

УДК 519.87:316.458.6

В.Б. Кононов¹, Ю.И. Кушнерук², А.В. Коваль¹

¹Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

²Академия внутренних войск МВД Украины, Харьков

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО СОСТАВА ВООРУЖЕНИЯ ОПЕРИРУЮЩЕЙ ГРУППИРОВКИ

В статье рассмотрены вопросы, связанные с постановкой задач определения состава вооружения оперирующей группировки войск.

Ключевые слова: *состав вооружения, группировка войск, бюджетные ограничения.*

Введение

Постановка задачи. При определении оптимального состава вооружения оперирующей группировки войск необходимо исходить из того, что целью операции является поражение противодействующей группировки, представляемое как уничтожение её группировки, при котором суммарное

количество боевых средств противника с учётом их важности к концу сражения минимально и не представляет угрозы для оперирующей группировки. Разработка соответствующих моделей, используемых для определения состава вооружений оперирующей группировки войск, представляет собой военно-практическую задачу, актуальность решения которой подтверждается необходимостью создания

подсистемы поддержки принимаемых решений для создаваемой автоматизированной системы управления войсками и оружием.

Анализ литературы. В известной литературе, посвящённой исследованию операций в боевых действиях [1 – 4] рассматриваются вопросы применения методов исследования операций при решении задач управления ресурсами. При этом на этапе планирования статические модели, с помощью которых определяется вероятность достижения требуемого результата в ходе боевых действий. В [5] изложено формализованное описание задач оптимального управления распределением активных средств в конфликтных ситуациях базирующиеся на применении статических моделей и предложены методы решения этих задач, основанных на использовании метода условного градиента.

Задачи определения состава вооружений, в которых учтена динамика боевых действий, рассмотрены в [6]. Однако в [1 – 6] не рассматривались задачи определения оптимального состава вооружений оперирующей группировки войск, учитывающие динамику боевых действий и бюджетные ограничения.

Целью статьи является разработка, математического описания задач определения оптимального состава вооружения оперирующей группировки.

Основной материал

При формализации математического описания задачи определения оптимального состава вооружения оперирующей группировки учтём следующее:

– каждое боевое средство, в случае если оно не уничтожено, производит пуассоновский поток выстрелов на боевое средство противодействующей группировки; – это значит, что вероятность поражения цели при k воздействий за время t определяется формулой Пуассона:

$$P_t(k) = \frac{(bt)^k e^{-bt}}{k!}, \quad (1)$$

где b – интенсивность потока;

– вероятность появления одного события (воздействия на объект) за время Δt равна:

$$P_{\Delta t}(1) = b\Delta t e^{-b\Delta t} = b\Delta t \left(1 - b\Delta t + \frac{b^2 \Delta t^2}{2} - \dots \right) \approx b\Delta t \quad (2)$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка, чем Δt ;

$\bar{x}_i(t)$ число боевых средств i -го типа в данный момент времени пропорционально математическому ожиданию количества сохранившихся боевых средств;

– конфликтная ситуация противоборствующих группировок рассматривается как детерминирован-

ный процесс, представляемый в виде ряда последовательных огневых ударов на противоборствующие группировки;

– взаимодействие группировок рассматривается как непрерывный процесс, описываемый системой дифференциальных уравнений.

В качестве ограничений в рассматриваемой задаче будем исходить из финансовых возможностей оперирующей стороны, т.е. считать, что группировка A не может затратить на приобретение вооружений больше, чем это предусмотрено в бюджете государства.

Построим математическую модель решаемой задачи, в которой используем следующие параметры: m – количество типов разнородных боевых средств группировки A ;

n – количество типов разнородных боевых средств группировки B ;

$x_i(t) (i = \overline{1, m})$ – математическое ожидание количества боевых средств i -го типа группировки A , сохранившихся к моменту времени t ;

$y_j(t) (j = \overline{1, n})$ – математическое ожидание количества боевых средств j -го типа группировки B , сохранившихся к моменту времени t ;

$\lambda_i (i = \overline{1, m})$ – скорострельность боевого средства i -го типа группировки A ;

$P_{ji} (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$ – вероятность поражения одним выстрелом боевого средства j -го типа группировки B боевым средством i -го типа группировки A ;

$a_{ji} = \lambda_i P_{ji} (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$ – математическое ожидание количества поражённых в единицу времени боевых средств j -го типа группировки B при огневом воздействии на них боевым средством i -го типа группировки A , далее называемое эффективной скорострельностью боевого средства i -го типа группировки A по боевому средству j -го типа группировки B ;

$\mu_j (j = \overline{1, n})$ – скорострельность боевого средства j -го типа группировки B ;

$Q_{ij} (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$ – вероятность поражения одним выстрелом боевого средства j -го типа группировки B боевым средством i -го типа группировки A ;

$b_{ij} = \mu_j Q_{ij} (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$ – математическое ожидание количества поражённых в единицу времени боевых средств i -го типа группировки A при огневом воздействии на них боевым средством j -го

типа группировки В, далее называемое эффективной скорострельностью боевого средства j -го типа группировки В по боевому средству i -го типа группировки А;

$N_i^A (i = \overline{1, m})$ – запас средств поражения в боекомплекте боевого средства i -го типа группировки А;

$N_j^B (j = \overline{1, n})$ – запас средств поражения в боекомплекте боевого средства j -го типа группировки В;

$\alpha_{ji}(t) (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$ – доля количества боевых средств (часть боевых средств в относительных единицах) i -го типа группировки А, противодействующих боевым средствам j -го типа группировки В в момент времени t ;

$\beta_{ij}(t) (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$ – доля количества боевых средств j -го типа группировки В, противодействующих боевым средствам i -го типа группировки А в момент времени t ;

$c_i (i = \overline{1, m})$ – стоимость боевого средства i -го типа группировки А, включая стоимость боекомплекта;

C_0 – величина выделенного бюджета;

$x_i^0 (i = \overline{1, m})$ – количество искомых боевых средств i -го типа группировки А в начале операции;

$y_j^0 (j = \overline{1, n})$ – количество боевых средств j -го типа группировки В в начале операции;

$w_j (j = \overline{1, n})$ – коэффициент важности боевого средства j -го типа группировки В;

T – продолжительность сражения, задаваемая лицом, принимающим решение.

Обозначим через $\Delta x_i = x_i(t + \Delta t) - x_i(t)$ приращение величины $x_i(t)$ за время Δt . Так как вероятность поражения боевых средств i -го типа группировки А боевым средством j -го типа группировки В за время Δt равна $b_{ij} \Delta t$ (согласно первому допущению), то за время Δt математическое ожидание количества боевых средств i -го типа группировки А уменьшится на величину $\sum_{j=1}^n \beta_{ij}(t) b_{ij} y_j(t) \Delta t$, определяемую потерями от огневых ударов боевыми средствами всех типов группировки В согласно плану $\|\beta_{ij}(t)\|_{m,n}$:

$$\Delta x_i = - \sum_{j=1}^n \beta_{ij}(t) b_{ij} y_j(t) \Delta t; \quad i = \overline{1, m}.$$

Разделив обе части последнего соотношения на Δt и переходя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, получим следующую систему дифференциальных уравнений для определения математического ожидания наличия каждого из боевых средств i -го типа группировки А, сохранившихся на момент времени t :

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = - \sum_{j=1}^n \beta_{ij}(t) b_{ij} y_j(t); \quad i = \overline{1, m}. \quad (3)$$

Аналогично для $y_j(t)$ имеем:

$$\frac{dy_j(t)}{dt} = - \frac{y_j(t)}{y_j^0} \sum_{i=1}^m \alpha_{ji}(t) a_{ji} x_i(t); \quad j = \overline{1, n}, \quad (4)$$

где $y_j(t)/y_j^0$ – оценка вероятности попадания выстрелов, приходящихся на непоражённые боевые средства j -го типа группировки В в момент времени t .

Данный показатель учитывает отсутствие информации у группировки А о состоянии противника в ходе операции.

В полученных дифференциальных уравнениях $\alpha_{ji}(t)$, $\beta_{ij}(t)$ – функции времени, показывающие, как меняется во времени распределение долей количеств боевых средств одной группировки по боевым средствам другой группировки. Если, например, $\alpha_{ji}(t_1) > \alpha_{ji}(t_2)$ при $t_2 > t_1$, то это означает, что доля количества боевых средств i -го типа стороны А в момент времени t_2 , действующих против активных средств j -го типа стороны В, уменьшилась по сравнению с долей количества боевых средств в момент времени t_1 таким образом, что часть боевых средств были либо переориентированы на боевые средства других типов, либо поражены.

Введение в модель параметров $\alpha_{ji}(t)$, $\beta_{ij}(t)$ позволяет учесть такие факторы как взаимодействие, противодействие разнородных боевых средств обеих группировок и их возможное перераспределение.

Таким образом, система уравнений, описывающая изменение во времени математических ожиданий количеств боевых средств в операции, имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dx_i(t)}{dt} &= - \sum_{j=1}^n \beta_{ij}(t) b_{ij} y_j(t); \quad i = \overline{1, m}; \\ \frac{dy_j(t)}{dt} &= - \frac{y_j(t)}{y_j^0} \sum_{i=1}^m \alpha_{ji}(t) a_{ji} x_i(t); \quad j = \overline{1, n} \end{aligned} \quad (5)$$

при начальных данных:

$$\begin{aligned} x_{i(0)} &= x_i^0; & i &= \overline{1, m}; \\ y_{j(0)} &= y_j^0; & j &= \overline{1, n} \end{aligned} \quad (6)$$

ограничение на доли количеств боевых средств:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \beta_{ji}(t) &= 1; & j &= \overline{1, n}; & \beta_{ji}(t) &\geq 0; & i &= \overline{1, m}; & j &= \overline{1, n}; \\ \sum_{j=1}^n \alpha_{ji}(t) &= 1; & i &= \overline{1, m}; & \alpha_{ji}(t) &\geq 0; & j &= \overline{1, n}; & i &= \overline{1, m} \end{aligned} \quad (7)$$

ограничение, устанавливающее пропорциональность долей взаимодействующих боевых средств:

$$k_{i_2} \alpha_{j_{i_1}}(t) - k_{i_1} \alpha_{j_{i_2}}(t) = 0; \quad (i_1, i_2) \in I_B,$$

где I_B – множество типов взаимодействующих средств, приданных оперирующей группировке;

ограничение на запас средств поражения боевых средств:

$$\begin{aligned} \lambda_i \int_0^t x_i(t) dt &\leq N_i^A x_i^0; & i &= \overline{1, m}; \\ \mu_j \int_0^t y_j(t) dt &\leq N_j^B y_j^0; & j &= \overline{1, n} \end{aligned} \quad (8)$$

ограничения на выделенный бюджет, а также на целочисленность и неотрицательность начальных условий:

$$\sum_{i=1}^m c_i x_i^0 \leq C_0; \quad x_i^0 = [x_i^0] \geq 0; \quad i = \overline{1, m}. \quad (9)$$

Предложенное формализованное представление задачи определения состава вооружений оперирующей группировки отличается от математического описания подобных задач в работах [5 – 6] тем, что при определении состава вооружений x_i и распределении этого состава по боевым средствам противника исходный состав вооружений x_i^0 неизвестен и должен быть найден с учётом ограничений финансового характера.

ФОРМАЛІЗАЦІЯ ЗАДАЧ ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО СКЛАДУ ОЗБРОЄННЯ ОПЕРУЮЧОГО УГРУПУВАННЯ

В.Б. Кононов, Ю.И. Кушнерук, А.В. Коваль

У статті розглянути питання, які пов'язані з постановкою задач визначення складу озброєння оперуючого угруповання.

Ключові слова: склад озброєння, угруповання військ, бюджетні обмеження.

FORMALIZATION OF TASKS OF DETERMINATION OF OPTIMUM COMPOSITION ARMAMENT OPERATING OF GROUPMENT

V.B. Kononov, Yu.I. Kushneruk, A.V. Koval'

In the article to consider questions which are related to raising of tasks of determination of composition of armament operating of groupment.

Keywords: composition of armament, groupment of troops, budget constraints.

Выводы

1. Изложены условия проведения операции, сформулирована постановка задачи в соответствии с которой определены цели оперирующей группировки.

2. Заданны параметры и приняты искомые параметры, используемые в задаче определения оптимального состава вооружений оперирующей группировки войск.

3. Предложено математическое описание, соответствующая постановке задачи определения состава вооружений оперирующей группировки войск, в которой обеспечивается получение максимального эффекта в операции при минимизации ресурсов, отводимых на её проведение.

Список литературы

1. Lanchester F. *Aircraft in warfare* / F. Lanchester. – London, 1916 – 120 p.
2. *Основы исследования операций в военной технике* / под ред. Ю.В. Чуева. – М.: Сов. радио, 1965. – 383 с.
3. Осинский Л.М. *Элементы исследования операций и оценка эффективности сил и средств противовоздушной обороны* / Л.М. Осинский. – К.: КВИРТУ, 1968. – 444 с.
4. Чуев Ю.В. *Исследование операций в военном деле* / Ю.В. Чуев. – М.: Воениздат, 1970. – 256 с.
5. Кононов В.Б. *Теоретические основы математического моделирования ресурсного обеспечения в конфликтных ситуациях: дисс. ... на соискание учёной степени д-ра техн. наук* / Владимир Борисович Кононов. – Х.: МОУ, ХУ ВС, 2010. – 369 с.
6. Кононов В.Б. *Математические модели процессов военных действий и их применение для планирования и управления распределением боевых средств: моногр.* / В.Б. Кононов. – Х.: МОУ, ХУ ВС, 2007. – 280 с.

Поступила в редколлегию 20.04.2012

Рецензент: д-р. техн. наук, проф. Г.В. Худов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.