

УДК 621.391:621:396

Ю.С. Курской

Українська інженерно-педагогічна академія, Харків

## КОЭФФИЦИЕНТЫ ОТРАЖЕНИЯ И ПРОХОЖДЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН КАК ФУНКЦИИ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

В лучевом приближении решена задача об отражении и преломлении плоской акустической волны на поверхности твердого тела, движущегося в жидкости. Получены выражения для коэффициентов отражения и прохождения, как функций характеристик исходной волны, граничащих сред и скорости движения твердого тела. Установлено, что коэффициенты отражения и прохождения зависят не только от угла падения и характеристик сред, но и от частоты падающей волны и скорости движения тела.

**Ключевые слова:** акустические волны, отражение, углы отражения и преломления, частоты отраженных и преломленных волн, коэффициенты отражения и прохождения.

### Введение

Ключевыми выражениями лучевой акустики, описывающими параметры акустических волн при их распространении, отражении и преломлении на границе раздела сред, являются формулы для закона Снеллиуса и эффекта Доплера.

Для случая отражения и преломления волны на границе раздела жидкости и твердого тела выражение для закона Снеллиуса имеет вид:

$$\frac{\sin \alpha}{c_1} = \frac{\sin \beta}{c_1} = \frac{\sin \gamma}{c_{21}} = \frac{\sin \delta}{c_{2t}}, \quad (1)$$

где  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  – угол падения, угол отражения, углы преломления продольной и поперечной волн соответственно;

$c_1, c_{21}, c_{2t}$  – скорости распространения звуковых колебаний в жидкости, скорости распространения продольных и поперечных колебаний в твердом теле соответственно.

Выражение для эффекта Доплера имеет вид:

$$\omega_R = \omega_1 \frac{1 + v_n / c_1}{1 - v_n / c_1}, \quad (2)$$

где  $\omega_R, \omega_1$  – циклические частоты отраженной и падающей волн соответственно;

$v_n$  – нормальная составляющая скорости движения отражающей поверхности.

Многочисленные исследования процессов распространения акустических волн в динамических условиях (движение сред и отражающих поверхностей) [1 – 6] показали их существенное отличие от аналогичных процессов в статических условиях.

### 1. Углы и частоты отраженной и преломленных волн

В работах [4 – 6] было доказано, что движение отражающей поверхности меняет не только значе-

ние частоты отраженной волны, что соответствует представлению (2), и частоты преломленных волн, но и вызывает отклонение значений углов отражения и преломления от тех, что дает классическое выражение для закона Снеллиуса (1).

В работах [5, 6] в лучевом приближении была решена двумерная задача отражения и преломления плоской акустической волн на плоской поверхности твердого тела, движущегося в жидкости.

Получены выражения для угла отражения  $\beta$ , углов преломления  $\gamma, \delta$ , а также частот отраженной  $\omega_R$  и преломленных  $\omega_T$  волн в следующем виде:

$$\sin(\beta + \varphi(t)) = K(t) \sin \alpha; \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \arcsin \frac{\frac{c_{21}}{c_1} \sin \alpha}{\left[1 - \frac{X(t)}{tc_1} \sin \alpha + \frac{Y(t)}{tc_1} \cos \alpha\right]}, \\ \delta &= \arcsin \frac{\frac{c_{2t}}{c_1} \sin \alpha}{\left[1 - \frac{X(t)}{tc_1} \sin \alpha + \frac{Y(t)}{tc_1} \cos \alpha\right]} \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где  $\varphi(t) = \arctg \frac{\frac{Y(t)}{c_1} \sin \alpha}{t + \frac{Y(t)}{c_1} \cos \alpha}$ ;

$$K(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2 + \left(\frac{Y(t)}{c_1}\right)^2 + 2 \frac{tY(t)}{c_1} \cos \alpha}};$$

$t$  – время;

$X(t)$  – закон движения твердого тела вдоль нормали к поверхности;

$Y(t)$  – закон движения твердого тела вдоль касательной к поверхности;

$$\omega_R = \omega_1 \frac{t + \frac{Y(t)}{c_1} \cos \alpha}{t - \frac{Y(t)}{c_1} \cos \beta}; \quad (5)$$

$$\omega_{\Pi} = \omega_{\Gamma} = \omega_T = \omega_1 \left[ 1 - \frac{X(t)}{tc_1} \sin \alpha + \frac{Y(t)}{tc_1} \cos \alpha \right], \quad (6)$$

где  $\omega_{\Pi}, \omega_{\Gamma}$  – циклические частоты преломленных продольной и поперечной волн соответственно.

Анализ выражений (3) – (6) показал, что движение тела вдоль нормали к поверхности приводит к изменению значений углов отражения и преломления, а также к изменению значений частот отраженной и преломленных волн; движение тела вдоль поверхности не сказывается на значениях угла отражения и частоты отраженной волны, но приводит к изменению значений углов преломления и частот преломленных волн.

При этом частота продольной волны совпадает с частотой поперечной волны  $\omega_{\Pi} = \omega_{\Gamma} = \omega_T$ . Наблюдаемые отклонения углов отражения и прелом-

ления в результате движения тела были объяснены при помощи принципа Гюйгенса [6].

Целью данной работы является изучение влияния движения твердого тела на коэффициенты отражения и прохождения акустических волн при падении волны на поверхность твердого тела, движущегося в жидкости.

## 2. Математическая модель

Будем полагать, что плоская гармоническая акустическая волна с циклической частотой  $\omega_1$ , распространяющаяся в жидкости плотности  $\rho_1$  (первая среда), отражается и преломляется на плоской бесконечной поверхности движущегося изотропного твердого тела плотности  $\rho_2$  (вторая среда). Имеет место плоскопараллельное перемещение тела.

Введем две прямоугольные декартовы системы координат с параллельными осями: неподвижную  $(x_0, y_0, z_0)$  и подвижную  $(x, y, z)$ , связанную с поверхностью твердого тела (рис. 1).

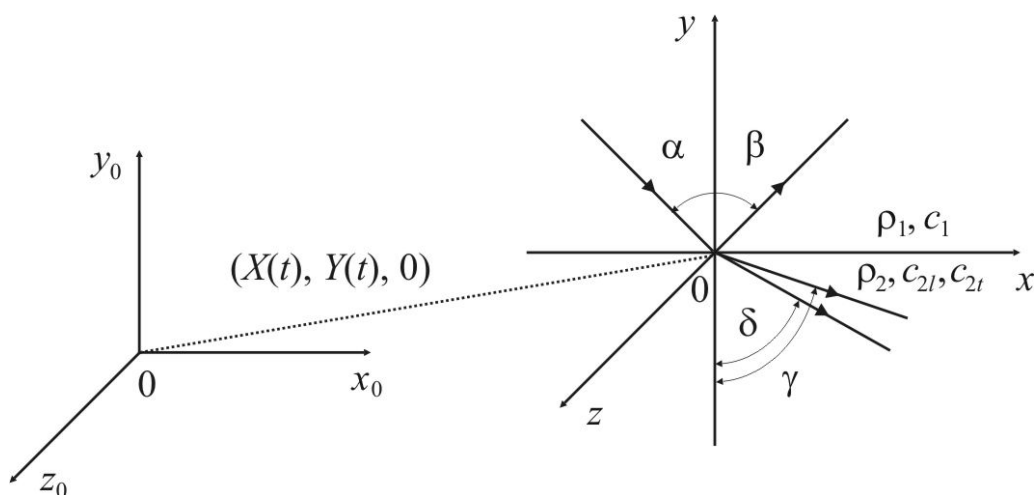


Рис. 1. Схема задачи

Оси  $z_0$  и  $z$  ориентируем перпендикулярно падающему лучу и параллельно поверхности, оси  $y_0$  и  $y$  – перпендикулярно поверхности, а оси  $x_0$  и  $x$  – параллельно ей.

При таком расположении все лучи лежат в одной плоскости и трехмерная задача сводится к двумерной.

Пересчет подвижной системы координат в неподвижную обеспечивается формулами:  $x_0 = x + X(t)$ ,  $y_0 = y + Y(t)$ . В начальный момент времени обе системы координат совпадают ( $X(0) = Y(0) = 0$ ).

Падающую, отраженную и преломленные акустические волны можно описать при помощи комплексных потенциалов смещения частиц сред:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\Phi}_I &= A_I \exp \left\{ i\omega_1 \left[ t - \frac{1}{c_1} (x_0 \sin \alpha - y_0 \cos \alpha) \right] \right\}, \\ \dot{\Phi}_R &= A_R \exp \left\{ i\omega_R \left[ t - \frac{1}{c_1} (x_0 \sin \beta - y_0 \cos \beta) \right] \right\}, \\ \dot{\Phi}_{\Pi} &= A_{\Pi} \exp \left\{ i\omega_{\Gamma} \left[ t - \frac{1}{c_{2l}} (x_0 \sin \gamma - y_0 \cos \gamma) \right] \right\}, \\ \dot{\Pi}_{\Gamma} &= A_{\Gamma} \exp \left\{ i\omega_{\Gamma} \left[ t - \frac{1}{c_{2t}} (x_0 \sin \delta - y_0 \cos \delta) \right] \right\} \vec{q}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $\dot{\Phi}_I, \dot{\Phi}_R, \dot{\Phi}_{\Pi}$  – скалярные потенциалы смещений частиц падающей, отраженной и преломленной продольной волн соответственно;

$\dot{\Pi}_{\Gamma}$  – векторный потенциал смещения частиц поперечной преломленной волны;

$A_I, A_R, A_{Tt}, A_{Tl}$  – амплитуды падающей, отраженной, преломленных поперечной и продольной волн соответственно;

$\vec{q}$  – единичный вектор, направленный вдоль оси  $z$ .

Взаимосвязь между волнами описывается граничными условиями, которые при отсутствии на границе сред источников колебаний могут быть представлены в виде [9]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_y^I \Big|_{y=0} &= \dot{\xi}_y^{II} \Big|_{y=0}, \quad \dot{\sigma}_{yy} \Big|_{y=0} = -(\dot{P}_I + \dot{P}_R) \Big|_{y=0}, \quad \dot{\sigma}_{xy} \Big|_{y=0} = 0, \end{aligned} \right\} (8)$$

где  $\dot{\xi}_y^I, \dot{\xi}_y^{II}$  – нормальные смещения частиц первой и второй сред соответственно;

$\dot{P}_I, \dot{P}_R$  – давления, вызванные падающей и отраженной волнами соответственно;

$\dot{\sigma}_{yy}, \dot{\sigma}_{xy}$  – компоненты тензора напряжения – могут быть выражены через потенциалы смещения (7) [8]:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_y^I &= \frac{\partial \dot{\Phi}_I}{\partial y} + \frac{\partial \dot{\Phi}_R}{\partial y}, \quad \dot{\xi}_y^{II} = \frac{\partial \dot{\Phi}_{Tl}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{\Pi}_{Tt}}{\partial x}; \\ \dot{P}_I &= -\rho_1 \frac{\partial^2 \dot{\Phi}_I}{\partial t^2}, \quad \dot{P}_R = -\rho_1 \frac{\partial^2 \dot{\Phi}_R}{\partial t^2}; \\ \dot{\sigma}_{yy} &= - \left[ (\lambda + 2\mu) \frac{\omega_{Tl}^2}{c_{2l}^2} \dot{\Phi}_{Tl} + 2\mu \left( \frac{\partial^2 \dot{\Phi}_{Tl}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \dot{\Pi}_{Tt}}{\partial x \partial y} \right) \right], \\ \dot{\sigma}_{xy} &= -\mu \left[ \frac{\omega_{Tl}^2}{c_{2l}^2} \dot{\Pi}_{Tt} - 2 \left( \frac{\partial^2 \dot{\Phi}_{Tl}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \dot{\Pi}_{Tt}}{\partial y^2} \right) \right], \end{aligned}$$

где  $\lambda, \mu$  – коэффициенты Ламэ:  $\mu = \rho_2 c_{2t}^2$ ,  $\lambda = \rho_2 c_{2l}^2 - 2\rho_2 c_{2t}^2$ .

### 3. Коэффициенты отражения и прохождения акустических волн

Установим зависимость потенциалов отраженной  $\dot{\Phi}_R$  и преломленных  $\dot{\Phi}_{Tl}, \dot{\Pi}_{Tt}$  волн от потенциала падающей волны  $\dot{\Phi}_I$  в виде:

$$\dot{\Phi}_R = \dot{K}_\Phi \dot{\Phi}_I, \quad \dot{\Phi}_{Tl} = \dot{T}_{\Phi l} \dot{\Phi}_I, \quad \dot{\Pi}_{Tt} = \dot{T}_{\Pi t} \dot{\Phi}_I,$$

где  $\dot{K}_\Phi, \dot{T}_{\Phi l}, \dot{T}_{\Pi t}$  – коэффициенты отражения, прохождения продольной и поперечной волн по потенциалу смещения соответственно:

$$\dot{K}_\Phi = \frac{\dot{\Phi}_R}{\dot{\Phi}_I} \Big|_{y=0}, \quad \dot{T}_{\Phi l} = \frac{\dot{\Phi}_{Tl}}{\dot{\Phi}_I} \Big|_{y=0}, \quad \dot{T}_{\Pi t} = \frac{\dot{\Pi}_{Tt}}{\dot{\Phi}_I} \Big|_{y=0}. \quad (9)$$

Опираясь на утверждение о равенстве на гра-

нице раздела сред ( $y=0$ ) экспонент фазовых потенциалов (7), из граничных условий (8) определим значения амплитуд отраженной и преломленных волн и перейдем от комплексной формы записи коэффициентов отражения и прохождения (9) к вещественной:

$$\left. \begin{aligned} K_\Phi &= \frac{A_R}{A_I} = \frac{A(HL + KF) - E(CL + KD)}{B(HL + KF) + G(CL + KD)}, \\ T_{\Phi l} &= \frac{A_{Tl}}{A_I} = \frac{L(EB + AG)}{B(HL + KF) + G(CL + KD)}, \\ T_{\Pi t} &= \frac{A_{Tt}}{A_I} = -\frac{K(EB + AG)}{B(HL + KF) + G(CL + KD)}, \end{aligned} \right\} (10)$$

где  $A = \omega_1 \frac{\cos \alpha}{c_1}$ ;  $B = \omega_R \frac{\cos \beta}{c_1}$ ;

$C = \omega_T \frac{\cos \gamma}{c_{2l}}$ ;  $D = \omega_T \frac{\sin \delta}{c_{2t}}$ ;

$E = \rho_1 (\omega_1 / c_1)^2 (c_1 - v_\tau \sin \alpha + v_n \cos \alpha)^2$ ;

$G = \rho_1 (\omega_R / c_1)^2 (c_1 - v_\tau \sin \beta - v_n \cos \beta)^2$ ;

$H = \rho_2 (\omega_T / c_{2l})^2 (c_{2l}^2 - 2c_{2t}^2 \sin^2 \gamma)$ ;

$F = \rho_2 \omega_T^2 \sin 2\delta$ ;

$K = \frac{\sin 2\gamma}{c_{2l}^2}$ ;

$L = \frac{\cos 2\delta}{c_{2t}^2}$ ;

$v_\tau$  – тангенциальная составляющая скорости движения твердого тела.

Анализ формул (10) показывает, что коэффициенты отражения и прохождения зависят не только от угла падения  $\alpha$  и характеристик сред, выраженных скоростями распространения акустических колебаний  $c_1, c_{2l}, c_{2t}$ , но и от частоты падающей волны  $\omega_1$  и скорости движения тела  $\vec{v}(v_\tau, v_n)$ .

В случае, когда параметры второй среды  $c_{2t} = 0$  (т.е. в среде распространяются только продольные волны, что характерно для жидких и газообразных сред), граничные условия (8) принимают вид выражений для границы раздела жидких сред, а выражения (10) сводятся к выражениям коэффициентов отражения и прохождения, полученным И.И. Горбанем в работе [4].

При отсутствии движения твердого тела выражения (10) принимают вид известных классических выражений для коэффициентов отражения и прохождения:

$$K_\Phi = \frac{\frac{\rho_2 c_{2l}}{\cos \gamma} \cos^2 2\delta + \frac{\rho_2 c_{2t}}{\cos \delta} \sin^2 2\delta - \frac{\rho_1 c_1}{\cos \alpha}}{\frac{\rho_2 c_{2l}}{\cos \gamma} \cos^2 2\delta + \frac{\rho_2 c_{2t}}{\cos \delta} \sin^2 2\delta + \frac{\rho_1 c_1}{\cos \alpha}};$$

$$T_{\Phi_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{2 \frac{\rho_2 c_{21}}{\cos \gamma} \cos 2\delta}{\frac{\rho_2 c_{21}}{\cos \gamma} \cos^2 2\delta + \frac{\rho_2 c_{2t}}{\cos \delta} \sin^2 2\delta + \frac{\rho_1 c_1}{\cos \alpha}};$$

$$T_{\pi_1} = -\frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{2 \frac{\rho_2 c_{2t}}{\cos \delta} \cos 2\delta}{\frac{\rho_2 c_{21}}{\cos \gamma} \cos^2 2\delta + \frac{\rho_2 c_{2t}}{\cos \delta} \sin^2 2\delta + \frac{\rho_1 c_1}{\cos \alpha}}.$$

### Выводы

В работе представлены результаты исследования процесса отражения и преломления акустических волн на поверхности твердого тела, движущегося в жидкости.

Приведены обобщенные выражения для углов отражения и преломления, частот отраженных и преломленных волн, учитывающие скорость движения твердого тела

Получены аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения акустических волн, как функции параметров граничащих сред и скорости движения твердого тела

Установлено, что при движении тела значения коэффициентов отражения и прохождения отличны от тех, что дают классические выражения для случая неподвижной отражающей поверхности. Доказано, что коэффициенты отражения и прохождения зависят не только от угла падения и характеристик сред, но и от частоты падающей волны и скорости движения тела.

Полученные обобщенные выражения параметров акустических волн могут быть использованы для повышения точности измерения скорости движения объектов гидроакустическими средствами. Эффект от их применения особенно заметен при высоких скоростях движения, присущих, например, суперкавитирующим аппаратам.

### КОЕФІЦІЄНТИ ВІДБИТТЯ ТА ПРОХОДЖЕННЯ АКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ ЯК ФУНКЦІЇ ШВИДКОСТІ РУХУ ПОВЕРХНІ, ЩО ВІДБИВАЄ

Ю.С. Курський

*Розв'язана задача про відбиття та заломлення плоскої акустичної хвилі на поверхні твердого тіла, що рухається в рідині. Отримано вирази для коефіцієнтів відбиття та проходження, як функцій характеристик первинної хвилі, середовищ, що межують, і швидкості руху твердого тіла. Встановлено, що коефіцієнти відбиття та проходження залежать не лише від кута падіння та характеристик середовищ, але й від частоти первинної хвилі та швидкості руху тіла.*

**Ключові слова:** акустичні хвилі, віддзеркалення, кути відбиття і заломлення, частоти відбитих і заломлених хвиль, коефіцієнти відбиття і проходження.

### COEFFICIENTS OF REFLECTION AND TRANSMISSION OF ACOUSTIC WAVES AS A FUNCTION OF THE VELOCITY OF THE REFLECTING SURFACE

Yu.S. Kurskoy

*The problem of reflection and refraction of a plane acoustic wave on the surface of a solid body moving in a fluid solved. To obtain expressions for reflection and transmission coefficients as functions of the characteristics of the initial wave, adjacent media and the speed of the solid. Found that the reflection and transmission coefficients depend not only on the angle of incidence and characteristics of the media, but also the frequency of the incident wave and the speed of the body.*

**Keywords:** acoustic waves, reflection, refraction and reflection angles, the frequency of the reflected and refracted waves, reflection and transmission coefficients.

### Список литературы

1. Лямиев Л. Отражение звука от движущейся тонкой пластины / Л. Лямиев // Акустический журнал. – 1960. – Т. 6, №4. – С. 505-507.
2. Лямиев Л. К теории распространения звуковых волн в движущейся слоисто-неоднородной среде / Л. Лямиев // Акустический журнал. – 1982. – Т. 28, № 3. – С. 367-374.
3. Остаев В.Е. Распространение звука в движущихся средах / В.Е. Остаев. – М.: Наука, 1992. – 203 с.
4. Горбань И.И. Отражение и преломление акустических лучей на подвижной границе раздела сред / И.И. Горбань // Акустический вестник. – 2004. – Т. 7 (2). – С. 36-41.
5. Горбань И.И. Отражение и преломление акустических лучей на границе жидкости и движущегося твердого тела / И.И. Горбань, Ю.С. Курской // Вісник ХНУ. – 2006. – № 739, серія «Фізика», Вип. 9. – С. 44-49.
6. Горбань И.И. Особенности отражения и преломления акустических лучей на поверхности подвижного твердого тела / И.И. Горбань, Ю.С. Курской // Гідроакустичний журнал. – 2009. – № 6. – С. 42-54.
7. Горбань І. Комп'ютерне моделювання відбиття та заломлення акустичних хвиль на поверхні твердого тіла, що рухається / І. Горбань, Ю. Курський // Гідроакустичний журнал. – 2008. – № 5. – С. 29-33.
8. Исакович М.А. Общая акустика / М.А. Исакович. – М.: Наука, 1973. – 494 с.

Поступила в редколлегию 18.07.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Р.М. Трищ, Украинская инженерно-педагогическая академия, Харьков.