

УДК 519.816.8:69

О.А. Криводубский<sup>1</sup>, О.А. Шевчук<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Донецкий институт жилищно-коммунального хозяйства, Донецк

<sup>2</sup>Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, Макеевка

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛАНИРОВАНИЯ СТРОИТЕЛЬНО-МОНТАЖНЫХ РАБОТ

*В данной работе разработана математическая модель планирования строительно-монтажных работ с декомпозицией на год, квартал, месяц. Статическая модель планирования позволит прогнозировать показатели работы строительно-монтажной организации.*

**Ключевые слова:** математическая модель, планирование, строительно-монтажные работы.

### Введение

**Постановка проблемы.** Принятие решений, направленных на повышение экономической эффективности выполнения строительно-монтажных работ (СМР).

**Анализ литературных источников.** Модели и методы принятия решений при определенности, риске и нечеткости, методы коллективного и индивидуального принятия решений, многокритериаль-

ной и нечеткой оптимизации рассмотрены в работе [1]. Однако изложенные модели и методы системного анализа не учитывают конкретных особенностей проведения строительно-монтажных работ.

Экономико-математические модели расчета рентабельности работ строительных предприятий в условиях рынка, обеспечивающие рациональное безрисковое функционирование таких предприятий в условиях рынка, приведены в работе [2].

Процессы планирования и контроля, планово-контрольные расчеты и системы планирования и контроля рассматриваются в [3]. В этой работе, ориентированной на долгосрочное видение диалогового управления, предусматривается комплексный учет современных разработок и нормативных требований к ведению строительных работ, предусматривающих требования современного рынка и повышения оборачиваемости средств, вкладываемых в производство.

**Постановка задачи.** Разработать математическую модель планирования строительного-монтажных работ, позволяющую осуществлять комплексную оценку загрузки подразделений, использования техники и расхода материалов.

### Изложение основного материала

Для достижения поставленной цели необходимо: провести анализ характеристик строительной организации как объекта управления, классифицировать и формализовать переменные, осуществить постановку задачи моделирования, формально представить систему уравнений модели.

Анализ характеристик строительного-монтажной организации (СМО) [4] позволяет сделать вывод о том, что количество заключаемых договоров и их объемы носят случайный характер, а отдельные виды СМР – сезонный характер.

Загруженность производственных подразделений и групп техники зависит от вида выполняемых работ, которые, в свою очередь, как составные части этапов строительства, зависят от объекта строительства (реконструкции). Портфель заказов СМО зависит от количества заключаемых договоров, размера договорной цены, сроков действия договоров, сумм и условий оплат по договору. В свою очередь суммы оплат по договору соответствуют объему этапов и видов выполняемых работ. Приведенные показатели строительного процесса взаимозависимы, т.е. организация и реализация строительных работ нелинейна по характеру взаимосвязей показателей.

В данной работе рассматривается задача планирования и, соответственно, формализация показателей осуществляется согласно методу статистического моделирования.

Планирование работ, выполняемых СМО, осуществляется на двух уровнях. На верхнем уровне необходимо формально представить график выполнения этапов строительства, исходными данными для которого являются условия портфеля заказов. На нижнем уровне формально представлены особенности выполнения работ по каждому этапу строительства.

Так как объемы СМР объектов, составляющих портфель заказов СМО, предусматривает длительные сроки выполнения и завершения работ по объектам, рассмотрены задачи планирования выполнения работ на год, квартал, месяц. В соответствии с

методикой системного анализа и характеристик СМО как объекта управления, осуществлена классификация переменных. Выделено множество входных переменных  $X_{PL}^1$  и множество выходных переменных  $Y_{PL}^1$ .

При планировании работ на год входными переменными являются условия договоров входящих в портфель заказов предприятия.

Любой договор  $d_m$  можно записать совокупностью его показателей:

$$d_m = (d_{1m}, d_{2m}, d_{3m}, d_{4m}, d_{5m}, d_{6m}), \quad (1)$$

где  $m$  – номер договора,  $m = \overline{1, M}$ ;  $d_{1m}$  – объект строительства;  $d_{2m}$  – размер договорной цены;  $d_{3m}$  – дата заключения договора;  $d_{4m}$  – сумма оплаты;  $d_{5m}$  – условия оплаты;  $d_{6m}$  – дата сдачи объекта в эксплуатацию. То есть,

$$XPL_{год}^1 = \bigcup_{m=1}^M d_m. \quad (2)$$

Так как существуют специализации видов работ в зависимости от типа строящихся сооружений, объекты договоров разбиты на классы.

В качестве выходных переменных принята совокупность показателей, определяющих график выполнения работ по объектам и этапам с оценкой доходной, расходной части этих работ

$$YPL_{год}^1 = \{Y_1, Y_2, Y_3, D_{op}^{год}, RhP^{год}\}, \quad (3)$$

где  $Y_1$  – совокупность объектов строительства, соответствующая портфелю заказов и срокам выполнения,  $Y_1 = (d_{11}, d_{12}, \dots, d_{1m}, \dots, d_{1M})$ ;  $Y_2$  – совокупность  $j$ -х этапов объектов  $k$ -х классов;  $Y_2 = (E^{11}, \dots, E^{16}, E^{21}, \dots, E^{26}, \dots, E^{kj}, \dots, E^{K6})$ ,  $j = \overline{1, 6}$ ;  $k = \overline{1, K}$ ;  $K$  – количество классов объектов,  $\bigcap_{k=1}^K \bigcap_{j=1}^6 E^{kj} \neq \{0\}$ ;  $Y_3$  – совокупность интервалов времени выполнения  $j$ -х этапов объектов  $k$ -х классов,  $Y_3 = (T^{11}, \dots, T^{16}, T^{21}, \dots, T^{26}, \dots, T^{kj}, \dots, T^{K6})$ ;  $\bigcap_{j=1}^6 T^{kj} \neq \{0\}$ ;

$D_{op}^{год}$  – доходная часть предприятия, планируемая на год;  $RhP^{год}$  – расходная часть предприятия, планируемая на год.

Для квартальной задачи планирования составляющими множества входных переменных являются  $j$ -тые этапы строительства объектов  $k$ -тых классов и сроки их выполнения

$$XPL_{кв}^n = \{Y_2, Y_3\}. \quad (4)$$

Выходными переменными этой задачи является совокупность показателей, определяющих график выполнения работ по объектам и этапам участков строительства с оценкой доходной, расходной части этих работ

$$YPL_{\text{кв}}^n = \{Y_4, Y_5, Y_6, D_{\text{оп}}^{\text{кв},n}, \text{RhP}^{\text{кв},n}\}, n = \overline{1,4}, \quad (5)$$

где  $Y_4$  – совокупность  $j$ -х этапов  $m$ -х объектов строительства,  $Y_4 = (E_1^1, E_1^2, \dots, E_1^6, E_2^1, E_2^2, \dots, E_2^6, \dots, E_m^1, \dots, E_m^6)$ ,

$j = \overline{1,6}$ ,  $m = \overline{1,M}$ ,  $\prod_{j=1}^6 E_m^j \neq \{0\}$ ;  $Y_5$  – совокупность

интервалов выполнения  $j$ -тых этапов  $m$ -тых объектов строительства,  $Y_5 = (T_1^1, T_1^2, \dots, T_1^6, T_2^1, T_2^2, \dots, T_2^6, \dots, T_m^1, \dots, T_m^6)$ ;

$\prod_{j=1}^6 T_m^j \neq \{0\}$ ;  $Y_6$  – совокупность участков строи-

тельства,  $Y_6 = (U^1, \dots, U^1, \dots, U^L)$ ;  $\prod_{l=1}^L U^l \neq \{0\}$ ;  $D_{\text{оп}}^{\text{кв},n}$ ;

$\text{RhP}^{\text{кв},n}$  – доходная и расходная части, получаемые за выполнение этапов по объектам строительства в течение квартала  $n$ . При этом квартальные программы подчиняются годовому плану

$$YPL_{\text{год}}^1 = \bigcup_{n=1}^4 YPL_{\text{кв}}^n. \quad (6)$$

Выходные переменные задачи планирования на квартал являются входными переменными задачи планирования на месяц. Таким образом,

$$XPL_{\text{мес}}^p = \{Y_4, Y_5, Y_6\}, p = \overline{1,12}. \quad (7)$$

Выходные переменные задачи планирования на месяц представляют собой совокупность показателей, определяющих график выполнения работ на участках с оценкой доходной, расходной части этих работ

$$YPL_{\text{мес}}^p = \{Y_7, Y_8, Y_9, Y_{10}, D_{\text{оп}}^{\text{мес},p}, \text{RhP}^{\text{мес},p}\}, \quad (8)$$

где  $Y_7$  – совокупность  $i$ -х видов работ  $j$ -го этапа на участке  $U^l$ ,  $Y_7 = \{R_i(j, l) : i = \overline{1,17}, j = \overline{1,6}, l = \overline{1,L}\}$ ;  $Y_8$

– продолжительности соответствующих видов работ,  $Y_8 = \{T(R_i(j, l)) : i = \overline{1,17}, j = \overline{1,6}, l = \overline{1,L}\}$ ;  $Y_9$  – совокупность техники, необходимой для выполнения работ

$R_i(j, l)$ ,  $Y_9 = \{\text{ZagrT}(R_i(j, l)) : i = \overline{1,17}, j = \overline{1,6}, l = \overline{1,L}\}$ ;

$\prod_{i=1}^{17} \text{ZagrT}(R_i(j, l)) \neq \{0\}$ ;  $Y_{10}$  – строительные материалы,

необходимые для выполнения работ  $R_i(j, l)$ ,  $Y_{10} = \{\text{SM}(R_i(j, l)) : i = \overline{1,17}, j = \overline{1,6}, l = \overline{1,L}\}$ ,  $\prod_{i=1}^{17} \text{SM}(R_i(j, l)) \neq \{0\}$ ;

$D_{\text{оп}}^{\text{мес},p}$  – доходная часть участков, планируемая на месяц  $p$ ;  $\text{RhP}^{\text{мес},p}$  – расходная часть участков, планируемая на месяц  $p$ .

Решения задачи планирования на месяц подчиняется плану на квартал, а именно:

$$YPL_{\text{кв}}^n = \bigcup_{p=1}^3 YPL_{\text{мес}}^p. \quad (9)$$

В соответствии с приведенным формальным представлением рассматривается 3 вида подмоделей: планирование на год, квартал, месяц.

Сначала запишем уравнения, характеризующие работу  $l$ -го участка ( $l = \overline{1,L}$ ).

Комплексная оценка объема выполняемых работ описывается следующими полиномами

$$y_1^l = \alpha_0^l + \alpha_1^l \cdot \frac{x_1^l}{x_2^l}, \quad (10)$$

где  $x_1^l$  – объем СМР (в натуральном выражении) для выполнения  $l$ -м участком,  $x_2^l$  – норма выработки  $l$ -го участка СМО (в натуральном выражении),  $\alpha_0^l, \alpha_1^l$  – параметры модели.

Прогноз использования техники вида  $s$   $l$ -м участком описывается полиномами вида

$$y_2^{sl} = \beta_0^{sl} + \beta_1^{sl} \cdot \frac{x_1^l}{x_2^s}, \quad (11)$$

где  $x_2^s$  – норма выработки техники вида  $s$  для заданного объема СМР (в натуральном выражении),  $\beta_0^{sl}, \beta_1^{sl}$  – параметры модели.

Расходование строительных материалов вида  $g$   $l$ -м участком описывается уравнениями вида

$$y_3^{gl} = \gamma_0^{gl} + \gamma_1^{gl} \cdot \frac{x_3^{g*}}{x_3^g}, \quad (12)$$

где  $x_3^g$  – объем строительных материалов вида  $g$  в натуральном выражении;  $x_3^{g*}$  – объем строительных материалов вида  $g$ , расходуемых при выполнении СМР объема  $x_1^l$ ;  $\gamma_0^{gl}, \gamma_1^{gl}$  – параметры модели.

Прогноз доходов по участку  $l$  осуществляем на основании уравнений:

$$y_4^l = \phi_0^l + \phi_1^l \cdot y_1^l, \quad (13)$$

где  $y_4^l$  – объем СМР (в денежном выражении),  $\phi_0^l, \phi_1^l$  – параметры модели.

*Подмодель планирования на месяц.*

Прогноз объема выполняемых работ описывается следующими полиномами

$$y_1^{\text{мес},p} = \alpha_0^{\text{мес},p} + \sum_{l=1}^L \alpha_1^{\text{мес},p} \cdot y_1^l, \quad (14)$$

где  $\alpha_0^{\text{мес},p}, \alpha_1^{\text{мес},p}$  – параметры модели.

Прогноз использования техники вида  $s$  СМО в течение месяца описывается полиномами вида

$$y_2^{s,\text{мес},p} = \beta_0^{\text{мес},p} + \beta_1^{\text{мес},p} \cdot \frac{y_1^{\text{мес},p}}{x_2^s}, \quad (15)$$

где  $\beta_0^{\text{мес},p}, \beta_1^{\text{мес},p}$  – параметры модели.

За месяц расход строительных материалов вида  $g$  составит сумму по всем участкам строительства, а именно:

$$y_3^{g,\text{мес},p} = \gamma_0^{\text{мес},p} + \sum_{l=1}^L \gamma_1^{\text{мес},p} \cdot y_3^{gl}, \quad (16)$$

где  $\gamma_0^{\text{мес},p}, \gamma_1^{\text{мес},p}$  – параметры модели.

Прогноз доходов за месяц получаем как суммарные доходы по всем участкам предприятия за указанный период

$$D_{op}^{мес,р} = \varphi_0^{мес,р} + \sum_{l=1}^l \varphi_l^{мес,р} \cdot y_4^l, \quad (17)$$

где  $\varphi_0^{мес,р}, \varphi_l^{мес,р}$  – параметры модели.

Расходы по участкам за месяц могут быть описаны регрессионным полиномом вида

$$RhP^{мес,р} = \psi_0^p + \sum_{l=1}^l \left( \sum_{s=3}^{12} \psi_{sl}^p x_s^l + \sum_{s=3}^{12} \sum_{j=3}^{12} \psi_{sjl}^p x_s^l x_j^l \right), \quad (18)$$

где  $x_3^1$  – зарплата основным рабочим;  $x_4^1$  – стоимость материальных ресурсов;  $x_5^1$  – стоимость эксплуатации строительных машин и механизмов;  $x_6^1$  – погашение авансового платежа пропорционально объемам запланированных работ;  $x_7^1$  – затраты на возведение и разборку (приспособление) титульных временных зданий и сооружений;  $x_8^1$  – средства на дополнительные затраты при выполнении СМР в зимний/летний периоды ( $>27^\circ\text{C}$  летом и  $<-27^\circ\text{C}$  зимой);  $x_9^1$  – административные затраты;  $x_{10}^1$  – средства на покрытие риска;  $x_{11}^1$  – средства на покрытие дополнительных затрат, связанных с инфляцией;  $x_{12}^1$  – налоги, сборы, платежи, установленные законодательством;  $\psi_0^p, \psi_{sl}^p, \psi_{sjl}^p$  – параметры модели.

Уравнения, характеризующие динамику денежных средств, загрузку подразделений, использование техники и расхода материалов в течение месяца, позволяют перейти к подмодели планирования на квартал.

*Подмодель планирования на квартал.*

Прогноз объема выполняемых работ описывается следующими полиномами

$$y_1^{кв,п} = \alpha_0^{кв,п} + \sum_{p=1}^3 \alpha_p^{кв,п} \cdot y_1^{мес,р}, \quad (19)$$

где  $\alpha_0^{кв,п}, \alpha_p^{кв,п}$  – параметры модели.

Прогноз использования техники вида s СМО в течение квартала описывается полиномами вида

$$y_2^{s,кв,п} = \beta_0^{кв,п} + \beta_1^{кв,п} \cdot \frac{y_1^{кв,п}}{x_2^s}, \quad (20)$$

где  $\beta_0^{кв,п}, \beta_1^{кв,п}$  – параметры модели.

За квартал расход строительных материалов вида g составит сумму по всем месяцам квартала, а именно:

$$y_3^{g,кв,п} = \gamma_0^{кв,п} + \sum_{p=1}^3 \gamma_p^{кв,п} \cdot y_3^{мес,р}, \quad (21)$$

где  $\gamma_0^{кв,п}, \gamma_p^{кв,п}$  – параметры модели.

Доходы за каждый n-й квартал  $D_{op}^{кв,п}$  может быть описана полиномом вида:

$$D_{op}^{кв,п} = \varphi_0^{кв,п} + \sum_{p=1}^3 \varphi_p^{кв,п} \cdot D_{op}^{мес,р}, \quad (22)$$

где  $\varphi_0^{кв,п}; \varphi_p^{кв,п}$  – параметры модели.

Расходы за каждый n-ый квартал  $RhP^{кв,п}$  может быть рассчитана следующим образом:

$$RhP^{кв,п} = \psi_0^{кв,п} + \sum_{p=1}^3 \psi_p^{кв,п} \cdot RhP^{мес,р}, \quad (23)$$

где  $\psi_0^{кв,п}; \psi_p^{кв,п}$  – параметры модели.

При этом имеет место следующее ограничение

$$\sum_{p=1}^3 RhP^{мес,р} \leq RhP^{кв,п}. \quad (24)$$

Расходы предприятия за квартал не должны превосходить доходов предприятия за соответствующий период. При этом в условиях договора закладывается валовая прибыль равная 30% от доходов. То есть,

$$D_{op}^{кв,п} - RhP^{кв,п} = 1.3 \cdot D_{op}^{кв,п}, n = \overline{1,4}. \quad (25)$$

Рассмотренная подмодель планирования на квартал позволяет перейти к подмодели планирования на год.

*Подмодель планирования на год.*

Комплексная оценка объема выполняемых работ описывается следующими полиномами

$$y_1^{год} = \alpha_0 + \sum_{n=1}^4 \alpha_n \cdot y_1^{кв,п}, \quad (26)$$

где  $\alpha_0, \alpha_n$  – параметры модели.

Прогноз использования техники вида s СМО в течение года описывается полиномами вида

$$y_2^{s,год} = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{y_1^{год}}{x_2^s}, \quad (27)$$

где  $\beta_0, \beta_1$  – параметры модели.

Расход строительных материалов вида g представлен уравнением:

$$y_3^{g,год} = \gamma_0 + \sum_{n=1}^4 \gamma_n \cdot y_3^{кв,п}, \quad (28)$$

где  $\gamma_0; \gamma_n$  – параметры модели.

Доходы предприятия за год  $D_{op}^{год}$  зависит от этапов, выполняемых на объектах строительства, и интервалов их выполнения [5]. При этом описываются полиномом вида:

$$D_{op}^{год} = \varphi_0 + \sum_{n=1}^4 \varphi_n \cdot D_{op}^{кв,п}, \quad (29)$$

где  $\varphi_0, \varphi_n$  – параметры модели.

Расходы СМО за год рассчитываются на основании уравнения:

$$Rh^{год} = \psi_0 + \sum_{n=1}^4 \psi_n \cdot Rh^{кв,п}, \quad (30)$$

где  $\psi_0, \psi_n$  – параметры модели.

При этом имеет место следующее ограничение

$$D_{ор}^{год} > Rh_{ор}^{год} . \quad (31)$$

На основании прогноза показателей СМО принимается решение об изменении договорной цены и сроках выполнения СМР, с учетом ограничений на производственные мощности, для формирования портфеля заказов и повышения эффективности СМР.

### Выводы и перспективы

Научная новизна данной работы заключается в разработке статической модели планирования, позволяющей прогнозировать показатели работы строительной организации. Практическая значимость состоит в том, что разработанная структура статической модели позволяет повысить эффективность строительно-монтажных работ.

### Список литературы

1. Рыков А.С. Модели методы системного анализа: принятие решений и оптимизация / А.С. Рыков. – М.: МИССИС, 2005.– 352 с.

2. Особенности разработки экономико-математических моделей рентабельности строительных предприятий (на примере специализированных монтажных организаций) / В.И. Торкатюк, Ф.Т. Шумаков, Н.В. Кадничанский, Осама Радван, Д.И. Васильев, и др. // Коммунальное хозяйство городов: науч.-техн. сб. – К., 2005. – Вып. 62. – С. 56-68.

3. Хан Д. ПИК: Планирование и контроль: концепция контроллинга / Д. Хан. – М.: Финансы и статистика, 1997. – 400 с.

4. Криводубский О.А. Логико-формальные модели планирования строительно-монтажных работ на верхнем уровне системы управления / О.А. Криводубский, О.А. Шевчук // Системы управління, навігації та зв'язку. – 2010. – Вып. 4 (16). – С. 124-127.

5. Криводубский О.А. Логико-формальные модели планирования финансовой деятельности строительно-монтажной организации / О.А. Криводубский, О.А. Шевчук // Системы обработки інформації. – Х.: ХУПС, 2011. – Вып. 4 (94). – С. 240-244.

Поступила в редколлегию 17.08.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Левин, Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, Макеевка.

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПЛАНУВАННЯ БУДІВЕЛЬНО-МОНТАЖНИХ РОБІТ

О.О. Криводубський, О.О. Шевчук

У даній роботі розроблено математичну модель планування будівельно-монтажних робіт з декомпозицією на рік, квартал, місяць. Статична модель планування дасть можливість прогнозувати показники роботи будівельно-монтажної організації.

**Ключові слова:** математична модель, планування, будівельно-монтажні роботи.

### MATHEMATICAL MODELS OF PLANNING BUILDING AND CONSTRUCTION WORKS

O.A. Kryvodubskiy, O.A. Shevchuk

In this work a mathematical model of planning Building and construction works with decomposition by year, quarter, month. The static model of planning will allow forecasting performance indicators of the installation company.

**Keywords:** mathematical model, planning, Building and construction works.