

УДК 681.2:621.3.072:621.317.725

В.Н. Чинков, В.В. Мошаренков

*Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков***ОБОБЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ ПРИ ВХОДНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛАХ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ**

*Получено выражение для обобщенной математической модели электроизмерительных приборов переменного тока, в качестве которой принята корреляционная функция между токами (или напряжениями) в измерительных цепях прибора.*

**Ключевые слова:** сигналы специальной формы, электроизмерительные приборы переменного тока.

**Введение**

**Постановка задачи.** В настоящее время классические поверка и калибровка электроизмерительных приборов переменного тока (ЭИПТ) производятся поверочными (калибровочными) аналоговыми сигналами синусоидальной формы, причем технические и метрологические требования к калибраторам таких сигналов непрерывно возрастают. Удовлетворение этих требований вызывает все большие схмотехнические трудности и стоимость. Поэтому с развитием цифровой измерительной техники, в том числе цифровых генераторов (и калибраторов) сигналов [1, 2], определенный научный интерес вызывает проблема поверки ЭИПТ сигналами не синусоидальной, а специальной формы (прямоугольной, треугольной, трапецеидальной) для воспроизведения которых могут быть использованы цифровые калибраторы, основанные на цифроаналоговом синтезе сигналов, обеспечивающем значительные преимущества по сравнению с аналоговыми калибраторами синусоидальных сигналов.

**Анализ литературы.** Впервые идея такого подхода к поверке электромеханических измерительных приборов переменного тока применительно к калибровочным сигналам прямоугольной формы высказана в статье [3], а более глубокие исследова-

ния, результаты которых подтвердили новизну и эффективность этого подхода приведены в [4-7]. Первые теоретические исследования проведены и для поверки электромеханических измерительных приборов переменного тока аналоговыми сигналами специальной формы [8].

**Цель статьи.** Данная статья направлена на дальнейшее развитие теории поверки ЭИПТ аналоговыми сигналами специальной формы до такого уровня, который позволит затем перейти к поверке ЭИПТ цифроаналоговыми сигналами специальной формы. Для этого необходимо последовательное решение ряда теоретических и прикладных вопросов, первым из них является разработка обобщенной математической модели ЭИПТ при входных периодических сигналах сложной формы.

**Основной материал**

Поскольку принцип действия ЭИПТ всех систем основан на взаимодействии электромагнитных полей, создаваемых токами или напряжениями в их измерительных цепях, в качестве показателя такого взаимодействия целесообразно взять взаимную корреляционную функцию между токами (или напряжениями) в этих цепях.

Обозначим через  $R(\tau)$  взаимную корреляци-

онную функцию периодических переменных токов  $i_1(t)$  и  $i_2(t)$  в измерительных цепях ЭИППТ:

$$R(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T i_1(t) i_2(t-\tau) dt, \quad (1)$$

где  $T$  – период переменных токов  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$ ;

$\tau$  – временной сдвиг между токами  $i_1(t)$  и  $i_2(t)$ , который может принимать определенные значения.

Формула (1) справедлива для измерителей мощности и некоторых видов фазометров, для амперметров и вольтметров переменного тока  $i_1(t) = i_2(t) = i(t)$  и  $\tau = 0$ , так что корреляционная функция  $R(\tau)$  принимает значение

$$R(0) = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt = I^2,$$

где  $I$  – среднеквадратическое значение (СКЗ) тока.

Пусть  $u(t)$  – периодическое, в общем случае несинусоидальное напряжение, используемое при проверке ЭИППТ.

Представим напряжение  $u(t)$  рядом Фурье:

$$u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{U}_k e^{jk\omega t},$$

где

$$\dot{U}_k = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) e^{-jk\omega t} dt \quad (2)$$

– комплекс СКЗ  $k$ -й гармоники напряжения;

$$\omega = 2\pi/T$$

– круговая частота основной (первой) гармоники сигнала (напряжения, тока).

Тогда для разложения тока  $i(t)$  в ряд Фурье запишем

$$i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{U}_k Y_k e^{jk\omega t}, \quad (3)$$

где

$$Y_k = Y(jk\omega) \quad (4)$$

– комплекс полной проводимости измерительной цепи ЭИППТ для  $k$ -й гармоники тока  $i(t)$ .

Представим произведение токов  $i_1(t) i_2(t-\tau)$  комплексно-сопряженными суммами соотношения (3) с учетом равенства (4), получим

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} |\dot{U}_k|^2 Y_{1k} Y_{2k}^* e^{jk\omega\tau} = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} |\dot{U}_k|^2 G_k e^{jk\omega\tau}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $G_k = G_k(jk\omega) = Y_{1k} Y_{2k}^*$  – амплитудно-фазовая характеристика, или комплексная передаточная функция ЭИППТ по  $k$ -й гармонике, т.е. передаточ-

ная функция прибора.

$$G(p) = Y_1(p) Y_2(-p),$$

где  $Y_1(p)$ ,  $Y_2(p)$  – передаточные функции (или операторные проводимости) двух измерительных цепей ЭИППТ – цепи напряжения и цепи тока. Для амперметров и вольтметров, имеющих одну измерительную цепь,  $Y_1(p) = Y_2(p)$ .

Подставляя теперь в соотношение (5) равенство (2) для  $\dot{U}_k$ , имеем

$$R(\tau) = \frac{1}{T^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_0^T \int_0^T dt dt' u(t) u(t') e^{-jk\omega t + jk\omega t' + jk\omega\tau} G_k.$$

Вводя в данное соотношение импульсную переходную характеристику ЭИППТ

$$g(t) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} G_k e^{jk\omega t},$$

получим

$$R(\tau) = \int_0^T g(t) dt \frac{1}{T} \int_0^T dt' u(t') u(t' + t - \tau). \quad (6)$$

В этой формуле внутренний интеграл представляет собой взаимную корреляционную функцию напряжений в момент времени  $t - \tau$ . Обозначив ее через  $R_0(\tau)$ , имеем

$$R_0(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T u(t') u(t' - \tau) dt'. \quad (7)$$

С учетом равенства (7) выражение (6) принимает окончательный вид

$$R(\tau) = \int_0^T g(t) R_0(\tau - t) dt. \quad (8)$$

Соотношение (8) является основным для дальнейших исследований, так как оно дает связь между корреляционной функцией входного напряжения  $R_0(\tau)$  и корреляционной функцией тока  $R(\tau)$ , от которой зависят показания ЭИППТ.

Принимая достаточно общее предположение о том, что передаточная функция ЭИППТ  $G(p)$  является дробно-рациональной, для функции  $g(t)$  получим

$$g(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \frac{e^{p_n t}}{1 - e^{p_n t}} \quad \text{при } 0 < t < T. \quad (9)$$

Формулы (8) и (9) в принципе решают поставленную задачу исследования методических погрешностей при проверке ЭИППТ измерительными сигналами сложной формы.

Проведя вычисления (8) с учетом (9), получим

$$R(\tau) = G(0)R_0(\tau) + G'(0)R_0'(\tau) + \frac{1}{m!} G^{(m)}(0)R_0^{(m)}(\tau) +$$

$$+ \int_0^T g_m(t) R_0^{(m+1)}(\tau - t) dt. \quad (10)$$

В производной корреляционной функции  $R^{(m+2)}(\tau)$  порядка  $(m+2)$  при дифференцировании скачков возникнут  $\delta$ -функции и дальнейшее разложение станет невозможным.

При малой реактивности измерительных цепей полюса передаточной функции  $G(p)$  велики по абсолютной величине.

Поэтому соотношение (10) представляет собой разложение функции  $R(\tau)$  по степеням малого параметра  $\varepsilon = \omega\Delta\tau$ , где  $\Delta\tau$  – постоянная времени, определяемая реактивными элементами, так что  $m$ -й член в формуле (10) имеет порядок  $\varepsilon^m$ .

### Вывод

Полученное выражение (10) представляет обобщенную математическую модель ЭИППТ, которая применима как для различных систем ЭИППТ, так и для любых входных периодических сигналов. Она позволяет определить методическую погрешность показаний прибора в зависимости от реактивных элементов входных цепей ЭИППТ при любой форме входных сигналов. Таким образом, математическая модель ЭИППТ (10) имеет более широкое практическое применение, она позволяет также оценивать методическую погрешность не только поверки ЭИППТ, но и результатов рабочих измерений этими приборами.

### Список литературы

1. Дьяков В.П. Генерация и генераторы сигналов / В.П. Дьяков. – М. : ДМК Пресс, 2009. – 384с.
2. Современные функциональные генераторы за рубежом: Экспресс-информация. Сер. ТС-5. – М.: ИНФОРМПРИБОР, 1988. – 13 с.
3. Туз Ю.М. Источник калибровочного напряжения / Ю.М. Туз, Ю.С. Есиков // Измерительная техника. – 1973. – № 9 – С. 42-44.
4. Минц М.Я. Об использовании сигналов прямоугольной формы для проверки электромеханических приборов / М.Я. Минц, В.Н. Чинков // Измерительная техника. – 1980. – № 3. – С. 42-43.
5. Минц М.Я. Поверка электромеханических приборов сигналами прямоугольной формы с регулируемой скважностью / М.Я. Минц, В.Н. Чинков // Измерительная техника. – 1987. – № 4. – С. 64-66.
6. Чинков В.Н. Теоретические основы электромеханических измерительных приборов переменного тока сигналами прямоугольной формы / В.Н. Чинков, А.А. Каревик // Украинский метрологический журнал. – 2002. – №2. – С. 58-61.
7. Чинков В.Н. Методы поверки электромеханических измерительных приборов переменного тока сигналами прямоугольной формы с регулируемыми временными параметрами / В.Н. Чинков, А.А. Каревик // Украинский метрологический журнал. – 2002. – № 4. – С. 19-22.
8. Минц М.Я. О поверке электромеханических измерительных приборов сигналами специальной формы / М.Я. Минц, В.Н. Чинков // Измерительная техника. – 1989. – № 8. – С. 63-65.

Надійшла до редколегії 21.10.2011

**Рецензент:** д-р техн. наук, доцент В.Б. Кононов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

### УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОВІМІРЮВАЛЬНИХ ПРИБАДІВ ПРИ ВХІДНИХ ПЕРІОДИЧНИХ СИГНАЛАХ СКЛАДНОЇ ФОРМИ

В.Н. Чинков, В.В. Мошаренков

*Отримано вираз для узагальненої моделі електровимірювальних приладів змінного струму, за яку прийнята кореляційна функція між токами (або напругами) у вимірювальних колах приладу.*

**Ключові слова:** сигнали спеціальної форми, електровимірювальні прилади змінного струму.

### GENERALIZED MATHEMATICAL MODEL OF ELECTROMEASURING DEVICES AT ENTRANCE PERIODIC SIGNALS OF DIFFICULT FORM

V. N. Chinkov, V.V.Mosharenkov

*Expression for the generalized mathematical model of electromeasuring devices of alternating current is got, as which a cross-correlation function is accepted between currents (or by tensions) in the measuring chains of device.*

**Keywords:** signals of nospread function, electromeasuring devices of alternating current.