для такого варианта элементы ОДОПЧ будут изменяться в следующих пределах $x_{\xi,\gamma+\tau} \in [-\delta_{\max}^{(\xi)}; \delta_{\max}^{(\xi)}]$, причем для $\tau = \overline{0, r_\xi - 1}$:

$$\ell_\xi^{(\min)} > x_{\xi,\gamma+\tau} - \delta_{\max}^{(\xi)} \le x_{\xi,\gamma+\tau+1} \le x_{\xi,\gamma+\tau} + \delta_{\max}^{(\xi)} > \ell_\xi^{(\max)}, \quad (1)$$

С другой стороны по определению апертуры величины отклонений ее элементов относительно координаты вершины ограничены в соответствии с неравенством:

$$\ell_\xi^{(\min)} = x_{\xi,\gamma} - D/2 \le x_{\xi,\gamma+\tau+1} \le x_{\xi,\gamma} + D/2 = \ell_\xi^{(\max)}. \quad (2)$$

Значит в случае выполнения для элементов апертуры условия (1) формируется избыточное количество одномерных двухосновных позиционных чисел. Такие числа содержат элементы, значения которых выходят за границы апертуры. Для исключения избыточных ОДОПЧ *предлагается* вычислять динамический диапазон $\psi_{\xi,\gamma+\tau}$ элементов $x_{\xi,\gamma+\tau}$ апертур с ограниченным приращением как минимальное значение между высотой D апертуры и максимальным приращением $\delta_{\max}^{(\xi)}$:

$$\psi_{\xi,\gamma+\tau} = \min(2 \max_{1 \le \tau \le r_\xi} \{\delta_{\xi,\gamma+\tau}\}; D) + 1, \qquad (3)$$

где $\delta_{\max}^{\prime(\xi)}$ – минимальное значение, равное $\delta_{\max}^{\prime(\xi)} = \min(\delta_{\max}^{(\xi)}; D/2)$.

С учетом формулы (3) количество $W(\delta_{\max}^{\prime(\xi)})$ одномерных двухосновных позиционных чисел с ограниченным приращением в рамках апертурных ограничений определяется по выражению

$$W(\delta_{\max}^{\prime(\xi)}) = (D+1)(\min(2 \max_{1\le\tau\le r_\xi} \{\delta_{\xi,\gamma+\tau}\}; D)+1)^{r_\xi - 1}. \qquad (4)$$

Соотношение (4) при подсчете количества ОДОПЧ, формируемых на базе апертуры с заданной высотой, обеспечивает исключение тех одномерных двухосновных позиционных чисел, элементы которых выходят за границы апертуры.

Второй вариант. Значения динамических диапазонов $d_\tau^{(x)}$ элементов ОДОПЧ, рассчитываются относительно координаты вершины апертуры, и определяются как разница между минимальным $x_{\tau,\min}$ и максимальным $x_{\tau,\max}$ значениями элементов, т.е. $d_\tau^{(x)} = x_{\tau,\max} - x_{\tau,\min}$, где $x_{\tau,\max}$, $x_{\tau,\min}$ - соответственно максимальное и минимальное абсолютные значения τ-го элемента апертуры, равные:

$$x_{\tau,\max} = x_{\xi,\gamma} + x_{\xi,\gamma+\tau}^{(\max)}; \qquad x_{\tau,\min} = x_{\xi,\gamma} - x_{\xi,\gamma+\tau}^{(\min)}. \qquad (5)$$

Где $x_{\xi,\gamma+\tau}^{(\max)}$, $x_{\xi,\gamma+\tau}^{(\min)}$ – величины, равные максимальному отклонению значений элементов ОДОПЧ относительно координаты вершины апертуры $x_{\xi,\gamma}$ соответственно в большую и меньшую стороны.

В зависимости от позиции элемента в апертуре, когда $\tau = \eta$, получим

$$x_{\eta,\min} = x_{\eta-1,\min} - \delta_{\max}^{\prime(\xi)} = x_{\xi,\gamma} - \eta\delta_{\max}^{\prime(\xi)};$$

$$x_{\eta,\max} = x_{\eta-1,\max} + \delta_{\max}^{\prime(\xi)} = x_{\xi,\gamma} + \eta\delta_{\max}^{\prime(\xi)}.$$

При этом абсолютный диапазон и максимальные отклонения от координаты вершины апертуры будут соответственно равны $d_\eta^{(x)} = 2\eta\delta_{\max}^{\prime(\xi)}$ и $x_{\xi,\gamma+\eta}^{(\max)} = x_{\xi,\gamma+\eta}^{(\min)} = \eta\delta_{\max}^{\prime(\xi)}$. Откуда значение элемента апертуры будет изменяться в пределах

$$x_{\eta,\min} = x_{\xi,\gamma} - \eta\delta_{\max}^{\prime(\xi)} \le x_{\xi,\gamma+\eta} \le x_{\xi,\gamma} + \eta\delta_{\max}^{\prime(\xi)} = x_{\eta,\max}. \qquad (6)$$

Однако по определению апертуры величины отклонений ее элементов относительно координаты вершины удовлетворяют ограничению (2). Тогда, минимальное и максимальное абсолютные значения элементов ОДОПЧ могут выходить за границы апертуры, т.е. будут выполняться неравенства:

$$x_{\eta,\min} < x_{\xi,\gamma} - D/2 \quad \text{и} \quad x_{\eta,\max} > x_{\xi,\gamma} + D/2 \qquad (7)$$

Для такого варианта оценка количества ОДОПЧ по формуле (4) приводит к формированию избыточного количества одномерных одноосновных чисел. Предлагается оценивать количество избыточных ОДОПЧ как количество контекстно-запрещенных последовательностей.

Контекстно-запрещенные ОДОПЧ являются такие одномерные двухосновные позиционные числа, для которых:

1. Количество $\Delta\nu$ значений, выходящих за границы апертуры с двух ее сторон для одного элемента, не зависит от их позиций, и определяется как

$$\Delta\nu = \eta_{exc}\delta_{\max}^{\prime(\xi)} - D/2, \qquad (8)$$

где η_{exc} – позиция (индекс) элементов апертуры, начиная с которой происходит выход за ее границы (*exceeding*), т.е. выполняется условие (7):

$$\eta_{exc} = [D / 2\delta_{\max}^{\prime(\xi)}] + 1; \qquad (9)$$

Элементы $x_{\xi,\eta_{exc}+\chi}$, $\chi = \overline{0, (r_\xi - 1 - \eta_{exc})}$, для которых выполняются условия (7) и (8) являются базовыми элементами контекстно-запрещенных ОДОПЧ.

2. Базовым элементам, вышедшим за границы апертуры, предшествуют последовательности (контекст)

$$\{x_{\xi,\gamma+\upsilon} = 0\} \cup \{x_{\xi,\gamma+\lambda} = -\lambda\delta_{\max}^{\prime(\xi)}\}, \qquad (10)$$

где $\upsilon = \overline{0, \chi}$; $\lambda = \overline{\chi+1, (\eta_{exc}+\chi-1)}$

или $$\{x_{\xi,\gamma+\upsilon} = 0\} \cup \{x_{\xi,\gamma+\lambda} = \lambda\delta_{\max}^{\prime(\xi)}\}, \qquad (11)$$

где $\upsilon = \overline{0, \chi}$; $\lambda = \overline{\chi+1, (\eta_{exc}+\chi-1)}$,

где χ – наибольшая позиция начальной серии нулей, она же задает индекс сдвига относительно начальной позиции η_{exc} выхода за границы апертуры.

Отсюда структура контекстно-запрещенной последовательности будет иметь одно из двух содержаний:

$$X(\delta_{\max}^{\prime(\xi)})_\chi^{(-)} = \{x_{\xi,\gamma+\upsilon} = 0\} \cup \{x_{\xi,\gamma+\lambda} = -\lambda\delta_{\max}^{\prime(\xi)}\} \cup$$
$$\cup\, x_{\xi,\eta_{exc}+\chi} \cup \{x_{\xi,\gamma+\tau}\};$$

$$X(\delta_{\max}^{\prime(\xi)})_\chi^{(+)} = \{x_{\xi,\gamma+\upsilon} = 0\} \cup \{x_{\xi,\gamma+\lambda} = \lambda\delta_{\max}^{\prime(\xi)}\} \cup$$
$$\cup\, x_{\xi,\eta_{exc}+\chi} \cup \{x_{\xi,\gamma+\tau}\},$$

где $X(\delta_{\max}^{\prime(\xi)})_\chi^{(-)}$, $X(\delta_{\max}^{\prime(\xi)})_\chi^{(+)}$ – соответственно отрицательно и положительно ориентированные контекстно-запрещенные последовательности длиной r_ξ элементов, у которых позиция выхода за границы апертуры находится на расстоянии χ от начальной позиции выхода η_{exc};

$$\upsilon = \overline{0, \chi};\ \lambda = \overline{\chi+1, (\eta_{exc}+\chi-1)};$$

$$\tau = \overline{\eta_{exc}+\chi+1, r_\xi - 1};\ \chi = \overline{0, (r_\xi - 1 - \eta_{exc})}.$$

Контекстно-запрещенные последовательности могут быть отрицательной и положительной направленности. Если значения базового элемента принадлежат отрезку $[-\eta_{exc}\delta'^{(\xi)}_{max}; -(D/2)-1]$, контекст определяется по правилу (10), то контекстно-запрещенные последовательности $X(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}_{\chi}$ являются отрицательно ориентированными. Наоборот, если значения базового элемента находятся на отрезке $[(D/2)-1; \eta_{exc}\delta'^{(\xi)}_{max}]$, а контекст формируется согласно правилу (11), то образуются положительно ориентированные контекстно-запрещенные последовательности $X(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(+)}_{\chi}$.

Выбор контекста (10) и (11) предшествующего базовым элементам обусловлен тем, что в этом случае обеспечивается постоянное и независимое от позиции базового элемента количество выходящих за границы апертуры значений элементов ОДОПЧ.

Определим множество отрицательно $\Psi(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}_{\chi}$ и положительно $\Psi(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(+)}_{\chi}$ ориентированных контекстно-запрещенных ОДОП чисел как последовательности, у которых:

– для базовых элементов $x_{\xi,\eta_{exc}+\chi}$, $\chi=\overline{0, (r_{\xi}-1-\eta_{exc})}$, принимающих значения на отрезке $[-\eta_{exc}\delta'^{(\xi)}_{max}; -(D/2)-1]$, выполняются условия (7) и (8);

– контекст, предшествующий базовым элементам, определяется соответственно правилами (10) и (11).

Отсюда количество $W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}_{\chi}$ и $W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(+)}_{\chi}$ последовательностей, содержащихся соответственно во множествах $\Psi(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}_{\chi}$ и $\Psi(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(+)}_{\chi}$, будут равными, т.е.

$$W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}_{\chi} = W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(+)}_{\chi}. \qquad (12)$$

Множество $\Psi(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}$ контекстно-запрещенных последовательностей по каждому из направлений определяется как объединение всех множеств по χ-ым позициям базовых элементов

$$\Psi(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)} = \bigcup_{\chi=0}^{r_{\xi}-1-\eta_{exc}} \Psi(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}_{\chi};$$

$$\Psi(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(+)} = \bigcup_{\chi=0}^{r_{\xi}-1-\eta_{exc}} \Psi(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(+)}_{\chi}.$$

Контекстно-запрещенные одномерные двухосновные позиционные числа (ОДОПЧ) обладают важными свойствами, а именно:

1) с одной стороны контекстно-запрещенные ОДОПЧ принадлежат множеству ОДОПЧ в рамках апертурных ограничений;

2) с другой стороны контекстно-запрещенные ОДОПЧ по своему определению не принадлежат реальному диапазону изменения значений элементов апертуры. Понятно, что если найдется хотя бы один элемент числа, значение которого выходит за границы апертуры, то и вся последовательность не принадлежит апертуре. Отсюда вытекает, что контекстно-запрещенные ОДОПЧ являются избыточными числами. Разница между исходным множеством $\Psi(\delta'^{(\xi)}_{max})$ ОДОПЧ и множеством $\Psi(\delta'^{(\xi)}_{max}; D)$ ОДОПЧ, не содержащем контекстно-запрещенных последовательностей, определяет суть наличия комбинаторной избыточности.

Разработка модели источника нормированных двухосновных позиционных чисел с локальными ограничениями

Процесс исключения такой избыточности связан с определением количества контекстно-запрещенных ОДОПЧ. Для оценки количества контекстно-запрещенных одномерных двухосновных позиционных чисел сформулируем и докажем следующую теорему.

Теорема об оценки количества контекстно-запрещенных последовательностей. Количество $\Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max}; D)$ контекстно-запрещенных ОДОПЧ длиной r_{ξ}, определяется как

$$\Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max}; D) = \\ = 2\sum_{\tau=\eta_{exc}}^{r_{\xi}-1}\left((\eta_{exc}\delta'^{(\xi)}_{max} - \frac{D}{2})(2\delta'^{(\xi)}_{max}+1)^{r_{\xi}-\tau-1}\right), \qquad (13)$$

где η_{exc} – минимальный индекс элемента ОДОПЧ, для которого начинает выполняться условие (7).

Доказательство. Определим в начале объем $W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}_{\chi}$ подмножества $\Psi(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}_{\chi}$ контекстно-запрещенных ОДОПЧ для фиксированного значения индекса базового элемента. Для этого определим динамические диапазоны элементов контекстно-запрещенных последовательностей, принадлежащих множеству $\Psi(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}_{\chi}$:

– согласно правилу (10) и (11) элементы контекста принимают только одно значение. Поэтому динамический диапазон элементов контекста предшествующего базовым равен единице, т.е.

$$\psi_{\xi,\gamma+\upsilon}=1,\ \upsilon=\overline{0,\chi};\quad \psi_{\xi,\gamma+\lambda}=1,$$
$$\lambda=\overline{\chi+1,\ (\eta_{exc}+\chi-1)};$$

– в соответствии с определением контекстно-запрещенных ОДОПЧ динамический диапазон базовых элементов будет равен $\psi_{\xi,\eta_{exc}+\chi} = \Delta\nu$;

– динамический диапазон элементов следующих после базовых определяется из условия, что их значения должны удовлетворять условиям наличия локальных приращений. Поэтому динамический диапазон будет равен

$$\psi_{\xi,\gamma+\tau} = 2\delta'^{(\xi)}_{max} + 1, \quad \tau = \overline{\eta_{exc} + \chi + 1,\ r_{\xi} - 1}.$$

Тогда объем $W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}_{\chi}$ множества контекстно-запрещенных ОДОПЧ для фиксированного индекса $(\eta_{exc} + \chi)$ базового элемента будет равен

$$W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}_{\chi} = \Delta\nu\,(2\delta'^{(\xi)}_{max} + 1)^{r_{\xi} - 1 - \eta_{exc} - \chi}, \quad (14)$$

$$\chi = \overline{0,\ (r_{\xi} - 1 - \eta_{exc})}.$$

Теперь поскольку множества $\Psi(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}_{\chi}$, $\chi = \overline{0,\ (r_{\xi} - 1 - \eta_{exc})}$ являются взаимонезависимыми и выполняется соотношение

$$\Psi(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)} = \bigcup_{\chi=0}^{r_{\xi}-1-\eta_{exc}} \Psi(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}_{\chi},$$

то объем множества $\Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max};)^{(-)}$ отрицательно направленных контекстно-запрещенных последовательностей находится на основе теоремы о комбинаторной сумме, т.е.

$$\Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)} = \sum_{\chi=0}^{r_{\xi}-1-\eta_{exc}} W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}_{\chi}.$$

В силу симметричности отрицательно и положительно направленных контекстно-запрещенных последовательностей, т.е. $W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}_{\chi} = W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(+)}_{\chi}$, получим, что

$$\Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)} = \Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(+)} = \sum_{\chi=0}^{r_{\xi}-1-\eta_{exc}} W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(+)}_{\chi}.$$

Откуда суммарное количество контекстно-запрещенных одномерных двухосновных позиционных чисел определяется как

$$\Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max}; D) = \Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)} + \Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(+)}. \quad (15)$$

Заменив в соотношении (15) величины $\Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(-)}$ и $\Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max})^{(+)}$ соответствующими выражениями, получим

$$\Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max}; D) = 2\sum_{\chi=0}^{r_{\xi}-1-\eta_{exc}} \Delta\nu\,(2\delta'^{(\xi)}_{max} + 1)^{r_{\xi}-1-\eta_{exc}-\chi}. \quad (16)$$

Сдвинув пределы суммирования в формуле (16) относительно начальной позиции η_{exc} выхода за границы апертуры, получим соотношение (15). В соотношение (15) величина $(r_{\xi} - \eta_{exc} - 1)$ определяет длину ОДОП числа, у которых старший элемент находится на позиции η_{exc}, а $(2\delta'^{(\xi)}_{max} + 1)^{r_{\xi}-\eta-1}$ - количество ОДОПЧ длиной $(r_{\xi} - \eta - 1)$ элементов. Теорема доказана.

При оценке величин $x_{\eta,min}$ и $x_{\eta,max}$ учитывалось, что из вершины апертуры исходит два вектора расширения абсолютного динамического диапазона элементов ОДОПЧ. В тоже время такие же два потока исходят из вершины повторяющейся на следующем шаге обработки апертуры. В этом случае значения расширенного динамического диапазона, равные $x_{\eta,min}$ и $x_{\eta,max}$ будут приниматься для $(\eta+1)$ -го элемента апертуры. Соответственно количество таких ОДОПЧ будет равно

$$2\left(\eta\delta'^{(\xi)}_{max} - \frac{D}{2}\right)(2\delta'^{(\xi)}_{max} + 1)^{r_{\xi}-\eta-2}.$$

Полученные подмножества избыточных ОДОПЧ являются независимыми, так как не имеют общих старших элементов апертуры. Анализ полученного выражения (13) показывает, что:

– количество избыточных последовательностей, у которых в результате приращения элементы выходят за границы апертуры (удовлетворяют неравенству (7)), определяемое как количество контекстно-запрещенных последовательностей, зависит только от начальной позиции η_{exc} выхода за границы апертуры, и от длины апертуры r_{ξ};

– нахождение величины $\Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max}; D)$ не связано с вычислением сложных факториальных вычислений, которое требуется для определения количества избыточных последовательностей на разных уровнях выхода за границы апертуры.

На основе полученного соотношения (13) для величины $\Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max}; D)$ можно определить количество $W(\delta'^{(\xi)}_{max}; D)$ допустимых одномерных двухосновных позиционных чисел, которые не являются контекстно-запрещенными последовательностями

$$\begin{aligned} W(\delta'^{(\xi)}_{max}; D) &= W(\delta'^{(\xi)}_{max}) - \Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max}; D) = \\ &= (D+1)(2\delta'^{(\xi)}_{max} + 1)^{r_{\xi}-1} - \\ &- (1 - \mathrm{sign}(1 + \mathrm{sign}(\frac{D}{2} - \eta_{exc}\delta'^{(\xi)}_{max}))) \times \\ &\times 2\sum_{\tau=\eta_{exc}}^{r_{\xi}-1}\left((\eta_{exc}\delta'^{(\xi)}_{max} - \frac{D}{2})(2\delta'^{(\xi)}_{max} + 1)^{r_{\xi}-\tau-1}\right), \end{aligned} \quad (17)$$

Полученное выражение позволяет определить количество ОДОПЧ, исключая количество избыточных ОДПЧ, для элементов которых выполняются условия (7) и (8) – (11), в зависимости от высоты апертуры D, длины апертуры r_{ξ} и величины максимального приращения $\delta^{(\xi)}_{max}$ между элементами апертуры. В выражении (17) приняты следующие обозначения:

– $\delta'^{(\xi)}_{max}$ – минимальное значение, равное $\delta'^{(\xi)}_{max} = \min(\delta^{(\xi)}_{max}; D/2)$.

– $(1-\text{sign}(1+\text{sign}(\frac{D}{2}-\eta_{exc}\delta'^{(\xi)}_{max})))$ – признак, когда для значений элементов ОДОПЧ выполняется неравенство (7);

– $\Delta W(\delta'^{(\xi)}_{max};D)$ – количество одномерных двухосновных чисел, у которых в результате приращения элементы выходят за границы апертуры.

На основе выражение (17) максимальное количество двоичных разрядов $V(\delta'^{(\xi)}_{max};D)$, затрачиваемое на представление апертуры в случае ее описания одномерными двухосновными позиционными числами с ограниченным приращениями и высотой апертуры определяется следующим соотношением:

$$V(\delta'^{(\xi)}_{max};D) = [\ell og_2 W(\delta'^{(\xi)}_{max};D)]+1 = [\ell og_2(D+1) + \ell og_2(2\delta'^{(\xi)}_{max}+1)^{r_\xi-1} - \\ -(1-\text{sign}(1+\text{sign}(\frac{D}{2}-\eta_{exc}\delta'^{(\xi)}_{max}))) \times \ell og_2 2\sum_{\tau=\eta_{exc}}^{r_\xi-1}\left((\eta_{exc}\delta'^{(\xi)}_{max}-\frac{D}{2})(2\delta'^{(\xi)}_{max}+1)^{r_\xi-\tau-1}\right)]+1. \quad (18)$$

Минимальное количество избыточности $R(\delta'^{(\xi)}_{max};D)^{(min)}$, которое сокращается в результате исключения: одномерных двухосновных позиционных чисел, элементы которых выходят за границы апертуры (удовлетворяют неравенству (1)), и контекстно-запрещенных последовательностей, определяется по формуле

$$R(\delta'^{(\xi)}_{max};D)^{(min)} = \\ =(1-\frac{\ell og_2 W(\delta'^{(\xi)}_{max};D)}{\ell og_2(D+1)(2\delta^{(\xi)}_{max}+1)^{r_\xi-1}]})\times 100\%, \quad (19)$$

где $\overline{V}(\delta^{(\xi)}_{max})$ – среднее количество информации, приходящееся на один элемент одномерного двухосновного позиционного числа без учета выхода элементов за границы апертуры; $\overline{V}(\delta'^{(\xi)}_{max};D)$ – среднее количество информации, приходящееся на один элемент одномерного двухосновного позиционного числа с учетом исключения избыточных ОДОП чисел;

Анализ выражения (19) показывает, что минимальное количество избыточности $R(\delta'^{(\xi)}_{max};D)^{(min)}$ зависит от:

– того на сколько величина адаптивного приращения $2\delta'^{(\xi)}_{max}=\min(2\delta^{(\xi)}_{max};D)$ будет меньшей, чем исходное значение приращения между соседними элементами апертуры $2\delta^{(\xi)}_{max}$. Понятно, что $2\delta'^{(\xi)}_{max}<2\delta^{(\xi)}_{max}$, если $D=\min(2\delta^{(\xi)}_{max};D)$, т.е. должно выполняться неравенство $D<2\delta^{(\xi)}_{max}$;

– увеличения величины $\Delta\nu$ и приближения индекса η_{exc} начального базового элемента к вершине апертуры. Понятно, что количество контекстно-запрещенных ОДОПЧ будет максимальным когда $\eta_{exc}=1$, и наоборот будет равно нулю для $\eta_{exc}>r_\xi$.

Условие, когда $\eta_{exc}\to 1$, обеспечивается в случае больших значений величины приращения $2\delta^{(\xi)}_{max}$ относительно диаметра D апертуры. Достижение условия $\eta_{exc}=1$ происходит для $2\delta^{(\xi)}_{max}>D$. Значит, перечисленные выше зависимости не противоречат друг другу, а максимальное значение величины $R(\delta'^{(\xi)}_{max};D)^{(min)}$ достигается в случае если $2\delta^{(\xi)}_{max}>D$.

Отсюда следует значительные потенциальные возможности относительно дополнительного сокращения комбинаторной избыточности в результате исключения контекстно-запрещенных одномерных двухосновных позиционных чисел.

С другой стороны анализ выражения (18) показывает, что на величину $V(\delta'^{(\xi)}_{max};D)$ оказывает влияние динамический диапазон координаты вершины апертуры. Максимальное количество разрядов на представление вершины апертуры равно $\ell og_2(D+1)$.

Для сокращения затрат двоичных разрядов на кодовое представление апертуры за счет уменьшения динамического диапазона ее элементов возможны два варианта, а именно:

– понижать динамический диапазон элементов апертуры на величину $\ell^{(min)}_\xi$. Однако для низких значений координаты вершины апертуры уровень $\ell^{(min)}_\xi$ может не достигаться. Тогда в результате такого понижения диапазона будут формироваться отрицательные значения. Это требует дополнительных затрат двоичных разрядов для передачи информации о знаках элементов апертур;

– второй вариант основан на осуществлении нормировочного сдвига относительно координаты вершины апертуры, что задается выражением

$$\overline{x}_{\xi,\gamma+\tau}=x_{\xi,\gamma+\tau}-x_{\xi,\gamma}. \quad (20)$$

Второй вариант позволяет обнулить значение координаты вершины апертуры и избежать необходимости использовать дополнительную информацию о знаках нормированных элементов апертуры. Поэтому именно на основе данного варианта *предлагается* организовывать снижение динамического диапазона элементов апертур. После такого преобразования элементов апертур, их значения будут изменяться в следующих пределах:

$$\bar{x}_{\xi,\gamma} = x_{\xi,\gamma} - x_{\xi,\gamma} = 0\,;$$

$$-D/2 \le \bar{x}_{\xi,\gamma+\tau} - \min(\delta_{max}^{(\xi)}; D/2) \le \bar{x}_{\xi,\gamma+\tau+1} \le \quad (21)$$
$$\le \bar{x}_{\xi,\gamma+\tau} + \min(\delta_{max}^{(\xi)}; D/2) \le D/2\,.$$

Соответственно количество $W(\delta_{max}'^{(\xi)}; x_{\xi,\gamma})$ одномерных двухосновных позиционных чисел с ограниченными приращениями, элементы которых нормированы относительно координаты вершины апертуры (*нормированные двухосновные позиционные числа с ограниченными приращениями между элементами*) определяется по формуле

$$W(\delta_{max}'^{(\xi)}; x_{\xi,\gamma}) = (2\delta_{max}'^{(\xi)} + 1)^{r_\xi - 1} -$$
$$-(1 - \mathrm{sign}(1 + \mathrm{sign}(\frac{D}{2} - \eta_{exc}\delta_{max}'^{(\xi)}))) \times \quad (22)$$
$$\times 2 \sum_{\tau=\eta_{exc}}^{r_\xi - 1} \left((\eta_{exc}\delta_{max}'^{(\xi)} - \frac{D}{2})(2\delta_{max}'^{(\xi)} + 1)^{r_\xi - \tau - 1} \right),$$

Отличие данного соотношения от формулы (17) состоит в том, что множитель $(D+1)$ равен единице. Это достигается в результате того, что динамический диапазон координаты вершины апертуры равен единице. Отсюда максимальное количество двоичных разрядов $V(\delta_{max}'^{(\xi)}; x_{\xi,\gamma})$, затрачиваемое на представление нормированных ОДОПЧ, и равное

$$V(\delta_{max}'^{(\xi)}; x_{\xi,\gamma}) = [\,\ell og_2 \Big\langle (2\delta_{max}'^{(\xi)} + 1)^{r_\xi - 1} -$$
$$-(1 - \mathrm{sign}(1 + \mathrm{sign}(\frac{D}{2} - \eta_{exc}\delta_{max}'^{(\xi)}))) \times \quad (23)$$
$$\times 2 \sum_{\tau=\eta_{exc}}^{r_\xi - 1} \left((\eta_{exc}\delta_{max}'^{(\xi)} - \frac{D}{2})(2\delta_{max}'^{(\xi)} + 1)^{r_\xi - \tau - 1} \right) \Big\rangle] + 1$$

будет меньше на $[\ell og_2(D+1)]$ бит, чем максимальное количество разрядов $V(\delta_{max}'^{(\xi)}; D)$ на представление ОДОПЧ,

$$V(\delta_{max}'^{(\xi)}; D) - V(\delta_{max}'^{(\xi)}; x_{\xi,\gamma}) = [\ell og_2(D+1)]\,.$$

Оценка величины $\bar{V}(\delta_{max}'^{(\xi)}; x_{\xi,\gamma})$ равной среднему количеству двоичных разрядов, приходящихся на один элемент апертуры, в зависимости от значений приращения $\delta_{max}'^{(\xi)}$, высоты D и длины r_ξ апертуры представлена в виде диаграмм на рис. 1). На этом же рисунке показаны для сравнения диаграммы зависимости величины $\bar{V}^{(\xi)}$, равной максимальному количеству разрядов, затрачиваемому на представление элемента апертуры описываемой одномерным двухосновным позиционным числом с фиксированным основанием. Данные оценки проводились на основе теоретической и экспериментальной обработки реальных изображений разных классов по насыщенности мелкими деталями.

Рассмотрение диаграмм на рис. 1 свидетельствует о том, что:

1) на описание апертуры нормированным двухосновным позиционным числом в рамках ограничений на приращения и высоту апертуры затрачивается меньшее количество двоичных разрядов, чем на ее представление в виде двухосновного позиционного числа с фиксированным приращением, а именно: для сильно-, средне- слабонасыщенных изображений выигрыш составляет соответственно 25%, 31% и 32%. Значит значение величины $\bar{V}(\delta_{max}'^{(\xi)}; x_{\xi,\gamma})$ снижается с ростом длины апертуры и сокращением величины приращения;

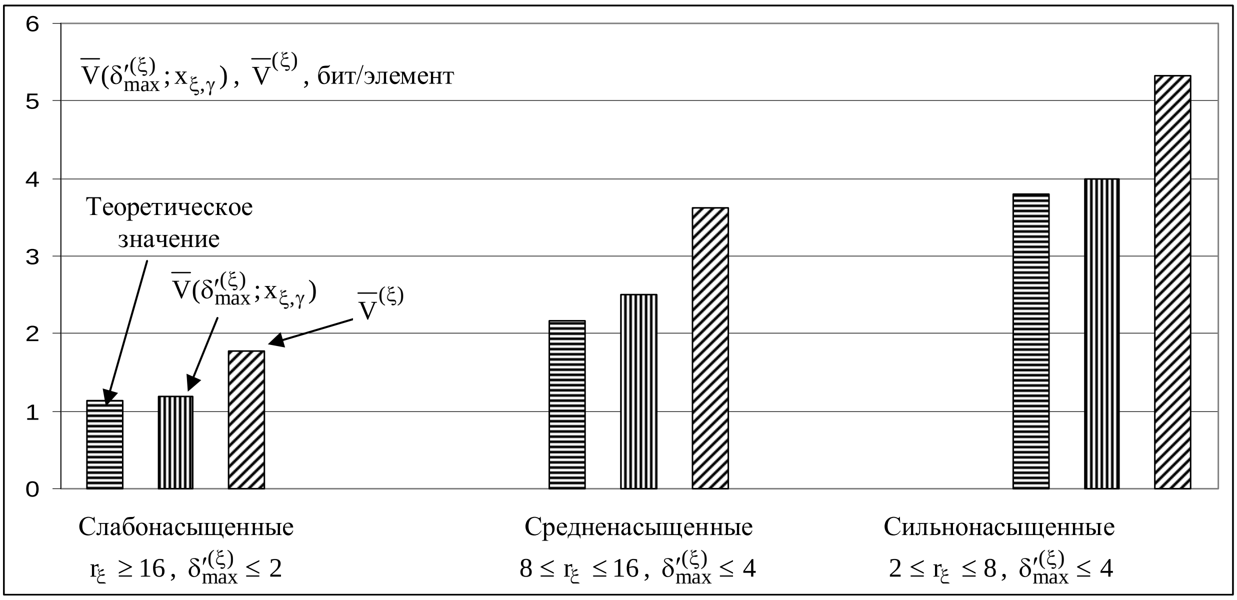

Рис. 1. Зависимость величин $\bar{V}(\delta_{max}'^{(\xi)}; x_{\xi,\gamma})$, $\bar{V}^{(\xi)}$ от $\delta_{max}'^{(\xi)}$, D и r_ξ для разных классов изображений.

2) в зависимости от класса насыщенности изображений величина $\overline{V}(\delta'^{(\xi)}_{\max}; x_{\xi,\gamma})$ принимается следующие значения: для экспериментальной оценки – от 1,2 до 4 бит/элемент; для теоретической оценки – от 1,14 до 3,8 бит/элемент;

3) отклонение экспериментальной оценки величины $\overline{V}(\delta'^{(\xi)}_{\max}; x_{\xi,\gamma})$ от теоретического уровня не превышает 5%;

4) в условиях, когда степень насыщенности изображения не известна, то рекомендуется выбирать значение высоты апертуры в следующих пределах $4 \le D \le 8$.

Выводы

Разработана модель оценки информативности источника нормированных двухосновных одномерных позиционных чисел с локально-чувствительными ограничениями в рамках адаптивных приращений для апертурного представления, которая базируется на следующих отличиях, а именно:

1) динамический диапазон элементов апертур с ограниченным приращением вычисляется как минимальное значение между высотой апертуры и максимальным приращением между ее элементами, что позволяет дополнительно учесть ограничения, накладываемые на элементы апертуры относительно их допустимого отклонения от координаты вершины апертуры;

2) осуществляет исключение (фильтрация) двухосновных позиционных чисел, для элементов которых абсолютные динамические диапазоны рассчитываемые относительно координаты вершины апертуры выходят за ее границы;

3) в результате нормировочного сдвига значений элементов апертуры относительно координаты ее вершины без использования дополнительной информации о их знаках достигается уменьшение динамического диапазона элементов двухосновных позиционных чисел, и обнуление значения координаты вершины апертуры;

2. Созданная модель позволяет:

– определить количество допустимых нормированных одномерных двухосновных позиционных чисел с адаптивными ограничениями на приращения и максимальное количество разрядов на их представление в зависимости от высоты апертуры и ее длины.

– увеличить выигрыш по количеству разрядов относительно дифференциального полиадического представления апертуры; увеличить длину апертуры; обеспечить минимальное значение гарантированной степени сжатия;

– осуществлять кодирование как в режиме неравномерных апертур, так и в режиме равномерных длин апертур.

3. На описание апертуры нормированным двухосновным позиционным числом в рамках ограничений на приращения и высоту апертуры затрачивается меньшее количество двоичных разрядов, чем на ее представление в виде двухосновного позиционного числа с фиксированным приращением, а именно: для сильно-, средне- слабонасыщенных изображений выигрыш составляет соответственно 25%, 31% и 32%. В зависимости от класса насыщенности изображений расход бит на элемент принимает следующие значения: для экспериментальной оценки – от 1,2 до 4 бит/элемент; для теоретической оценки – от 1,14 до 3,8 бит/элемент.

Проведенные теоретические и экспериментальные оценки выявили, что: минимальное значение степени сжатия на основе апертурного описания на базе структурно-комбинаторного подхода изменяется в среднем от 1,34 до 5,2 раза.

Список литературы

1. *Олифер В.Г. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: Учебник для вузов. 3-е изд. / В.Г. Олифер, Н.А. Олифер. - СПб.: Питер, 2006. - 958 с.*
2. *Сэломон Д. Сжатие данных, изображений и звука / Д. Сэломон. – М: Техносфера, 2004. – 368 с.*
3. *Баранник В.В. Структурно-комбинаторное представление данных в АСУ / В.В. Баранник, Ю.В. Стасев, Н.А. Королева – Х.: ХУПС, 2009. – 252 с.*
4. *Баранник В.В. Информативная модель двухадического представления апертурных видеоданных с адаптивным приращением / В.В. Баранник, Д.С. Кальченко // Сучасна спеціальна техніка. – №4. – 2011. – С. 10 – 16.*
5. *Баранник В.В. Методологические принципы представления апертур во множестве одномерных двухосновных позиционных чисел / В.В. Баранник, Д.С. Кальченко // Автоматизовані системи управління та прилади автоматики. – №155. – 2011. – С. 8*

Поступила в редакцию 5.01.2012

Рецензент: д-р техн. наук проф. В.И. Хаханов, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЖЕРЕЛА НОРМОВАНИХ ДВООСНОВНИХ ПОЗИЦІЙНИХ ЧИСЕЛ З ЛОКАЛЬНО-ЧУТЛИВИМИ ОБМЕЖЕННЯМИ

В.В. Бараннік, Д.С. Кальченко

Обґрунтовується необхідність виявлення надмірних послідовностей в безлічі двоосновних позиційних чисел з обмеженим приростом. Доводиться наявність контекстно-заборонених послідовностей. Висловлюються етапи розробки моделі оцінки інформативності джерела нормованих двоосновних одновимірних позиційних чисел з локально-чутливими обмеженнями в рамках адаптивних приростів для апертурного представлення. Проводиться оцінка кількості інформації і надмірності для побудованих джерел інформації.

Ключові слова: *надмірність відеоданих, контекстно-заборонені послідовності.*

MATHEMATICAL MODEL OF SOURCE OF THE RATIONED POSITION NUMBERS WITH TWO GROUNDS WITH LIMITATIONS OF LOCAL SENSITIVENESS

V.V Barannik, D.C. Kalchenko

The necessity of exposure of surplus sequences is grounded for the great number of position numbers with two grounds and with the limited increase. The presence of sequences is proved with the forbidden context. Design of model of estimation of informing of source of the rationed one-dimensional position numbers times are expounded with two grounds and with limitations of local sensitiveness within the framework of adaptive increases for aperture of presentation. The estimation of information and surplus content is conducted for the built information generators.

Keywords: *surplus of videoinformation, sequences with the forbidden context.*