УДК 681.3

В.И. Барсов

Украинская инженерно-педагогическая академия, Харьков

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕПОЗИЦИОННЫХ КОДОВЫХ СТРУКТУР ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ И ИСПРАВЛЕНИЯ ОШИБОК ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМАХ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ

Рассматривается метод и алгоритмы реализации процедуры обнаружения и исправления однократных ошибок информации в модулярной системе счисления с взаимно попарно не простыми основаниями.

Ключевые слова: *информационная технология, система обработки информации и управления, модулярная система счисления, взаимно попарно не простые основания.*

Введение

Постановка задачи. Один из перспективных подходов к решению задач связанных с созданием надежных и производительных систем обработки информации и управления (СОИУ) реального времени заключается в создании и применении прикладной информационной технологии (ИТ) использующей нетрадиционные методы представления, обработки и хранения информации.

Опираясь на фундаментальные понятия и положения теории сравнений, удалось создать оригинальную систему счисления, в которой число (операнд) A представляется набором $\{a_i\}$ наименьших вычетов от последовательного деления операнда A на совокупность $\{m_i\}$ взаимно попарно простых чисел, т.е. число A представится как $A = [A(\mathrm{mod}\ m_1), A(\mathrm{mod}\ m_2),\ldots, A(\mathrm{mod}\ m_n)]$, где $a_i \equiv A(\mathrm{mod}\ m_i)$, получившую название модулярная система счисления (МСС). Диапазон представимых в МСС чисел - (0, M], где $M = [\ m_1, m_2,\ldots m_n\ ]$ – НОК оснований МСС. Отметим, что основания МСС связаны друг с другом так, что они выбираются определенным образом и закрепляются постоянными для данной МСС. Каждый остаток по модулю информационно независим от других остатков, но в пределах каждого остатка, при реализации операций обработки информации, используется ПСС (как правило, двоичная).

На основе использования трех основных свойств МСС (независимость, равноправность и малоразрядность остатков), определяющих её кодовую структуру, последняя, по сравнению с позиционной системой счисления (ПСС), обладает следующими достоинствами [1, 2]:

– возможность распараллеливания вычислений на уровне декомпозиции операндов, что существенно повышает их быстродействие;

– пространственное разнесение элементов данных с возможностью их последующей асинхронной независимой обработки;

– возможность табличного (матричного) выполнения арифметических операций базового набора и полиномиальных функций с однотактной выборкой результата модульной операции;

– возможность создания цифровых устройств с эффективным обнаружением и исправлением сбоев и отказов, а также самокорректирующихся и высоконадежных цифровых устройств;

– возможность коррекции ошибок в динамике вычислительного процесса путем добавления малых (а, следовательно, и более надежных, чем в позиционных процессорах) резервных блоков, аппаратурные затраты которых пропорциональны объему соответствующих сумматорных или табличных вычислителей;

– обеспечение высокой активной отказоустойчивости вычислительных структур на основе оперативной реконфигурации структуры вычислителя;

– меньшая вычислительная сложность вычислительных алгоритмов для отдельных классов (типов) задач;

– проявление особого свойства структуры модулярного вычислителя, обеспечивающего отсутствие эффекта размножения ошибок вычислений;

– приспособленность структуры СОИУ в МСС для проведения оперативной диагностики блоков и узлов системы;

– возможность повышения надежности СОИУ в МСС за счет эффективного использования пассивной и активной отказоустойчивости.

В настоящее время ведутся интенсивные поиски новых аспектов использования МСС. Однако, необходимо отметить, что до настоящего времени углубленное изучением свойств МСС, основания которой не являются взаимно простыми числами не проводилось. Естественно предположить, что подобная система тоже обладает определенными корректирующими свойствами. Это обусловливает необходимость оценки возможности и целесообразности применения такой МСС для повышения эффективности СОИУ реализующей некоторую прикладную ИТ.

Поэтому представляется актуальным и целесообразным рассмотреть аспекты, связанные с создание информационной технологии основывающейся на применении МСС, основания которой не являются взаимно попарно простыми числами.

Цель работы – рассмотреть метод обнаружения и исправления однократных ошибок информации в МСС с взаимно попарно не простыми основаниями позволяющий относительно просто реализовать соответствующую процедуру.

Основная часть

Исследования проведённые, как отечественными, так и зарубежными учёными показали, что использования непозиционной МСС позволяет улучшить основные характеристики СОИУ при решении определенного класса задач (для определенного типа операций) [1 – 4]. Как правило в известных работах рассматриваются коды в МСС со взаимно- попарно простыми основаниями (модулями). Однако если ставится задача минимизации времени коррекции ошибок информации циркулирующей в СОИУ, то в этом случае целесообразно рассмотреть и коды в МСС со взаимно попарно не простыми основаниями.

Известно, что сумма, разность и произведение любых векторов линейного кода являются кодовыми словами. В этом случае некодовым словам нельзя поставить в соответствие никакие натуральные числа. Покажем, что исправление ошибок в МСС с помощью линейных кодов приводит к аппаратурной избыточности, эквивалентной резервированию. Также известно, что минимальное расстояние корректирующего линейного кода в МСС равно минимальному весу ненулевых кодовых слов, следовательно, минимальное кодовое расстояние можно определить, если известны веса кодовых слов. И поскольку для того чтобы линейный код имел минимальное расстояние d_{min} , необходимо и достаточно, чтобы степень избыточности удовлетворяла соотношению $R = M^{d_{min}-1}$, в этом случае коррекция произвольных ошибок информации в МСС с помощью линейных кодов приводит к большой избыточности, эквивалентной резервированию.

Таким образом, малоэффективно использовать линейные коды для коррекции ошибок, которым с равной вероятностью соответствуют произвольные искажения остатков кодовых слов в МСС. Однако, если ограничить класс возможных ошибок в отдельных остатках кодовых слов, возможности L-кодов существенно расширяются.

Сформулируем следующую лемму 1: для любого целого числа $A = (a_1, a_2, ..., a_n)$ в МСС с основаниями $m_i (i = \overline{1,n})$ и для любой пары оснований m_i и m_j должно выполняться условие $(a_i - a_j) \equiv 0 (\bmod d_{ij})$, где $d_{ij}(m_i, m_j)$ наибольший общий делитель оснований m_i и m_j, а $i, j = \overline{1,n}$; $i \neq j$.

Для определения необходимых и достаточных условий для обнаружения однократных ошибок с помощью L-кодов на основании данной леммы сформулируем и докажем следующую теорему.

Теорема 1. Для обнаружения ошибок в остатке по произвольному основанию $m_i (i = \overline{1,n})$ числа $A = (a_1, a_2, ..., a_n)$, заданного в МСС с основаниями $m_1, ..., m_n$, необходимо, чтобы основание m_i имело хотя бы один, отличный от единицы, общий делитель с остальными основаниями $m_i (i \neq j)$.

Доказательство. Пусть НОД $d_{ij} = (m_i, m_j)$ определен для произвольных оснований МСС $(i \neq j)$, и ошибка произошла по основанию m_i, т.е. $\tilde{a}_i = a_i + \Delta a_i$.

Покажем, что выражение $(\tilde{a}_i - a_j) \bmod d_{ij}$ эквивалентно $\Delta a_i (\bmod d_{ij})$.

Согласно лемме 1 выполняется следующее равенство $(a_i - a_j) = 0 (\bmod d_{ij})$.

Запишем выражение $a_i + \Delta a_i = \tilde{a}_i (\bmod m_i)$ в наружности $a_i + \Delta a_i = m \cdot m_i + \tilde{a}_i$, где m – целое число. Из последнего выражения определим искаженный остаток $\tilde{a}_i = a_i + \Delta a_i - m \cdot m_i$. Тогда можно записать

$$\tilde{a}_i - a_i = [(a_i - a_j) + (-mkd_{ij}) + \Delta a_i].$$

Так как $(a_i - a_j) \equiv 0 (\bmod d_{ij})$ и $-mkd_{ij} \equiv 0 (\bmod d_{ij})$, где $m_i = kd_{ij}$, а k – натуральное число, то $(\tilde{a}_i - a_j) \equiv \Delta a_i (\bmod d_{ij})$.

Очевидно, что при отсутствии общих делителей $\Delta a_i \equiv 0 (\bmod d_{ij})$, т.е. если $d_{ij} = 1$, что и доказывает необходимое условие теоремы.

Необходимое условие теоремы является достаточным, если ошибка не кратна делителю d_{ij}. Действительно, $(md_{ij} + a_{ij}) \neq -(\bmod d_{ij})$, для $0 < a_{ij} < d_{ij}$.

Данную теорему можно сформулировать еще следующим образом. Для обнаружения ошибки в остатке по произвольному основанию m_i числа $A = (a_1, a_2, ..., a_n)$, заданного в МСС, необходимо и достаточно, чтобы ошибка Δa_i была не кратна делителям d_{ij} и $d_i = (d_{i1}, d_{i2}, ..., d_{in})$, где d_i – НОД делителей $d_{i1}, d_{i2}, ..., d_{in}$.

Таким образом, можно предложить процедуру обнаружения ошибок в МСС с взаимно попарно не простыми основаниями и составить алгоритм её реализующий.

1. Проверяется остаток по основанию m_1. Для этого определим совокупность значений

$$a_1 - a_2 = a_{12} (\bmod d_{12}), a_1 - a_3 =$$
$$= a_{13} (\bmod d_{13}), ..., a_1 - a_n = a_{1n} (\bmod d_{1n}).$$

Если $a_{1i} = 0 (\bmod d_{1i})$, то проверяется второй остаток и т. д.

2. Для получения значений $a_{ij} (i \neq j)$ составляется матрица G

$$G = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{23} & \dots & a_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn-1} \end{vmatrix}.$$

При составлении матрицы G не обязательно указывать истинное числовое значение a_{ij}, достаточно представить его отличительный признак

$$a_{ij} = \begin{cases} 0, \text{если } a_i - a_j = 0 (\bmod d_{ij}), \\ 1, \text{если } a_i - a_j \neq 0 (\bmod d_{ij}). \end{cases}$$

Если определитель $|G|$ матрицы равен нулю, то число $A = (a_1, a_2, ..., a_n)$ – правильное, а если $|G| \neq 0$, то число A – неправильное.

Вышеприведенный алгоритм можно упростить.

Исходя из того, что $a_i - a_j \equiv [d_{ij} - (a_i - a_j)] \bmod d_{ij}$, определитель $|G|$ можно не находить. Достаточно определить диагональные элементы матрицы G и добавить одно значение a_{n+1}, т.е. $a_{12}, a_{23}, a_{34}, ..., a_{n-1n}, a_{n1}$.

Легко проверить, что при таких значениях a_{ij} возможно установить не только факт искажения кодового слова, но и определить номер искаженного остатка.

С целью определения необходимых и достаточных условий для исправления однократных ошибок с помощью линейных кодов сформулирована следующая теорема.

Теорема 2. Для исправления ошибки в остатке по произвольному основанию m_i числа $A=(a_1,a_2,...,a_n)$, заданного в МСС с основаниями $m_1,m_2,...,m_n$, необходимо, чтобы выполнялось условие:

$$(d_{ik}-1)(d_{ij}-1)\ge m_i-1-(K_{d_{ik}}+K_{d_{ij}}-K_{[d_{ik},d_{ij}]}),$$

где $d_{ik}=(m_i,m_k)$, $d_{ij}=(m_i,m_j)$;

$K_{d_{ik}}$ – количество делителей, кратных d_{ik};

K_{d_j} – количество делителей, кратных d_{ij};

$K_{[d_{ik},d_{ij}]}$ – количество делителей, кратных наименьшему общему кратному (НОК) $[d_{ik},d_{ij}]$ делителей d_{ik} и d_{ij}, $i\ne j$.

Доказательство. Вычислим значения a_{ij},a_{ik},a_{jk}. Если ошибка произошла по основанию m_i, то $a_{jk}=0$, а $a_{ij}\ne 0$ и $a_{ik}\ne 0$. Число различных комбинаций a_{ij},a_{ik} равно $(d_{ij}-1)\cdot(d_{ik}-1)$, где $(d_{ij}-1)$ – число возможных значений величины a_{ij} ($a_{ij}\ne 0$), $(d_{ik}-1)$ – число возможных значений a_{ik} ($a_{ik}\ne 0$), а число возможных значений ошибок по основанию m_i равно m_i-1 ($\Delta a_i\ne 0$), за вычетом числа необнаруженных ошибок. Число необнаруженных ошибок состоит из числа ошибок, кратных делителю $d_{ik}-K_{d_{ik}}$ и кратных делителю $d_{ik}-K_{d_{ij}}$. Таким образом, число возможных значений обнаруживаемых ошибок равно

$$m_i-1-(K_{d_{ik}}+K_{d_{ij}}-K_{[d_{ik},d_{ij}]}).$$

Для обеспечения соответствия возможным значениям ошибок по основанию m_i необходимо выполнение следующего неравенства

$$(d_{ij}-1)(d_{ik}-1)\ge m_i-1-(K_{d_{ik}}+K_{d_{ij}}-K_{[d_{ik},d_{ij}]}).$$

Что и требовалось доказать.

Необходимое условие теоремы 2 является достаточным, если ошибка $\Delta a_i=\tilde{a}_i-a_i$ не кратна одновременно делителям $d_{i-1\,i}$, d_{ii+1}, т.е. следующим двум делителям:

$$d_{\Delta a_i}^{(i-1)}=(d_{i-1\,i},\Delta a_i)=1,$$

$$d_{\Delta a_i}^{(i+1)}=(d_{ii+1},\Delta a_i)=1.$$

На основании теоремы 2 получим процедуру исправления ошибок по произвольному основанию m_i и составим алгоритм её реализующий:

1. Определяется номер искаженного остатка. Для этого вычисляется значения

$$a_1-a_2=a_{12}(\mathrm{mod}\,d_{12}),$$
$$a_2-a_3=a_{23}(\mathrm{mod}\,d_{23}),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$a_{n-1}-a_n=a_{n-1n}(\mathrm{mod}\,d_{n-1n}),$$
$$a_n-a_1=a_{n2}(\mathrm{mod}\,d_{n1}).$$

Если все остатки $a_{ij}=0(\mathrm{mod}\,d_{ij})$, то число A правильное, либо ошибка кратна каждому из делителей d_{i-1i}, d_{ii+1}, (предполагается однократная ошибка). Если ошибка произошла по основанию m_i, то $a_{ij}\ne 0$ и $a_{ik}\ne 0$, а все остальные значения $a_{kn}=0$. Таким образом, проверяемое число $\tilde{A}=(a_1,a_2,...,\tilde{a}_i,...,a_n)$ является неправильным.

2. По значениям a_{ij} и a_{ik} обращаемся в блок констант ошибок, где выбираем соответствующее значение Δa_i.

3. Производится коррекция числа $\tilde{A}$ в остатке a_i, и получается правильное число $A=\tilde{A}-\Delta A$, т.е. $A=(a_1,a_2,...,a_i,...,a_n)$.

Если в сокращенной МСС за счет исключения основания, по которому произошла ошибка, можно однозначно представить число А, то вместо определения по значениям a_{ij} и a_{ik} величины ошибки Δa_i, непосредственно вычислим значения правильного остатка a_i.

Рассмотрим эту процедуру исправления ошибок.

1. Вычисляется значение остатков $a_{12},a_{23},....,a_{n1}$.

2. Определяется номер искаженного остатка. Пусть ошибка произошла по m_i основанию. В этом случае это основание исключается, а число А представляется по основаниям $m_1,m_2,....,m_n$, т.е. $A=(a_1,a_2,...,a_{i-1},a_{i+1},...,a_n)$.

3. Производится свертка числа А в позиционный код.

4. Определяется истинное значение искаженного остатка $a_i=A-[A/m_i]m_i$, где $[x]$ – целая часть x, не превосходящая x. Тогда исправленное число $A_{исп}=(a_1,a_2,...,a_i,...,a_n)$.

Определим условия, при которых возможно исключение из МСС некоторых оснований. Для этого представим основания исходной МСС в каноническом виде

$$m_1=\beta_{11}^{a_{11}}\beta_{12}^{a_{12}}...\beta_{1l_1}^{a_{1l_1}},$$

$$m_2=\beta_{21}^{a_{21}}\beta_{22}^{a_{22}}...\beta_{2l_2}^{a_{2l_2}},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$m_n=\beta_{n1}^{a_{n1}}\beta_{n2}^{a_{n2}}...\beta_{nl_n}^{a_{nl_n}}.$$

Для однозначного определения числа А, заданного в МСС с основаниями $m_1,m_2,....,m_n$, и лежащего в диапазоне $[0,M)$ можно исключить только те основания, для которых $\beta_m = \beta_{il_i} (m = \overline{1,k}, i = \overline{1,n})$. При этом необходимо, чтобы $a_m \geq a_{il_i}$.

Таким образом, определены необходимые и достаточные условия коррекции ошибок методом исключения искаженного основания. Этими условиями является одновременное выполнение следующих равенства и неравенства

$$\beta_m = \beta_{il_i}, a_m \geq a_{il_i}. \quad (1)$$

Пусть задана МСС основаниями $m_1 = 4, m_2 = 6, m_3 = 12, m_4 = 18$. При этом $M = [4,6,12,18] = 36$. В соответствии с условием возможности исправления ошибок (1) определим те основания МСС, которые можно исключить. Представим основания МСС в каноническом виде: $m_1 = 2^2$, $m_2 = 2 \cdot 3, m_3 = 2^2 \cdot 3, m_4 = 2 \cdot 3^2$ и $M = 2^2 \cdot 3^2$. Очевидно, что искомые основания – m_1, m_2, m_3. Произведем проверку, для чего составим частные значения НОК: $M_1 = [6,12,18] = 36, M_2 = [4,12,18] = 36$, $M_3 = [4,6,18] = 36, M_4 = [4,6,12] = 36$. Частное значение НОК $M_4 < 36$, что подтверждает правильность определения исключаемых оснований из заданной МСС.

Пусть, теперь, при вычислении значений $(a_k - a_{k+1}) \bmod d_{kk+1}$ определено, что $a_{i-1,\ i} \neq 0$, $a_{i,\ i+1} \neq 0$, а все остальные значения равны $a_{k,\ k+1} = (a_k - a_{k+1}) \bmod d_{k\ ,\ k+1} = 0$.

Тогда утверждается, что число A неправильное, а ошибка присутствует в остатке по основанию m_i, т.е. $\tilde{A} = (a_1, a_2, ..., \tilde{a}_i, ..., a_n)$.

Обращаясь по значениям $a_{i-1,i}$ и $a_{i,i+1}$ в блок констант ошибок, определим значение ошибки Δa_i и далее определим истинное значение остатка $a_{i\ \text{исп}} = \tilde{a}_i - \Delta a_i$.

Исправленное число представится в виде $A_{\text{исп}} = (a_1, a_2, ..., a_{i\ \text{исп}}, ..., a_n)$.

Чтобы исправить ошибку с помощью разработанного метода, необходимо, чтобы ошибка Δa_i была одновременно не кратна двум делителям $d_{i-1\ i}$ и d_{ii+1}, что ограничивает класс корректируемых ошибок.

Таким образом, возникает необходимость в разработке эффективных процедур и алгоритмов, позволяющих расширить класс возможных корректируемых ошибок.

Такая процедура исправления однократных ошибок, позволяющая исправлять ошибки, кратные одному из делителей $d_{i-1\ i}$ или d_{ii+1}, состоит в следующем.

Пусть задана МСС с взаимно не простыми основаниями, т.е. НОД $(m_1, m_2, ..., m_n) \geq 2$. И пусть задано число в МСС $A = (a_1, a_2, ..., a_n)$.

Определим все значения $a_{k\ k+1}$, т.е. $a_{12}, a_{23}, a_{34}, ..., a_{n-1\ n}, a_{n\ 1}$.

Не нарушая общности рассуждений, будем считать, что $a_{i\ i+1} \neq 0$, а все остальные значения $a_{k\ k+1} = 0$.

Так как $a_{i\ i+1} = (a_i - a_{i+1}) \bmod d_{i\ i+1} \neq 0$, то ошибка может присутствовать только в остатках по основаниям m_i или m_{i+1}.

В связи с этим возможны две гипотезы:

– ошибка присутствует в остатке a_i;

– ошибка присутствует в остатке a_{i+1}.

Прежде чем рассмотреть процесс коррекции ошибок с помощью предлагаемой процедуры, сформулируем и докажем теорему, результат доказательства которой используем при определении процесса сходимости чисел вида $A^{(k_i)} = (a_1, ..., a_{i-1}, a_{ik_i}, a_{i+1}, ..., a_n)$ к правильному числу $A^{(\rho)} = (a_1, ..., a_{i-1}, a_{i\rho}, a_{i+1}, ..., a_n)$.

Предварительно рассмотрим лемму 2. Сумма, разность и произведение любых кодовых слов L-кода являются кодовыми словами.

Теорема 3. Пусть в упорядоченной $(m_{i-1} < m_i; i = \overline{1,n})$ МСС с основаниями $m_1, ..., m_n$ задано неправильное (искаженное в одном остатке) число $\tilde{A} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, \tilde{a}_i, a_{i+1}, ..., a_n)$ и пусть $\Delta a_i = \tilde{a}_i - a_i = k_i d_{i-1i}$. Тогда в совокупности значений $a_{ik_i} = (\tilde{a}_i - k_i d_{i-1i}) \bmod m_i$ существует такое единственное значение $a_{i\rho}$, при котором число $A^{(\rho)} = (a_1, a_2, a_{i\rho}, ..., a_n)$ является правильным числом, где $d_{i-1\ i}(m_{i-1}, m_i)$ наибольший общий делитель оснований m_i и m_{i-1}, а k_i может принимать значения $k_i = 1, 2, ..., m_i / d_{i-1\ i} - 1$.

Доказательство. Покажем, что существует такое значение $a_{i\rho_1}$, при котором число $A = (a_1, a_2, ..., a_{i\rho}, ..., a_n)$ является правильным. По условию теоремы ошибка Δa_i кратна делителю $d_{i-1\ i}$.

Выражение $k_i d_{i-1\ i}$ содержит все возможные числа кратные $d_{i-1\ i}$.

Таким образом, найдется хотя бы одно значение $k_i = \rho_1$, при котором $\Delta a_{i\rho_1} = \rho_1 d_{i-1\ i}$, а $a_{1\rho_1} = \tilde{a}_i - \Delta a_{i\rho_1}$.

Покажем, что $A^{(\rho_1)}$ единственное правильное число из совокупности чисел вида $A^{(k_i)}$.

Предположим, что существует такое значение $a_{1\rho_2} = \tilde{a}_i - \rho_2 d_{i-1i}$, при котором число $A^{(\rho_2)}$ также является правильным.

Тогда в соответствии с леммой 2 число $A^{(\rho_1)} - A^{(\rho_2)} = (0,...,a_{i\rho_1} - a_{i\rho_2},...,0)$ является правильным.

Если число $A^{(\rho_1)} - A^{(\rho_2)}$ правильное, то в соответствии с леммой 1 имеем

$$(\rho_2 - \rho_1)d_{i-1i} \equiv 0(\operatorname{mod} d_{1-i}),$$
$$(\rho_2 - \rho_1)d_{i-1i} \equiv 0(\operatorname{mod} d_{2-i}),$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$(\rho_2 - \rho_1)d_{i-1i} \equiv 0(\operatorname{mod} d_{n-i}).$$

Если $i \neq n$, то единственно правильным числом $A^{(\rho_1)} - A^{(\rho_2)}$ будет нулевое кодовое слово. Это обусловлено тем, что $d_{i-1\ i} \neq 0$ и $d_{i-1\ i}$ не равно НОК делителей $d_{1i}, d_{2i},...,d_{ni}$.

Причем неравенство $d_{i-1i} \neq [d_{1i}, d_{2i},...,d_{ni}]$ противоречит условию произвольного выбора оснований $m_1, m_2,....,m_n$.

Следовательно выполняется равенство

$$A^{(\rho_1)} - A^{(\rho_2)} = (0,0,...,0,...,0).$$

Таким образом, $\rho_1 = \rho_2$, что подтверждает единственность существования ρ_1, при котором $A^{(\rho_1)} = (a_1, a_2,...,a_{i\rho_1},...,a_n)$ является правильным. Что и требовалось доказать.

Разработаем процедуру исправления ошибок, основывающую на результате доказанной теоремы 3.

Рассмотрим первую гипотезу.

Так как $a_{i-1\ i} = 0$, то ошибка кратна делителю $d_{i-1\ i}$. Поэтому ошибка по основанию может принимать значения $\Delta a_i = k d_{i-1i}$, для $k_i = 1,2,...,m_i / d_{i-1i} - 1$.

Вычислим совокупность значений $a_{ik_i} = (a_i - k_i d_{i-1i}) \operatorname{mod} m_i$.

Если в этой совокупности найдется такое значение a_{im}, при котором

$$A^{(m)} = (a_1, a_2,...,a_{im},...,a_n)$$

правильное число, то первая гипотеза справедлива, т.е. ошибка присутствует в остатке по основанию m_i.

В этом случае исправленным числом является $A_{исп} = A^{(m)}$, где $a_{im} = (a_i - m d_{i-1i}) \operatorname{mod} m_i$.

Если при всех значения a_{ik_i} число $A^{(k_i)}$ неправильное, то значение a_i истинно, а ошибка произошла в остатке по основанию m_{i+1}.

Так как $d_{i+1\ i+2} = 0$, то ошибка по основанию m_{i+1} кратна делителю $d_{i+1\ i+2}$ т.е. $\Delta a_{i+1} = k_{i+1} d_{i+1\ i+2}$, где $k_{i+1} = 1,2,...,m_{i+1} / d_{i+1\ i+2} - 1$.

Определим совокупность значений $a_{i+1k_{i+1}} = (a_{i+1} - k_{i+1} d_{i+1\ i+2}) \operatorname{mod} m_{i+1}$. Согласно теоремы 3 в этой совокупности обязательно найдется такое единственное число a_{i+1N}, при котором $A^{(N)} = (a_1, a_2,...,a_{i+1\ N},...,a_n)$ правильное число.

Отметим, что очередность проверки гипотез произвольная и не влияет на вероятность коррекции ошибок.

Однако с целью сокращения времени определения номера искаженного остатка, в первую очередь необходимо проверить гипотезу, для которой значение $m_k / d_{k-1\ k} (k = i, i+1)$ будет наименьшим.

Рассмотрим пример реализации разработанной процедуры исправления ошибок с помощью линейных кодов.

Пусть задана МСС основаниями $m_1 = 4, m_2 = 6, m_3 = 12, m_4 = 18$. При этом $M = 36$, $d_{12} = 2$, $d_{23} = 6$, $d_{34} = 6$, $d_{41} = 2$. Объем кодовых слов представлен в табл. 1.

Необходимо определить правильность числа $A = (3,5,7,7)$ и в случае искажения его исправить. Для этого выполняется следующий алгоритм.

1. Определяется значения

$$a_{12} = 0,\ \ a_{23} = 2,\ \ a_{34} = 0,\ \ a_{41} = 0.$$

Так как $a_{23} \neq 0$, то число A неправильное, и ошибка произошла во втором либо в третьем остатках.

2. Так как $m_2 / d_{12} > m_3 / d_{34}$, то первая гипотеза состоит в том, что ошибка предполагается в остатке по основанию m_3.

3. Вычисляются значения $a_{3k_3} = a_3 - k_3 d_{23}$ для $k_3 = 1$.

Получаем

$$a_{3k3} = a_3 - k_3 d_{23} = 7 - 1 \cdot 6 = 1.$$

При этом полученное число $A^{(1)} = (3,5,1,7)$ не являются кодовым словом (табл. 1), т. е. первая гипотеза ошибочна. Ошибка произошла в остатке по основанию m_2.

4. Исправим число $\tilde{A}$. Для этого по значениям $k_3 = 1,2$ определим искомое значение

$$a_{2k_2} = a_2 - k_2 d_{21}, k_2 = 1,$$

$$a_{2k_2} = a_2 - k_2 d_{21} = 5 - 1 \cdot 2 = 3\ \ k_2 = 3,$$

$$a_{2k_2} = a_2 - k_2 d_{21} = 5 - 2 \cdot 2 = 2.$$

Таким образом, получим два кодовых слова:

$$A^{(1)} = (3,3,7,7);$$

$$A^{(2)} = (3,1,7,7).$$

Таблица 1

Таблица кодовых слов

Число А (десятичный код)	Число А (МСС)			
	m_1	m_2	m_3	m_4
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	0	4	4	4
5	1	5	5	5
6	2	0	6	6
7	3	1	7	7
8	0	2	8	8
9	1	3	9	9
10	2	4	10	10
11	3	5	11	11
12	0	0	0	12
13	1	1	1	13
14	2	2	2	14
15	3	3	3	15
16	0	4	4	16
17	1	5	5	17
18	2	0	6	0
19	3	1	7	1
20	0	2	8	2
21	1	3	9	3
22	2	4	10	4
23	3	5	11	5
24	0	0	0	6
25	1	1	1	7
26	2	2	2	8
27	3	3	3	9
28	0	4	4	10
29	1	5	5	11
30	2	0	6	12
31	3	1	7	13
32	0	2	8	14
33	1	3	9	15
34	2	4	10	16
35	3	5	11	17

Из табл. 1 видно, что единственно правильным кодовым словом является значение $A^{(2)}$, т.е. $A_{исп} = A^{(2)} = (3,1,7,7)$.

Выводы

1. Предложенный метод позволяет расширить класс исправляемых ошибок информации в МСС.
2. Рассмотренные метод и алгоритмы позволяют относительно просто реализовать процедуру обнаружения и исправления однократных ошибок информации в МСС с взаимно попарно не простыми основаниями.
3. Применение прикладной информационной технологии использующей нетрадиционные методы представления, обработки и хранения информации в МСС может позволить разрабатывать СОИУ реального времени обладающие высокой надёжностью и достоверностью обработки информации.

Список литературы

1. *Барсов В.И. Методы многоверсионной обработки информации в модулярной арифметике: моногр. / [В.И. Барсов, В.А. Краснобаев, А.А. Сиора, И.В. Авдеев]. – Х.: МОН, УИПА, 2008. – 460 с.*
2. *Барсов В.И. Методология параллельной обработки информации в модулярной системе счисления: моногр. / В.И. Барсов, Л.С. Сорока, В.А. Краснобаев – Х.: МОН, УИПА, 2009. – 288 с.*
3. *Барсов В.И. Исследование влияния основных свойств модулярной системы счисления на процесс функционирования высокоскоростных систем обработки информации и управления АСУ ТП энергоблоков // Энергетика та електрифікація: наук.-виробн. ж. – К., 2011. – № 1. – С. 57-63.*
4. *Барсов В.И. Модель информационной технологии на основе использования модулярной системы счисления / В.И. Барсов, Е.А. Сотник, С.А. Мороз // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Х.: УДАЗТ, 2011. – Вип. № 6. – С. 3-9.*

Поступила в редколлегию 3.06.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.А. Краснобаев, Полтавский национальный технический университет им. Юрия Кондратюка, Полтава.

ВИКОРИСТАННЯ НЕПОЗИЦІЙНИХ КОДОВИХ СТРУКТУР ДЛЯ ВИЯВЛЕННЯ І ВИПРАВЛЕННЯ ПОМИЛОК ІНФОРМАЦІЇ В СИСТЕМАХ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ І УПРАВЛІННЯ

В.І. Барсов

Розглядається метод і алгоритми реалізації процедури виявлення і виправлення одноразових помилок інформації в модулярній системі числення з взаємно попарно непростими основами.

Ключові слова: *інформаційна технологія, система обробки інформації і управління, модулярна система числення, взаємно попарно непрості основи.*

USE OF UNPOSITION CODE STRUCTURES FOR EXPOSURE AND CORRECTIONS OF INFORMATION ERRORS IN SYSTEMS OF INFORMATION AND MANAGEMENT TREATMENT

V.I. Barsov

A method and algorithms of realization of procedure of exposure and correction of single errors of information is examined in the modular scale of notation with mutually in pairs by not simple bases.

Keywords: *information technology, system of treatment of information and management, modular scale of notation, mutually in pairs not simple bases.*