

# Механіка, машинознавство та електропостачання

УДК 539.3

С.Н. Гребенюк<sup>1</sup>, О.П. Мелашенко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Запорозький національний університет, Запорозжє

<sup>2</sup>Харьковский национальный университет внутренних дел, Харьков

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КРИТЕРИЕВ ДЛЯ РАСЧЁТА ПРОЧНОСТИ ВОЛОКНИСТЫХ КОМПОЗИТОВ

*В данной работе на основе критериев Фишера и Хоффмана было определена величина критической нагрузки для образца из слоистого эпоксидокарбонита, армированного однонаправленными волокнами. В качестве численного метода использовалась модификация метода конечных элементов – моментная схема конечного элемента.*

**Ключевые слова:** композиционные материалы, метод конечных элементов, критерии прочности.

### Введение

Основная цель создания композитных материалов (КМ) состоит в достижении комбинации свойств, не присущих обычным конструкционным материалам. По своим прочностным качествам многие композитные материалы существенно выигрывают по сравнению с традиционными [1].

В зависимости от вида армирующего компонента композиты могут быть разделены на две основные группы: дисперсно-упрочненные и волокнистые, которые отличаются структурой, механизмами образования высокой прочности. Дисперсно-упрочненные композиты представляют собой материал, в матрице которого равномерно распределены мелкодисперсные частицы второго вещества.

У волокнистых композитов матрица армирована высокопрочными волокнами, проволокой, нитевидными кристаллами.

Идея создания волокнисто-армированных структур состоит в том, чтобы при деформировании матричного материала обеспечивалось нагружение волокон и использовалась бы их высокая прочность. В волокнистых композитах высокопрочные волокна воспринимают основные напряжения, возникающие в композиции при действии внешних нагрузок, и обеспечивают жесткость и прочность композиции в направлении ориентации волокон.

Механические свойства композита определяются тремя основными параметрами: высокой прочностью армирующих волокон, жесткостью матрицы и прочностью связи на границе матрица – волокно. Соотношения этих параметров характеризуют весь комплекс механических свойств материала и механизм его разрушения [2].

**Анализ литературы.** Анизотропия одного какого-либо свойства материала сопровождается ани-

зотропией всех других его свойств. Таким образом, пределы прочности или текучести анизотропного материала не являются скалярными величинами, так как они будут зависеть от направления. Следовательно, в критерий прочности или пластичности анизотропного материала наряду с тензором напряжений должны входить еще другие тензорные величины, характеризующие его прочностные (или пластические) свойства.

Это обстоятельство весьма осложняет разработку критериев прочности и пластичности для анизотропных материалов. Вместе с тем разработка таких критериев настоятельно выдвигается требованиями современной техники в связи с появлением новых конструкционных материалов, обладающих резко выраженными анизотропными свойствами.

Применительно к армированным пластикам вопрос о критерии прочности решался по-разному. В одних случаях при расчете конструкций из анизотропных пластиков, работающих в условиях сложного напряженного состояния, использовали условие Мизеса, предложенное им для анизотропных кристаллов и развитое впоследствии Р. Хиллом применительно к металлам и сплавам, получающим анизотропию в процессе деформирования. Делались также попытки обобщить на анизотропные материалы некоторые «классические» критерии прочности (критерий наибольших касательных напряжений и др.).

В других случаях некоторыми авторами, например Фишером, были предложены новые критерии прочности армированных пластиков, учитывающие особенности механических свойств этих материалов. В своей работе Мизес предложил критерий пластичности для анизотропных кристаллических материалов (с одинаковыми пределами текучести на растяжение и сжатие и с анизотропией свойств самого общего вида) в виде однородного полинома второй степени.

Мизес сделал допущение о том, что добавление гидростатического давления не влияет на наступление текучести материала. Принятие такого допущения приводит к некоторым зависимостям между компонентами тензора пластичности. Эти зависимости были подробно исследованы Р. Хиллом.

Из условия пластичности Мизеса-Хилла нетрудно получить формулы для пересчета показателей прочности, т.е. пределов прочности на растяжение (сжатие) и чистый сдвиг при повороте системы координат.

Прочность однонаправленных волокнистых КМ при плоском напряжённом состоянии описывается с помощью критерия Мизеса-Хилла, приведённого к следующему виду:

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_{\text{вх}}^2} - \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_{\text{вх}}^2} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{\text{вн}}^2} + \frac{\tau_{\text{ху}}^2}{\tau_{\text{вху}}^2} = 1,$$

где  $\sigma_x, \sigma_y$  – нормальные напряжения в направлениях, совпадающих с координатными осями, указанными индексами;  $\sigma_{\text{вх}}, \sigma_{\text{вы}}$  – пределы прочности КМ при растяжении (сжатии) в направлении осей  $x, y$ ;  $\tau_{\text{ху}}$  – касательное напряжение;  $\tau_{\text{вху}}$  – предел прочности анизотропного КМ при сдвиге в плоскостях  $x$  и  $y$ .

Обобщением критерия Мизеса-Хилла, учитывающим различное сопротивление однонаправленных КМ растяжению и сжатию, является критерий О. Хоффмана. Для плоского напряжённого состояния он записывается в виде

$$\frac{(\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y)}{\sigma_{\text{вх}}^{\text{р}} \sigma_{\text{вх}}^{\text{с}}} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{\text{вы}}^{\text{р}} \sigma_{\text{вы}}^{\text{с}}} + \frac{(\sigma_{\text{вх}}^{\text{с}} - \sigma_{\text{вх}}^{\text{р}}) \sigma_x}{\sigma_{\text{вх}}^{\text{р}} \sigma_{\text{вх}}^{\text{с}}} + \frac{(\sigma_{\text{вы}}^{\text{с}} - \sigma_{\text{вы}}^{\text{р}}) \sigma_y}{\sigma_{\text{вы}}^{\text{р}} \sigma_{\text{вы}}^{\text{с}}} + \frac{\tau_{\text{ху}}^2}{\tau_{\text{вху}}^2} = 1.$$

Фишером была исследована прочность при сложном напряженном состоянии анизотропного (ортотропного) стекловолокнита. В качестве критерия прочности этого материала автор предложил использовать критерий энергии формоизменения, включив в него различные упругие и прочностные характеристики материала в направлении осей симметрии механических свойств материала.

В работе Фишера сделаны следующие допущения: слои стекловолокнита упругие и однородные; слои уподобляются ортотропным пластинкам; сдвиги между слоями исключаются; исключаются случаи продольного изгиба. Эти допущения носят весьма условный характер. Сам автор критерия указывает, что критерий должен давать заниженные против действительных значения разрушающих напряжений и ссылается на собственные эксперименты, подтверждающие это [3]. В критерии Фишера, как и в критерии Мизеса-Хилла, предполагается, что анизотропный материал имеет одинаковые пределы прочности на растяжение и сжатие.

Для плоского напряжённого состояния критерий Фишера записывается в виде [4]:

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_{\text{вх}}^2} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{\text{вн}}^2} + \frac{\tau_{\text{ху}}^2}{\tau_{\text{вху}}^2} - k_{\alpha} \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_{\text{вх}} \sigma_{\text{вы}}} = 1,$$

$$k_{\alpha} = \frac{[E_x(1 + \mu_{yx}) + E_y(1 + \mu_{xy})]}{[2\sqrt{E_x E_y(1 + \mu_{xy})(1 + \mu_{yx})}]},$$

где  $\sigma_x, \sigma_y$  – нормальные напряжения в направлениях, совпадающих с координатными осями, указанными индексами;  $\sigma_{\text{вх}}, \sigma_{\text{вы}}$  – пределы прочности КМ при растяжении (сжатии) в направлении осей  $x, y$ ;  $\tau_{\text{ху}}$  – касательное напряжение;  $\tau_{\text{вху}}$  – предел прочности анизотропного КМ при сдвиге в плоскостях  $x$  и  $y$ ;  $E_x, E_y$  – модули упругости анизотропных КМ при растяжении (сжатии) в направлении осей  $x, y$ ;  $\mu_{xy}, \mu_{yx}$  – коэффициенты Пуассона.

В качестве исходной гипотезы в критерии прочности К. В. Захарова принимается следующая: условие прочности для анизотропных слоистых материалов может быть представлено уравнением поверхности 2-го порядка в самом общем его виде.

Критерий Марина относится к анизотропным материалам с различными пределами прочности на растяжение и сжатие.

Критерий имеет вид квадратичного полинома, коэффициенты которого выражаются через константы прочности материала, взятые в основной системе координат. Эксперименты над слоистыми пластиками показывают, что критерий Марина удовлетворительно аппроксимирует опытные данные для тех ортотропных материалов, у которых близки по величине пределы прочности на растяжение и сжатие в основных направлениях.

Следует отметить, что многим из рассмотренных критериев прочности и пластичности анизотропных материалов присущи некоторые недостатки, не позволяющие их обоснованно использовать в прочностных расчетах.

Следовательно, задача экспериментального и теоретического исследования прочности анизотропных материалов, особенно в условиях сложного напряженного состояния, является по-прежнему актуальной [5].

Для использования всех этих критериев необходимо знать напряженно-деформированное состояние конструкций в реальных условиях нагружения. Определение напряженно-деформированного состояния композитной конструкции связано с рядом математических трудностей, которые заключаются в необходимости моделирования геометрии конструкции, анизотропии свойств материала, заданием граничных условий и рядом других. Поэтому для расчета композитных конструкций наиболее часто применяются численные методы, в частности метод конечных элементов [6].

## Основной материал

При определении максимально допустимой согласно критериям прочности нагрузки воспользуемся программным комплексом „МРЕЛА+” [7]. В качестве объекта исследований выбран слоистый эпоксидокарбонит, армированный однонаправленными волокнами. В качестве связующего (матрицы) использовали блок – сополимер эпокситрифенольной и анилиноформальдегидной смол. Механические характеристики:  $E_R = 3,5 \text{ ГПа}$ ;  $\nu_R = 0,32$ . Углепластик армирован вискозным карбоволокном. Механические характеристики для углеродного волокна, используемого при производстве рассматриваемого композита, равны  $E_f = 250 \text{ ГПа}$ ;  $\nu_f = 0,3$ .

Расчётные значения разрушающих напряжений монослоя равны:

$$\sigma_{\text{вх}}^p = 862 \text{ МПа}; \sigma_{\text{вх}}^c = 2944 \text{ МПа}; \sigma_{\text{вх}}^c = 52 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{вх}}^c = 2944 \text{ МПа}; \tau_{\text{вху}} = 113 \text{ МПа} [8].$$

В качестве композиционной конструкции возьмем цилиндрическую оболочку под внутренним давлением.

Диаметр волокон  $d_c = 0,7 \cdot 10^{-3}$  м, частота армирования  $i_c = 1629$  волокон/м, толщина резинордной оболочки  $h = 0,00456$  м, внутренний радиус оболочки  $R = 0,1$  м, длина образующей  $L = 0,5$  м. Расчет проводился при армировании в продольном направлении, вдоль оси цилиндра (угол армирования  $0^\circ$ ), и в окружном направлении (угол армирования  $90^\circ$ ). В качестве критерия прочности использовался критерий Фишера и критерий О. Хоффмана. Результаты расчета представлены в табл. 1.

Таблица 1

Значения максимальной нагрузки

Сетка разбивания	Максимальная нагрузка при угле армирования $0^\circ$ , Па		Максимальная нагрузка при угле армирования $90^\circ$ , Па	
	Критерий Фишера	Критерий Хоффмана	Критерий Фишера	Критерий Хоффмана
5x6x5	$0,8 \cdot 10^8$	$0,8 \cdot 10^8$	$0,8 \cdot 10^9$	$1,9 \cdot 10^9$
5x5x3	$1,1 \cdot 10^8$	$1,2 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^9$
5x7x3	$1,1 \cdot 10^8$	$1,2 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^9$
7x11x3	$0,95 \cdot 10^8$	$0,96 \cdot 10^8$	$0,85 \cdot 10^9$	$2,05 \cdot 10^9$
7x13x3	$0,95 \cdot 10^8$	$0,96 \cdot 10^8$	$0,9 \cdot 10^9$	$2,2 \cdot 10^9$

## Вывод

В результате расчетов получаем, что критерий Хоффмана при угле армирования  $0^\circ$  практически совпадает с критерием Фишера, а при угле армирования  $90^\circ$  – максимальное значение допустимой нагрузки согласно критерию Хоффмана в два раза больше, чем согласно критерию Фишера.

## Список литературы

1. Немировский Ю.В. Прочность элементов конструкций из композитных материалов / Ю.В. Немировский, Б.С. Резников. – Новосибирск: Наука, 1986. – 166 с.
2. Композиционные материалы. Справочник / под общ. ред. В.В. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.
3. Fisher H. How to predict structural behavior of R.P. Laminates. – Mod. Plast., 1960. – № 6. – P. 65-68.
4. Композиционные материалы. Справочник / Под ред. Д.М. Карпиноса – К.: Наукова думка, 1985. – 592 с.

5. Гольденблат И.И. Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов / И.И. Гольденблат, В.А. Колнов – М.: Машиностроение, 1968. – 192 с.

6. Киричевский В.В. Матрица жесткости пространственного конечного элемента для исследования конструкций из композиционных материалов / В.В. Киричевский, Б.М. Дохняк, А.Д. Карпушин // Вісник Східноукр. держ. ун-ту. – 1999. – № 3(18). – С. 109-116.

7. Метод конечных элементов в вычислительном комплексе «МРЕЛА+» / В.В. Киричевский, Б.М. Дохняк, Ю.Г. Козуб, С.И. Гоменюк, Р.В. Киричевский, С.Н. Гребенюк. – К.: Наук. думка, 2005. – 392 с.

8. Кучер Н.К. Оценка прочности слоистых эпоксидокарбоволокнистых, армированных однонаправленными волокнами / Н.К. Кучер, М.Н. Заразовский // Проблемы прочности. – 2006. – № 6. – С. 95-112.

Поступила в редколлегию 23.03.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.Н. Герасин, Харьковский национальный университет внутренних дел, Харьков.

## ВИКОРИСТАННЯ РІЗНИХ КРИТЕРІЇВ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ МІЦНОСТІ ВОЛОКНИСТИХ КОМПОЗИТІВ

С.Н. Гребенюк, О.П. Мелашенко

У даній роботі на основі критеріїв Фішера й Хоффмана була визначена величина критичного навантаження для зразка із шаруватого епоксидокарбоніта, армованого односпрямованими волокнами. Як чисельний метод використувалася модифікація методу скінченних елементів – моментна схема скінченного елемента.

**Ключові слова:** композиційні матеріали, метод кінцевих елементів, критерії міцності.

## USING DIFFERENT CRITERIA TO CALCULATE THE STRENGTH OF FIBROUS COMPOSITES

S.N. Grebenyuk, O.P. Melashenko

Based on the criteria of Fisher and Hoffman was determined value of the critical load for a sample of the layered epoxycarbonite reinforced with unidirectional fibers. The numerical method used modification of the finite element method – moment scheme of a finite element.

**Keywords:** composition materials, method of eventual elements, criteria of durability.