

УДК 621.396.98

В.П. Шарко

ГП «Центральний науково-дослідницький інститут навігації і управління», Київ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ КООРДИНАТ ПО ФАЗОВЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ РАДИОСИГНАЛОВ ГЛОБАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ

В работе исследованы потенциальные возможности определения координат навигационных объектов по фазовым характеристикам радиосигналов глобальных навигационных спутниковых систем, получены аналитические выражения для расчёта среднеквадратических ошибок измерений, приведены результаты экспериментального моделирования процесса определения координат навигационного объекта с использованием методов максимального правдоподобия и Кейпона.

Ключевые слова: спутниковая радионавигация, пространственная обработка, потенциальная точность, максимальное правдоподобие, сверхразрешение.

Введение

Анализ состояния проблемы. Сегодня хорошо известны и внедрены в практику [1 – 6] принципы определения координат и их производных по данным глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), основой которых является поиск решения системы уравнений вида

$$\hat{R}_k = \sqrt{(X - X_k)^2 + (Y - Y_k)^2 + (Z - Z_k)^2} + c\Delta t, \quad (1)$$

$$k = 1, \dots, M,$$

где M – число видимых навигационных спутников (НС), k – условный порядковый номер видимого НС, X, Y, Z – координаты навигационного объекта (НО), подлежащие определению, X_k, Y_k, Z_k – координаты k -го НС, определяемые приёмником из информационного сообщения в принятом радиосигнале (далее «сигнал») с НС; c – скорость света; Δt – временное рассогласование системных часов ГНСС и часов приёмного устройства, также являющееся определяемой величиной из системы уравнений (1); \hat{R}_k – псевдодальность между навигационным объектом и k -м НС, равная сумме истинного расстояния между ними и расстоянию, соответствующему пробегу электромагнитной волны (ЭМВ) за время рассогласования Δt .

При наличии в области видимости навигационного объекта как минимум четырёх навигационных спутников система уравнений (1) является полной, что позволяет определить все четыре входящих в неё переменных величин X, Y, Z и время рассогласования Δt .

При количестве видимых НС менее четырёх система уравнений (1) не имеет однозначного решения, поэтому координаты определяются с большой ошибкой, зависящей от степени неоднозначности, или же не определяются вообще.

Постановка задачи. Хорошо известны и изучены [1 – 3] причины неточного определения координат даже при условии видимости 4-х и более НС всех действующих ГНСС практически в любой точке земного шара.

Покажем, что при наличии хотя бы одного НС в «области видимости» антенной системы НО его координаты могут быть определены по характеристикам фазового фронта принимаемой ЭМВ, излучаемой НС, из системы уравнений вида:

$$\begin{aligned} X &= X_1 - R_1 \sin \gamma_1' \cos \alpha_1'; \\ Y &= Y_1 - R_1 \sin \gamma_1' \sin \alpha_1'; \\ Z &= Z_1 - R_1 \cos \gamma_1'; \end{aligned} \quad (2)$$

$$R_1 = \sqrt{(X - X_1)^2 + (Y - Y_1)^2 + (Z - Z_1)^2}.$$

Здесь: R_1 – расстояние между навигационным объектом и первым видимым НС, в нашем случае являющимся единственным НС в области видимости навигационного объекта; γ_1' – угол места НС в сферической системе координат, центр которой совпадает с условным центром навигационного объекта; α_1' – азимут НС в этой же системе координат (рис. 1), при условии, что фазовый фронт аппроксимируется плоскостью.

Основной материал исследования

Формулирование базовых условий. Рассмотрим (рис. 1) системы координат O, x, y, z и O', x', y', z' , первая из которых является геоцентрической прямоугольной декартовой системой координат (далее «глобальная система координат») и в которой НО имеет координаты X, Y, Z , в общем случае неизвестные и подлежащие определению, а НС имеет координаты (X_1, Y_1, Z_1) , известные и используемые в расчётах.

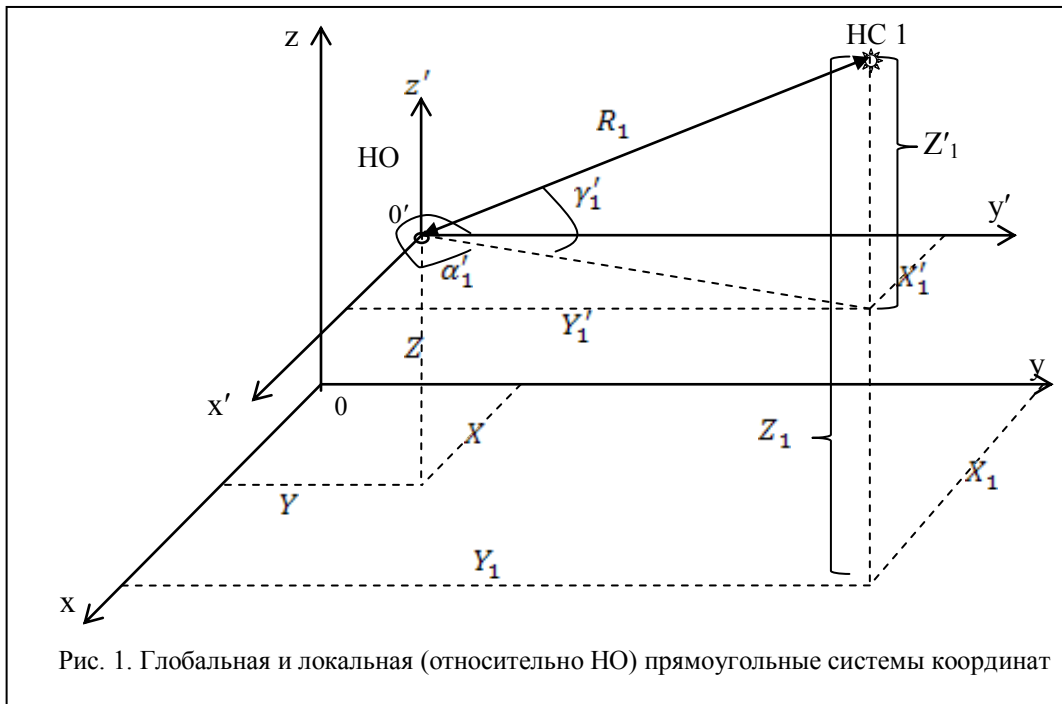


Рис. 1. Глобальная и локальная (относительно НО) прямоугольные системы координат

Система координат $0', x', y', z'$ (далее «локальная прямоугольная система координат») выбрана таким образом, что центр координат совмещён с условным центром НО и направления осей совпадают с направлениями одноимённых осей глобальной системы координат.

В локальной прямоугольной системе координат первый НС имеет координаты X'_1, Y'_1, Z'_1 , определяемых как

$$X'_1 = X_1 - X, \quad Y'_1 = Y_1 - Y, \quad Z'_1 = Z_1 - Z. \quad (3)$$

Введём систему координат для описания конфигурации антенной системы НО, состоящей из N приёмных элементов, (далее «система координат антенны»). Эта же система координат будет использоваться для описания моделей сигналов.

Центр системы координат антенны совмещаем с условным центром НО и, следовательно, он будет совпадать с центром локальной прямоугольной системы координат $0', x', y', z'$, приведенной на рис. 1.

Система координат $0, R, \gamma, \alpha$ (рис. 2) является сферической системой координат (далее «локальная сферическая система координат»), центр которой совпадает с условным центром навигационного объекта, нулевое направление азимута α совпадает с направлением оси y' , направление отсчёта противоположно движению часовой стрелки, нулевое направление угла места γ'_0 совпадает с направлением оси z' локальной прямоугольной системы координат (рис. 1).

Для упрощения дальнейшего анализа примем, что все приёмные элементы располагаются в одной

плоскости $0', x', y'$ системы координат антенны, что хорошо согласуется с большинством практических применений, и характеризуются вектором координат $\mathbf{q} = \mathbf{q}(\rho_i, \eta_i)$, где $i = 1, \dots, N$, ρ_i – расстояние от нулевого элемента, расположенного в центре координат антенны до i -го приёмного элемента, η_i – угол между нулевым направлением и направлением на i -й приёмный элемент, то есть «азимут» i -го приёмного элемента в системе координат антенны.

В локальной сферической системе координат НС имеет координаты

$$\mathbf{R}_0 = \{R_0, \gamma_0, \alpha_0\}.$$

Заметим, что этот же НС в локальной прямоугольной системе координат на рис. 1 имеет координаты $\mathbf{R}_1 = \{R_1, \gamma'_1, \alpha'_1\}$, и примем, что квазидетерминированный сигнал, поступающий на i -й элемент антенной системы навигационного объекта, с учётом внутренних шумов приёмного тракта и при отсутствии каких-либо других помех, имеющих активный или пассивный характер, а также при отсутствии сигналов других НС, может быть в общем виде записан следующим образом:

$$\dot{x}_i(t, \varrho, R_0) = \dot{s}_i(t, \varrho, R_0) + n_i(t, \varrho). \quad (4)$$

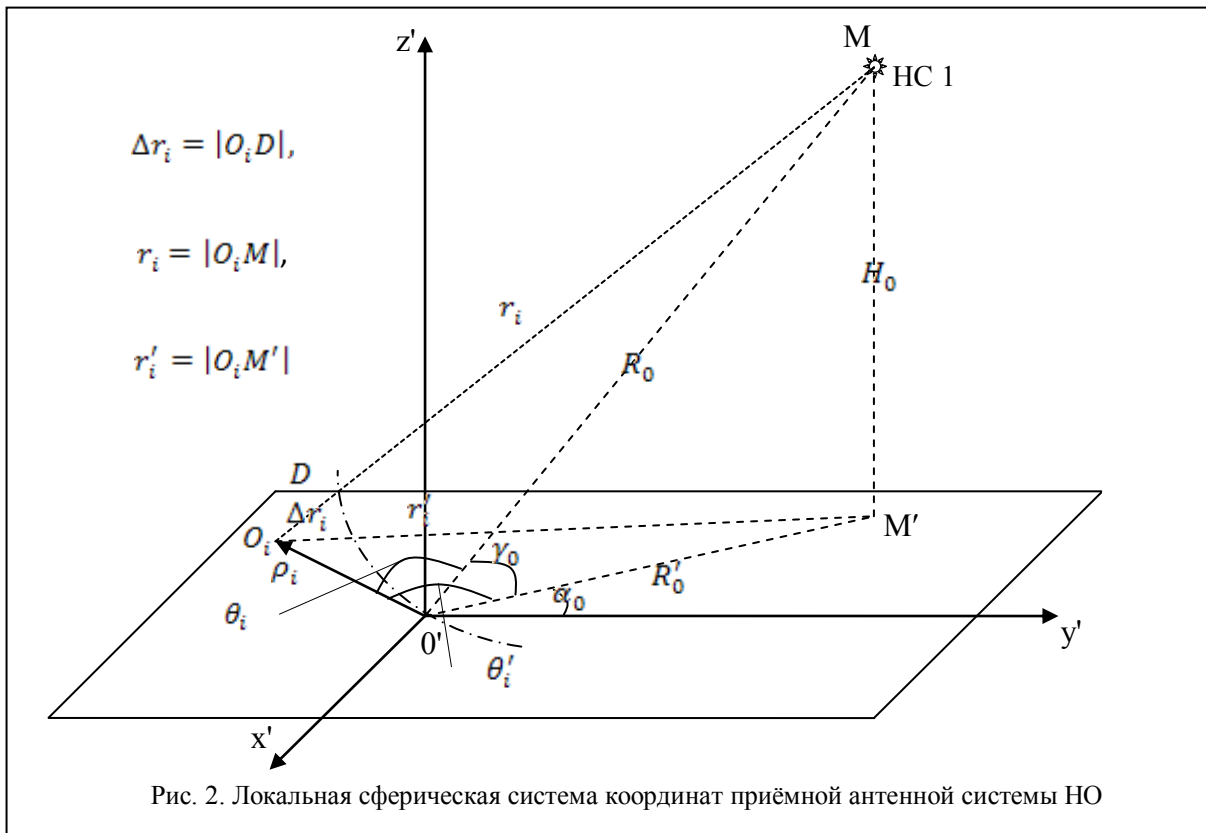
Здесь $\dot{x}_i(t, \varrho, R_0)$ – комплексная (аналитическая) аддитивная смесь входного сигнала и внутреннего шума приёмного тракта, $\dot{s}_i(t, \varrho, R_0)$ – входной сигнал, принятый i -м антенным элементом в виде:

$$\dot{s}_i(t, \varrho, R_0) = \dot{I}(\varrho, \gamma, \alpha) \times \dot{u}_i(t, \varrho, R_0), \quad (5)$$

где $\dot{I}(\varrho, \gamma, \alpha)$ – комплексный коэффициент усиления

ния, зависящий в общем случае от угловых координат источника излучения и представляющий собой диаграмму направленности i -го приёмного элемента, $\dot{u}_i(t, \varrho, R_0)$ – напряжённость поля на i -м приёмном элементе, представимая в виде:

$$\dot{u}_i(t, \varrho, R_0) = \frac{C_0}{r(\varrho, R_0)} \dot{U} \left(t - \frac{r(\varrho, R_0) - R_0}{c} \right) \times \exp \left[j2\pi f_0 \left(t - \frac{r(\varrho, R_0) - R_0}{c} \right) \right]. \quad (6)$$



В формуле (6) c – скорость света, f_0 – несущая частота сигнала, $r(\varrho, R_0) = r_i$ – расстояние от НС до i -го приёмного элемента, C_0 – неизвестный коэффициент, определяемый условиями прохождения ЭМВ от НС до антенных элементов навигационного объекта и не рассматриваемый в данной статье. Функция $\dot{U}(t)$ – комплексная огибающая входного сигнала, имеет вид:

$$\dot{U}(t) = U_s(t) \times e^{j\vartheta(t)}, \quad (7)$$

где $U_s(t)$ – напряжённость поля ЭМВ, излучаемой НС; $\vartheta(t)$ – функция угловой модуляции, представляющая собой, например, в системе ГЛОНАСС [3] закон изменения фазы сигнала.

Применяя тригонометрические преобразования из чертежа на рис. 2 нетрудно показать, что разность хода $\Delta r_i = r_i - R_0$ фазового фронта ЭМВ, принимаемого i -м элементом по отношению к 0-му элементу, может быть определена из одного из следующих выражений:

$$\Delta r_i = -\rho_i \cos \gamma_0 \cos(\eta_i - \alpha_0) + \left(\rho_i^2 / (2R) \right) \cdot \left(1 - \cos^2 \gamma_0 \cos^2(\eta_i - \alpha_0) \right); \quad (8)$$

$$\Delta r_i = -\rho_i \cos \gamma_0 \cos(\eta_i - \alpha_0). \quad (9)$$

Выражение (8) следует использовать в случаях учёта сферичности фазового фронта ЭМВ, а выражение (9) используется при аппроксимации ЭМВ плоскостью.

Внутренний шум $n_i(t, \varrho)$ в выражении (4) приёмного тракта навигационного объекта является функцией только времени, представляет собой гауссовский нормальный случайный процесс и определяется корреляционной матрицей (КМ) внутренних шумов.

С учетом независимости шумов в приёмных каналах, для определения произвольного элемента КМ внутренних шумов используем равенство:

$$K_{0,i,j} = \frac{1}{2} P_0 \times \delta(t_i - t_j) \times \delta(\varrho_i - \varrho_j), \quad (10)$$

где P_0 – спектральная плотность шума (мощность шума); δ – символ Кронекера.

Вектор-столбец входного сигнала $\mathbf{x}(t)$ размерностью N , равным количеству всех приёмных элементов без учёта нулевого, элементы которого определяются выражением (4), представляет собой многомерный случайный процесс, характеризуемый

условной плотностью вероятности $p_{sn}[\dot{\mathbf{x}}(t)]$ при наличии сигнала и шума, и условной плотностью вероятности $p_n[\dot{\mathbf{x}}(t)]$ при наличии только шума. Так как $\dot{x}_i(t) = \dot{s}_i(t) + \dot{n}_i(t)$ и $\dot{n}_i(t) = \dot{x}_i(t) - \dot{s}_i(t)$, то имеем равенство:

$$p_{sn}[\dot{\mathbf{x}}(t)] = p_n[\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{s}}(t)]. \quad (11)$$

Для получения оценки измеряемых параметров вектора \mathbf{R}_0 по методу максимального правдоподобия требуется найти функцию правдоподобия (ФП), которую в условиях помех обычно ищут из отношения плотности вероятности при наличии сигнала \mathbf{s} во входной сигнальной смеси к плотности вероятности при отсутствии сигнала \mathbf{s} [7–9].

Далее необходимо определить положение экстремума этой функции по осям измеряемых параметров. ФП в общем виде для указанных условий имеет вид:

$$\Phi(\mathbf{R}_0) = \frac{p_{sn}[\dot{\mathbf{x}}(t, \mathbf{R}_0)]}{p_n[\dot{\mathbf{x}}(t)]}. \quad (12)$$

Используя известные выражения для плотности вероятности многомерных случайных величин, распределённых по нормальному закону и предполагая, что сигнал является дискретным в пространственном смысле и непрерывным по времени, плотность вероятности при наличии одного шума будет определяться из выражения:

$$\begin{aligned} p_n[\dot{\mathbf{x}}(t)] &= p_n[\dot{x}_1(t), \dots, \dot{x}_N(t)] = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |\mathbf{K}_0|^{1/2}} \times \\ &\times \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N \iint \dot{x}_i^*(t_1) \mathbf{K}_{0,ij}^{-1}(t_1, t_2) \dot{x}_j(t_2) dt_1 dt_2\right] = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |\mathbf{K}_0|^{1/2}} \times \\ &\times \exp\left[-\frac{1}{2} \iint_{\Gamma} \dot{\mathbf{x}}^H(t_1) \mathbf{K}_0^{-1}(t_1, t_2) \dot{\mathbf{x}}(t_2) dt_1 dt_2\right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Аналогично, плотность вероятности при наличии сигнала и шума, используя (11), будет иметь вид:

$$\begin{aligned} p_{sn}[\dot{\mathbf{x}}(t)] &= \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |\mathbf{K}_0|^{1/2}} \times \\ &\times \exp\left[-\frac{1}{2} \iint_{\Gamma} [\dot{\mathbf{x}}(t_1) - \dot{\mathbf{s}}(t_1)]^H \mathbf{K}_0^{-1}(t_1, t_2) [\dot{\mathbf{x}}(t_2) - \dot{\mathbf{s}}(t_2)]\right]. \end{aligned} \quad (14)$$

В выражениях (13) и (14) предполагается заданным временной интервал наблюдения: $[t_1, t_2] \in \Gamma$, в области которого осуществляется интегрирование. Символ H , записанный в верхнем индексном поле, обозначает эрмитово сопряжение.

Подставляя выражения (13) и (14) в (12), можно получить ФП в явном виде. Но для практических целей достаточно использовать для этой цели функцию натурального логарифма, а именно получим:

$$\begin{aligned} \dot{Y}(\mathbf{R}_0) &= \ln \Phi(\mathbf{R}_0) = \ln \frac{p_{sn}[\dot{\mathbf{x}}(t)]}{p_n[\dot{\mathbf{x}}(t)]} = \\ &= \ln p_{sn}[\dot{\mathbf{x}}(t)] - \ln p_n[\dot{\mathbf{x}}(t)]. \end{aligned} \quad (15)$$

Подставляя (13) и (14) в (15), для определения значения $\dot{Y}(\mathbf{R}_0)$ получаем выражение:

$$\begin{aligned} \dot{Y}(\mathbf{R}_0) &= -\frac{1}{2} \iint_{\Gamma} [\dot{\mathbf{x}}(t_1) - \dot{\mathbf{s}}(t_1)]^H \times \\ &\times \mathbf{K}_0^{-1}(t_1, t_2) [\dot{\mathbf{x}}(t_2) - \dot{\mathbf{s}}(t_2)] dt_1 dt_2 + \\ &+ \frac{1}{2} \iint_{\Gamma} \dot{\mathbf{x}}^H(t_1) \mathbf{K}_0^{-1}(t_1, t_2) \dot{\mathbf{x}}(t_2) = \\ &= \frac{1}{2} \iint_{\Gamma} [\dot{\mathbf{x}}^H(t_1) \mathbf{K}_0^{-1} \dot{\mathbf{s}}(t_2) + \\ &+ \dot{\mathbf{s}}^H(t_1) \mathbf{K}_0^{-1} \dot{\mathbf{x}}(t_2) - \dot{\mathbf{s}}^H(t_1) \mathbf{K}_0^{-1} \dot{\mathbf{s}}(t_2)] dt_1 dt_2. \end{aligned} \quad (16)$$

Учитывая симметрию матрицы $(\mathbf{K}_0^{-1})^T = \mathbf{K}_0^{-1}$ и правило $(\mathbf{abc})^T = \mathbf{c}^T \mathbf{b}^T \mathbf{a}^T$ для транспонирования матриц, а также тот факт, что произвольное скалярное значение при транспонировании не меняется, то есть $(\dot{\mathbf{x}}^H \mathbf{K}_0^{-1} \dot{\mathbf{s}})^T = \dot{\mathbf{s}}^T \mathbf{K}_0^{-1} \dot{\mathbf{x}}$, выражение (16) примет вид:

$$\begin{aligned} \dot{Y}(\mathbf{R}_0) &= \iint_{\Gamma} \dot{\mathbf{x}}^H(t_1) \mathbf{K}_0^{-1}(t_1, t_2) \dot{\mathbf{s}}(t_2) dt_1 dt_2 + \\ &+ \iint_{\Gamma} \dot{\mathbf{s}}^H(t_1) \mathbf{K}_0^{-1}(t_1, t_2) \dot{\mathbf{x}}(t_2) dt_1 dt_2. \end{aligned} \quad (17)$$

Второе слагаемое в (17) представляет собой энергетическое отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе системы обработки сигналов и в указанных выше условиях не зависит от положения НС, поэтому ниже рассмотрим только первое слагаемое.

Для удобства дальнейших рассуждений сделаем предположение, что антенная система имеет непрерывный плоский раскрыв, и все сигналы являются также функциями каждой точки этого раскрыва, характеризуемой вектором положения ρ . В этом случае первое слагаемое (17) будет выглядеть:

$$\begin{aligned} \dot{Y}(\mathbf{R}_0) &= \iint_{\Gamma} \iint_{\Omega} \dot{\mathbf{x}}^*(t_1, \rho_1) \times \mathbf{K}_0^{-1}(t_1, t_2; \rho_1, \rho_2) \times \\ &\times \dot{\mathbf{s}}(t_2, \rho_2) dt_1 dt_2 d\rho_1 d\rho_2, \end{aligned} \quad (18)$$

где Ω – область раскрыва антенной системы и $\rho_1, \rho_2 \in \Omega$.

Введём обозначение:

$$\dot{v}(t_1, \rho_1) = \iint_{\Gamma} \iint_{\Omega} \mathbf{K}_0^{-1}(t_2, \rho_2) \times \dot{\mathbf{s}}(t_2, \rho_2) dt_2 d\rho_2. \quad (19)$$

Выражение (18) с учётом (19) примет вид

$$\dot{Y}(R_0) = \int \int_{T \Omega} \dot{x}^*(t_1, \rho_1) \times \dot{v}(t_1, \rho_1) dt_1 d\rho_1. \quad (20)$$

При условии, что значение комплексной огибающей (7), входящей во входной сигнал $\dot{x}(t, \rho)$ (4) и, следовательно, в (18), (19) и (20), не зависит от координат положения любой точки на раскрыве ρ , интегрировать в (19) и (20) можно отдельно по времени и по пространству, для чего введем такие обозначения:

$$\dot{Y}_t(R_0) = \int_T \dot{x}^*(t_1) \times \dot{v}_t(t_1) dt_1; \quad (21)$$

$$\dot{v}_t(t_1) = \int_T K_0^{-1}(t_1, t_2) \times \dot{s}(t_2) dt_2;$$

$$\dot{Y}_z(R_0) = \int_{\Omega} \dot{x}^*(\rho_1) \times v_z(\rho_1) d\rho_1; \quad (22)$$

$$\dot{v}_z(\rho_1) = \int_{\Omega} K_0^{-1}(\rho_1, \rho_2) \times \dot{s}(\rho_2) d\rho_2.$$

Таким образом, выражение (20) примет вид:

$$\dot{Y}(R_0) = \dot{Y}_t(R_0) \times \dot{Y}_z(R_0). \quad (23)$$

Практически это означает, что в процессе определения функционала (15) временная обработка входного сигнала, определяемая выражениями (21), может быть отделена от пространственной обработки (22) и последовательность их выполнения может быть любой, как следует из (23).

Можно считать, что комплексная огибающая (7) не меняется в зависимости от пространственного положения точек антенного раскрыва, если интервал корреляции входного сигнала значительно превышает время задержки сигнала при его распространении по длине проекции антенной системы на направление распространения сигнала. В самом худшем случае эта величина равна расстоянию между самыми удалёнными точками антенного раскрыва. Например, для системы ГЛОНАСС ширина спектр сигнала составляет примерно $\Delta f = 0,5 \text{ МГц}$ и, следовательно, интервал корреляции равен $1/\Delta f = 2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$, что значительно больше, чем время задержки при размере антенной системы $L = 0,5 \text{ м}$, равном $\Delta \tau = L/c = 1,7 \cdot 10^{-7} \text{ с}$.

Пространственная обработка. Основной принцип обработки сигналов во всех действующих и проектирующихся ГНСС предполагает совокупность операций во временной области, в нашем случае записанных в виде (21). Однако мы далее будем рассматривать исключительно пространственную обработку для получения функционала (15) (далее «пространственная решающая функция») в пространственной области, определяемой выражениями (22), которые для дискретного раскрыва антенной системы могут быть записаны в следующем виде:

$$\dot{Y}_z(R_0) = \dot{x}^H v_z; \quad \dot{v}_z = K_0^{-1} \dot{s}. \quad (24)$$

Таким образом, здесь и далее предполагаем, что все операции, относящиеся к временной обработке, уже выполнены.

В выражении (24) \dot{x} является вектором-столбцом фазовых распределений на антенных элементах, каждый элемент которого определяется из (4) и (6), для упрощения полагая, что комплексный коэффициент усиления каждого приёмного элемента в выражении (5) не зависит от направления и всегда равен 1:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= U_s \exp \left\{ j \frac{2\pi f_0}{c} [\Gamma(\rho_i, R_0) - R_0] \right\} + n_i = \\ &= U_s \exp [j \Delta \varphi_i(R_0)] + n_i, \end{aligned} \quad (25)$$

где $\Delta \varphi_i(R_0) = \beta \Delta r_i$; $\beta = 2\pi/\lambda$ – волновое число; $\lambda = c/f_0$ – длина волны сигнала НС; Δr_i – разность хода, определяемая из выражений (8) или (9).

Таким образом, для получения оценки вектора координат НС R_0 (рис. 2) по пространственным (фазовым) характеристикам сигнала, требуется вычислить значения (24) для всех возможных R , то есть рассчитать зависимость

$$\begin{aligned} Y_z(R_0, R) &= \text{Re} \{ \dot{Y}_z(R_0, R) \} = \\ &= \text{Re} \{ \dot{x}(R_0)^H K_0^{-1} \dot{s}(R) \}. \end{aligned} \quad (26)$$

Значение R , соответствующее найденному экстремуму, будет являться оценкой R_0 . Найденная оценка будет совпадать с истинным положением НС при отсутствии шумов в приёмном тракте.

Наличие внутренних шумов приводит к тому, что оценка становится случайной величиной с математическим ожиданием R_0 и некоторой дисперсией, которая характеризует точность оценки, зависящей, очевидно, как минимум от конфигурации антенной решётки и ОСШ на выходе приёмного устройства.

На рис. 3 приведены примеры нескольких реализаций модуля вещественной части пространственной решающей функции при $R_0 = 20 \cdot 10^6 \text{ м}$, $\lambda = 0,2 \text{ м}$, $\gamma_0 = 45^\circ$, $\alpha_0 = 0$, $N = 5$, включая нулевой элемент, находящийся в условном центре, и отношении С/Ш = 40 дБ.

Конфигурация антенной системы выбрана такая, что $\rho_i = 2 \text{ м}$ (рис. 3, а) и $\rho_i = 1 \text{ м}$ (рис. 3, б) для любых элементов, все приёмные элементы находятся в одной плоскости и угловые положения равны 30° , 60° , 90° и 110° соответственно.

Для наглядности и упрощения расчётов было принято, что в векторе положения $R(R, \gamma, \alpha)$ варьируемым параметром будет γ , т.е., $R, \alpha = \text{const}$. Поэтому в данном конкретном случае пространственная решающая функция зависит только от угла места γ .

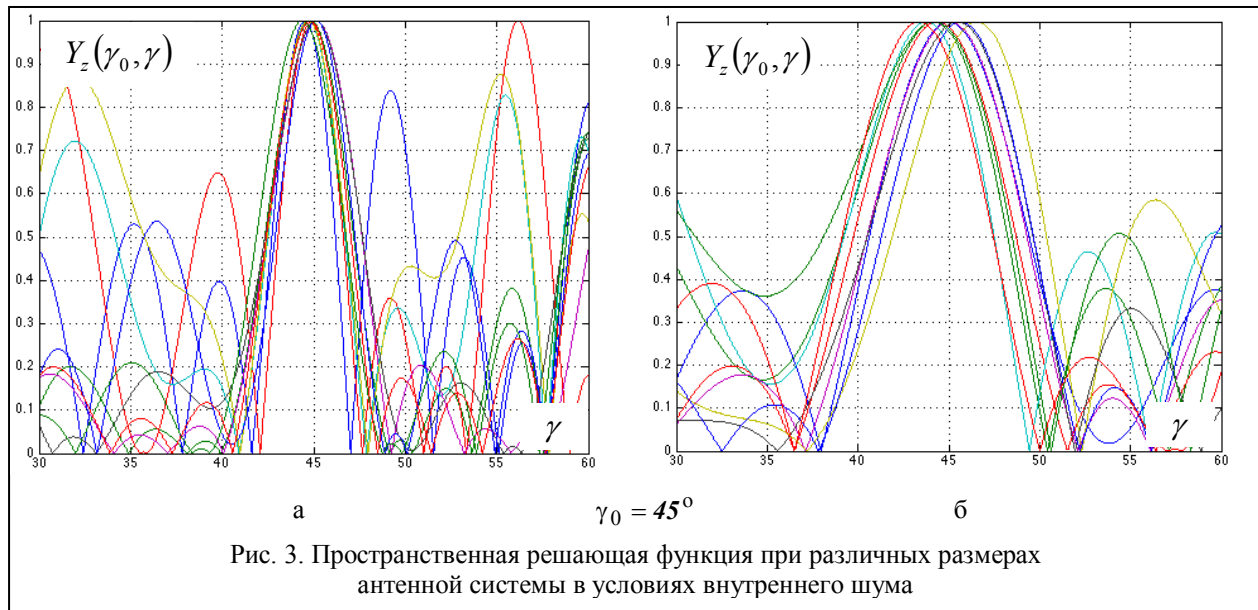


Рис. 3. Пространственная решающая функция при различных размерах антенной системы в условиях внутреннего шума

Из сравнительного анализа информации, приведенной на рис. 3, а и 3, б, видно, что дисперсия оценки параметра γ_0 уменьшается при увеличении расстояния между приёмными элементами при всех равных остальных условиях.

Получение точностных характеристик. Получим выражения для определения дисперсии или среднеквадратической ошибки (СКО) измерения координат НС по фазовому фронту ЭМВ.

Известно [8], что точность оценки параметров сигнала при достаточно большом ОСШ определяется степенью крутизны основного максимума функции неопределённости сигнала в окрестности измеряемого параметра в предположении, что остальные пики функции неопределённости существенно меньше основного. Точность оценки параметра при прочих равных условиях будет тем выше, чем резче выражен максимум функции неопределённости [8].

Следуя представленным выше рассуждениям, получаем, что с точностью до постоянного коэффициента нормированная функция неопределённости пространственного сигнала (пространственная функция неопределённости) совпадает с сигнальной составляющей в формулах (22), (26) и равна

$$\psi_z(R_0, R) = \frac{\dot{s}^H(R_0)\dot{s}(R)}{\sqrt{[\dot{s}^H(R_0)\dot{s}(R_0)] \cdot [\dot{s}^H(R)\dot{s}(R)]}}. \quad (27)$$

На рис. 4 представлены примеры пространственных корреляционных функций для условий, совпадающих с условиями рис.3 с одним изменяемым параметром γ , а на рис.5 представлена пространственная корреляционная функция для двух изменяемых параметров γ, α для условий, соответствующих рис. 4, б и рис. 3, б.

Используем один из способов анализа потенциальных возможностей радиоизмерительных си-

стем, основанных на предположении несмещённости оценки и минимума дисперсии оценки измеряемого параметра [15]. Получим выражение для СКО оценки одного параметра R_0 и обобщим затем полученный результат для случая оценки двух параметров γ_0, α_0 или трёх параметров R_0, γ_0, α_0 координат НС (рис. 2). Условие несмещённости [15] состоит в отсутствии систематической ошибки и равенстве нулю СКО измерения, то есть для любых значений измеряемого параметра должно выполняться:

$$\overline{\hat{R}_0 - R_0} = 0, \quad (28)$$

где \hat{R}_0 – оценка параметра R_0 , знак $\overline{\dots}$ (черта сверху) обозначает усреднение по всем реализациям сигнала \dot{x} из (4) при фиксированном значении R_0 .

Условие минимума дисперсии оценки \hat{R}_0 для любых значений R_0 из области своего определения

$$\sigma^2(\hat{R}_0/R_0) = \overline{(\hat{R}_0 - R_0)^2} = \min_{R_0}. \quad (29)$$

Будем рассматривать непрерывный сигнал для получения аналитических выражений и затем перейдём к дискретному пространственному сигналу. Для непрерывных сигналов условия усреднения (28) и минимума дисперсии (29) могут быть записаны в виде:

$$\overline{\hat{R}_0 - R_0} = \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{R}_0 - R_0) \times p(x/R_0) dx; \quad (30)$$

$$\sigma^2(\hat{R}_0/R_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{R}_0 - R_0)^2 \times p(x/R_0) dx, \quad (31)$$

где $p(x/R_0)$ – условная плотность распределения сигнала при наличии полезного сигнала с параметром R_0 , соответствующая выражению (11) и в нашем случае функции правдоподобия (12):

$$\Phi(x/R_0) = \Phi(R_0) \dots$$

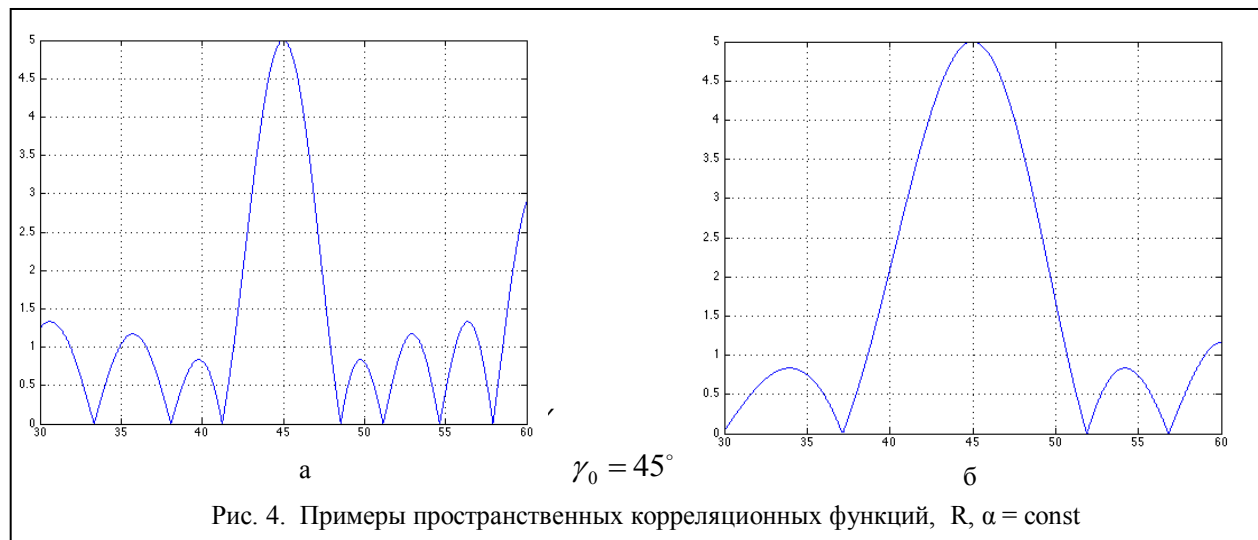


Рис. 4. Примеры пространственных корреляционных функций, $R, \alpha = \text{const}$

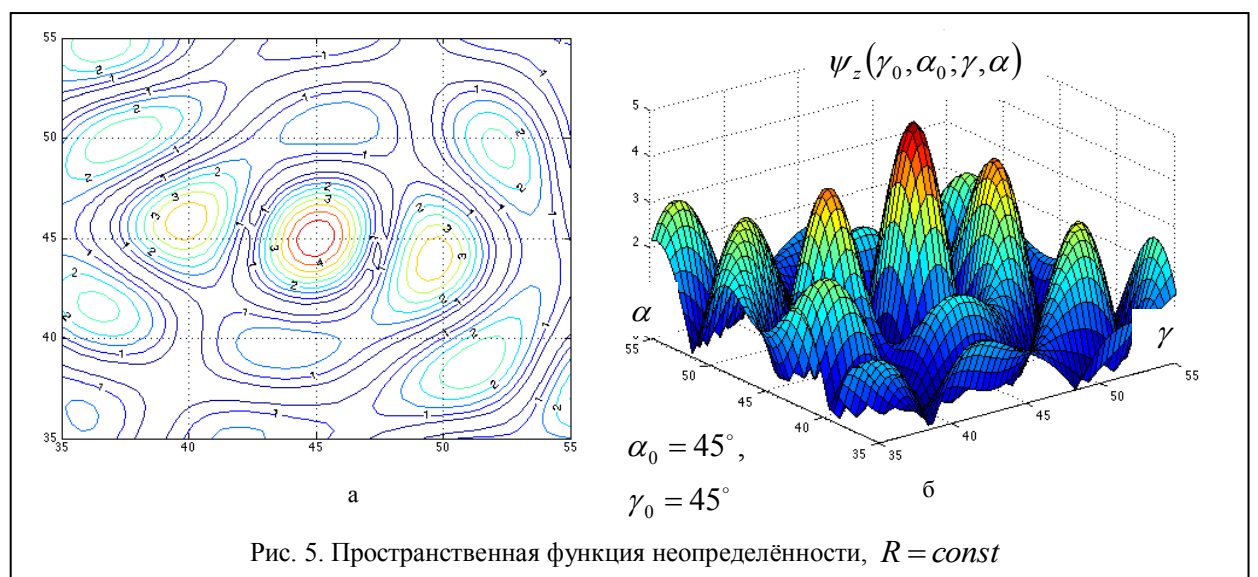


Рис. 5. Пространственная функция неопределённости, $R = \text{const}$

Дифференцируя по R_0 левую и правую части (30), получаем равенство:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{R}_0 - R_0) \frac{d\Phi(x/R_0)}{dR_0} dx = 1. \quad (32)$$

Используя правило дифференцирования натурального логарифма, можно записать, что

$$\frac{d \ln \Phi(x/R_0)}{dR_0} = \frac{1}{\Phi(x/R_0)} \frac{d\Phi(x/R_0)}{dR_0} \quad (33)$$

и, следовательно,

$$\frac{d\Phi(x/R_0)}{dR_0} = \frac{d \ln \Phi(x/R_0)}{dR_0} \Phi(x/R_0). \quad (34)$$

Подставляем (34) в (32):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{R}_0 - R_0) \frac{d \ln \Phi(x/R_0)}{dR_0} \Phi(x/R_0) dx. \quad (35)$$

Введём дополнительные условные обозначения:

$$f(x) = (\hat{R}_0 - R_0); \quad g(x) = \frac{d \ln \Phi(x/R_0)}{dR_0}. \quad (36)$$

Функции (36) являются квадратично интегри-

руемыми, поэтому, в соответствии с неравенством Коши-Буняковского, правая часть которого может быть записана в виде

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 \Phi(x/R_0) dx \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |g(x)|^2 \Phi(x/R_0) dx = \\ & = \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{R}_0 - R_0)^2 \Phi(x/R_0) dx \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{d \ln \Phi(x/R_0)}{dR_0} \right)^2 \Phi(x/R_0) dx = \\ & = \sigma^2(\hat{R}_0/R_0) \cdot \left(\frac{d \ln \Phi(x/R_0)}{dR_0} \right)^2 \end{aligned} \quad (37)$$

и левая часть в соответствии с (36) и (32) имеет вид:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot g^*(x) \cdot \Phi(x/R_0) dx = \\ & = \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{R}_0 - R_0) \frac{d \ln \Phi(x/R_0)}{dR_0} \Phi(x/R_0) dx = 1. \end{aligned} \quad (38)$$

Поэтому в результате этих действий имеем

$$\sigma^2(\hat{R}_0/R_0) \cdot \left(\frac{d \ln \Phi(x/R_0)}{dR_0} \right)^2 \geq 1,$$

откуда

$$\sigma^2(\hat{R}_0/R_0) \geq \left[\left(\frac{d \ln \Phi(x/R_0)}{dR_0} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (39)$$

Для нахождения аналитического выражения для правой части неравенства (39) найдём вторую производную по R_0 обеих частей равенства

$\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(x/R_0) dx = 1$, и получим, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^2 \ln \Phi(x/R_0)}{dR_0^2} dx = - \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{d \ln \Phi(x/R_0)}{dR_0} \right)^2 dx. \quad (40)$$

Из (40), обозначая $\sigma(\hat{R}_0) = \sigma(\hat{R}_0/R_0)$, получаем нижнюю границу дисперсии несмещённой оценки параметра R_0 в общем виде:

$$\sigma^2(\hat{R}_0) \geq - \left[\frac{d^2 \ln \Phi(x/R_0)}{dR_0^2} \right]^{-1}. \quad (41)$$

Введём условные обозначения для компонентов вектора оцениваемых навигационных параметров НО с целью компактности дальнейшей записи дисперсии вида (41) совместной оценки нескольких параметров из рис. 2:

$$R_{0,1} = R_0, \quad R_{0,2} = \gamma_0, \quad R_{0,3} = \alpha_0,$$

$$\text{и } \mathbf{R}_0 = \{R_0, \gamma_0, \alpha_0\} = \{R_{0,1}, R_{0,2}, R_{0,3}\}.$$

Можно показать [7, 8, 17], что дисперсии оценок указанных параметров будут определяться из системы неравенств:

$$\sigma^2(\hat{R}_0) \geq D_{11}; \quad \sigma^2(\hat{\gamma}_0) \geq D_{22}; \quad \sigma^2(\hat{\alpha}_0) \geq D_{33}, \quad (42)$$

где D_{ii} является элементом матрицы, обратной матрице с элементами

$$B_{i,j} = - \left(\frac{d^2 \ln \Phi(x/R_0)}{R_{0,i} R_{0,j}} \right), \quad i, j = 1, \dots, 3. \quad (43)$$

Получим аналитическое выражение для СКО оценки угла места $\hat{\gamma}_0$ в предположении известных координат R_0 и α_0 (рис. 2) и дискретных отсчётов пространственного сигнала. В соответствие с (22), (24) и (27) имеем

$$\begin{aligned} \ln \Phi(x/\gamma_0) &= \dot{Y}_z(\hat{\gamma}_0, \gamma_0) = \\ &= \dot{\mathbf{x}}^H \mathbf{K}_0^{-1} \dot{\mathbf{s}} = q^2 \cdot \dot{\psi}_z(\hat{\gamma}_0, \gamma_0), \end{aligned} \quad (44)$$

где q^2 – энергетическое ОСШ на выходе системы обработки. Примем предположение о том, что приходящая ЭМВ от НС аппроксимируется плоскостью

и разности фаз между приёмными элементами определяются из выражения (9). Поэтому выражение (44) примет вид:

$$q^2 \cdot \dot{\psi}_z(\hat{\gamma}_0, \gamma_0) = q^2 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \exp[-j\beta(\Delta r_i - \Delta r_{0,i})]. \quad (45)$$

Дифференцируя дважды выражение (45), по γ_0 получаем равенство:

$$\begin{aligned} q^2 \frac{d^2 \dot{\psi}_z(\hat{\gamma}_0, \gamma_0)}{d\gamma_0^2} &= -jq^2 \frac{\beta}{N} \sum_{i=1}^N \exp(-j\beta \rho_i A_i) \times \\ &\quad \times \rho_i \cos \gamma_0 \cos(\eta_i - \alpha_0) \times \\ &\quad \times \exp(j\beta \rho_i \cos \gamma_0 \cos(\eta_i - \alpha_0)) - \\ &\quad - \frac{\beta^2}{N} q^2 \sum_{i=1}^N \exp(-j\beta \rho_i A_i) \times \\ &\quad \times \rho_i^2 \sin^2 \gamma_0 \cos^2(\eta_i - \alpha_0) \times \\ &\quad \times \exp(j\beta \rho_i \cos \gamma_0 \cos(\eta_i - \alpha_0)), \end{aligned} \quad (46)$$

где введено обозначение: $A_i = \cos \hat{\gamma}_0 \cos(\eta_i - \alpha_0)$.

Из (46) при $\hat{\gamma}_0 = \gamma_0$ получаем вещественную часть:

$$\begin{aligned} \text{Re} \left\{ q^2 \frac{d^2 \dot{\psi}_z(\hat{\gamma}_0, \gamma_0)}{d\gamma_0^2} \right\} &= -q^2 \frac{\beta^2}{N} \sin^2 \gamma_0 \times \\ &\quad \times \sum_{i=1}^N \rho_i^2 \cos^2(\eta_i - \alpha_0). \end{aligned} \quad (47)$$

С учётом (41) и (47) получаем СКО измерения угла места γ_0 при известной координате α_0 (рис. 2) и независимой от координаты R_0 , так как аппроксимированная плоскостью ЭМВ не является функцией расстояния:

$$\sigma_{\gamma_0} \geq \frac{1}{\beta \cdot \sin \gamma_0} \sqrt{\frac{N}{q^2 \sum_{i=1}^N \rho_i^2 \cos^2(\eta_i - \alpha_0)}}. \quad (48)$$

Аналогично можно получить СКО оценки азимута $\hat{\alpha}_0$ и дальности \hat{R}_0 . Отметим, что дальность R_0 может быть измерена только в случае сферической аппроксимации приходящей ЭМВ, поэтому разность хода Δr_i должна определяться из выражения (8). Для совместной оценки координат используются (42) и (43).

На рис. 6 представлены зависимости минимальной СКО измерения угла места двух разных конфигураций антенной системы объекта навигации, при ОСШ и длине волны, соответствующих примеру на рис. 5.

Для получения СКО измерения координат НО X, Y, Z в прямоугольной системе $0, x, y, z$ используем основную систему уравнений (2). СКО оценки X ищем, определив функцию плотности распределения указанной оценки.

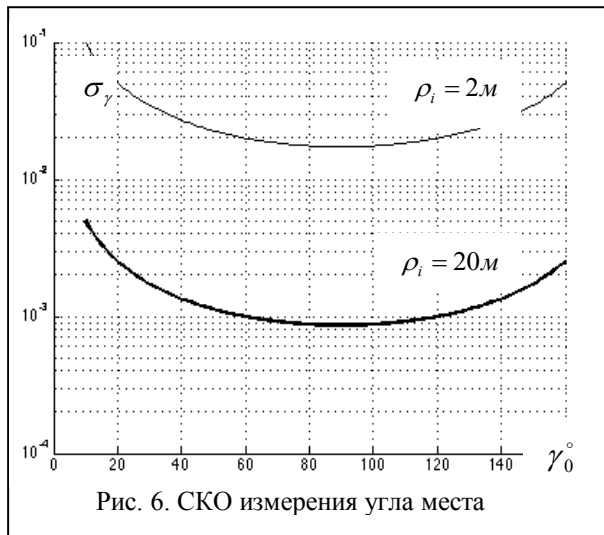


Рис. 6. СКО измерения угла места

Для этого обозначим:

$$X = X(\gamma) = R_0 \sin \gamma \cos \alpha_0. \quad (49)$$

Как было показано выше, оценка γ значения γ_0 является случайной величиной с нормальным распределением, математическим ожиданием, совпадающим с истинным значением угла места, дисперсией σ_γ^2 и, дифференцируемой по γ , функцией плотности распределения вида:

$$f(\gamma) = \frac{1}{\sigma_\gamma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(\gamma - \gamma_0)^2}{2\sigma_\gamma^2} \right], \quad (50)$$

Координата $X = X(\gamma)$ является, таким образом, функцией от случайной величины и её плотность распределения $g(X)$ можно найти из известного выражения [16] при условии монотонности X :

$$g(X) = f[\gamma(X)] \cdot \left| \frac{d\gamma(X)}{dX} \right|. \quad (51)$$

Будем рассматривать функцию $X(\gamma)$ в интервале её монотонности $\gamma = [-\pi/2, \pi/2]$ при заданном R_0 и α_0 . Из (49) получаем

$$\gamma = \arcsin \left[\frac{X(\gamma)}{R_0 \cos \alpha_0} \right]; \quad (52)$$

$$\frac{d\gamma}{dX} = \frac{1}{R_0 \cos \alpha_0 \sqrt{1 - \frac{X^2(\gamma)}{R_0^2 \cos^2 \alpha_0}}}.$$

Подставляя (52) в (49), получаем плотность распределения величины X :

$$g(X) = \frac{1}{\sigma_\gamma R_0 \cos \alpha_0 \sqrt{2\pi \left(1 - \frac{X^2}{R_0^2 \cos^2 \alpha_0} \right)}} \times$$

$$\times \exp \left[-\frac{\left[\arcsin \frac{X}{R_0 \cos \alpha_0} - \gamma_0 \right]^2}{2\sigma_\gamma^2} \right]. \quad (53)$$

Электронное моделирование точностных характеристик. Заметим, что плотность распределения (53) и, очевидно, её параметры зависят от сферических координат НС и дисперсии оценки угла места γ_0 .

В виду сложности аналитических соотношений для параметров распределения (53) ограничимся экспериментальным моделированием в среде MatLab, получением параметров дискретного распределения, аналогичного (53), при относительно малом приращении ΔX .

На рис. 7 представлены: рассчитанная по формуле (53), плотность распределения параметра X (толстая линия) вектора координат R_0 , соответствующих наименьшей СКО для γ на рис. 6 при $\rho_i = 2$ м, то есть, $\sigma_\gamma \approx 0,01$ рад ($\approx 0,57^\circ$), и плотность распределения, построенная по экспериментальной выборке $X_k = R_0 \sin \gamma_k \cos \alpha_0$, $\gamma_k \in [44,95^\circ; 45,05^\circ]$, $k = 1, \dots, M$, где $M = 100$ – число случайных значений γ , распределённых по нормальному закону с математическим ожиданием $\gamma_0 = 45^\circ$ и среднеквадратическим отклонением $\sigma_\gamma \approx 0,01$ рад (тонкая линия).

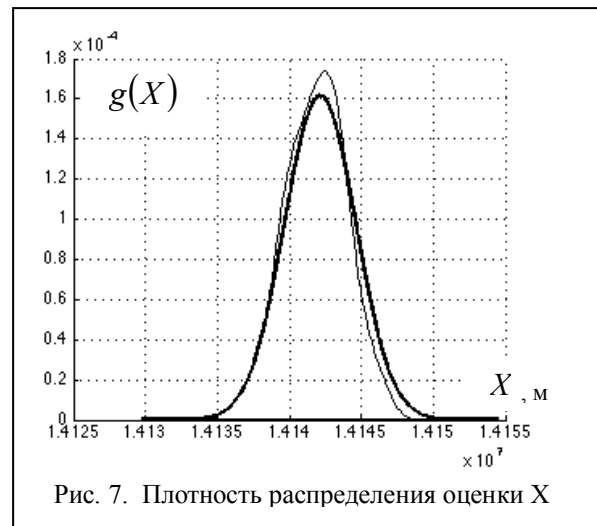


Рис. 7. Плотность распределения оценки X

Отличия зависимостей друг от друга уменьшаются при увеличении числа выборки. Найденное математическое ожидание случайной величины координаты X совпадает с истинным значением X_0 , а СКО оценки, определённое в результате моделирования, составляет $\sigma_X \approx 4,5$ км.

Аналогичным образом, предполагая, что $\sigma_\gamma = 0,001$ рад (рис. 6, наименьшая ошибка для

$\rho_i = 20$ м), було знайдено, що СКО оцінки координати X складає $\sigma_x \approx 530$ і .

Аналогічним образом знаходяться помилки вимірювання Y і Z , для чого потрібно буде знайти помилку вимірювання величин γ і α при їх спільному визначенні з виражень (42) і (43).

Аналіз моделювання з використанням методу максимального правдоподібності. Аналізуючи отриманий результат, можна зробити висновок, що потенціальні можливості використаного методу максимального правдоподібності, широко застосовуваного в багатьох класах радіотехнічних систем, досить невисокі в умовах його застосування для просторової обробки в ГНСС.

Для НО з розмірами близько десяти метрів і більше потенціальна помилка буде складати декілька сотень метрів.

Одним з рішень може бути використання алгоритмів суперрозширення [10, 12], особливістю яких є обчислення параметрів на основі аналізу спектральних властивостей входного об'єкта.

В нашому випадку це може бути просторова кореляційна матриця (КМ) суми входних сигналів, отримана в результаті декількох вибірок входного сигналу. В загальному випадку кількість вибірок є скінченним.

Моделювання з використанням методу суперрозширення. Існує велика кількість модифікацій алгоритмів суперрозширення і метою даної статті не є аналіз кожного з них. Ми обмежимося розглядом лише одного з них, відомого як метод Кейпона [10], і якісно оцінимо потенціальні можливості даного алгоритму застосовуючи до ГНСС і фазовим вимірюванням.

Будемо знову розглядати входний сигнал виключно в просторовому сенсі без урахування його часових особливостей. Рішальна функція методу Кейпона в просторовій області має вигляд

$$\dot{Y}(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) = \frac{1}{\dot{s}^H(\mathbf{R}) \hat{\mathbf{K}}^{-1}(\mathbf{R}_0) \dot{s}(\mathbf{R})}, \quad (54)$$

де $\hat{\mathbf{K}}^{-1}$ – матриця, обернена до максимальної правдоподібної оцінки КМ входного сигнального суми, в нашому випадку представляючої адитивну суму сигналу одного НС і внутрішніх шумів прийомного тракту на виході підсистеми часової обробки, і визначається як

$$\hat{\mathbf{K}}(\mathbf{R}_0) = \overline{\dot{x}(\mathbf{R}_0) \dot{x}(\mathbf{R}_0)^H}. \quad (55)$$

Тут $\dot{x}(\mathbf{R}_0)$ – вектор суми входних сигналів, визначається з (4), $\dot{s}(\mathbf{R})$ – вектор, відповідний

вектору сигналу НС, визначається з (5).

Основною задачею при оцінці вектора координат \mathbf{R}_0 є оцінка КМ, її обернення, обчислення рішальної функції (54) для всіх значень \mathbf{R} в області визначення і знаходження такого $\hat{\mathbf{R}}$, яке відповідає максимуму функції (54) і, відповідно, буде являтися оцінкою істинних значень вектора \mathbf{R}_0 .

На рис. 8 представлені декілька рішальних функцій (54), кожна з яких була розрахована для нової ітерації обчислення матриці, оберненої КМ входного сигналу, всього кількість вибірок для формування КМ складало 10.

Всі інші параметри відповідали чотирьохелементній антенній решітці з $\rho_i = 2i$, розглянутій вище.

З (54) і (55) випливає (це також показано в [12]), що точність оцінки методу Кейпона залежить від точності оцінки КМ (в ідеальному випадку СКО вимірювання координат буде наближатися до нуля при наближенні оцінки КМ до істинної КМ), на відміну від алгоритму максимального правдоподібності, який має точно визначений нижній поріжок СКО оцінки вимірювання, краще якого вимірювання за принципом неможливі.

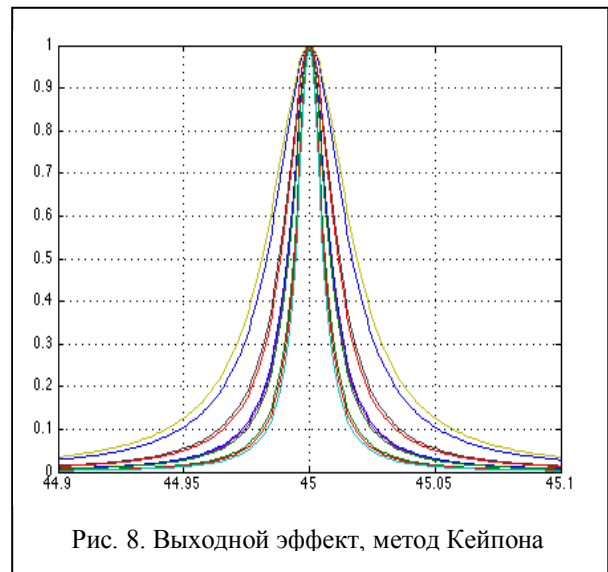


Рис. 8. Вихідний ефект, метод Кейпона

Візуально з рис. 8 видно, що розбіжності навколо основного максимуму рішальної функції суттєво менше аналогічної величини, наведеної на рис. 3.

Очевидно, що потенціальні можливості алгоритму Кейпона, і, інших алгоритмів суперрозширення, достатньо високі для дослідження їх застосування в ГНСС для визначення координат за хвильовими характеристиками сигналу НС.

Выводы

1. Ошибки оценки координат НО по фазовым характеристиками принимаемого сигнала НС зависят от взаимного пространственного расположения элементов антенной системы приёмника сигналов ГНСС.

2. Актуальной является задача поиска наилучшего алгоритма определения координат навигационного объекта с точки зрения минимальной СКО оценки координат. Перспективным направлением представляется анализ и применение алгоритмов сверхразрешения, теоретические основы для которых активно разрабатываются в настоящее время.

3. В настоящей статье получены аналитические выражения для СКО измерения одной координаты при известных остальных координатах. Очевидно, необходимо получить выражения для СКО всех координат в соответствие с навигационной задачей, определяемой системой уравнений (2).

Список литературы

1. Соловьёв Ю.А. Системы спутниковой навигации / Ю.А. Соловьёв. – М.: Эко-Трендз, 2000. – 267 с.
2. Глобальні супутникові системи навігації та зв'язку на транспорті: навчальний посібник для ВУЗів транспортного профілю / Л.С. Беляєвський, А.М. Ткаченко, П.Р. Левковець, Є.О. Топольський, А.А. Сердюк. – К.: В-во «ДажБог», 2009. – Л., табл., бібліогр. – 216 с.
3. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / [Бакитько Р.В. и др.] – М.: Радиотехника, 2005. – 688 с.
4. Официальный веб сайт глобальной навигационной спутниковой системы Galileo [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: <http://www.gsa.europa.eu>.
5. Официальный веб сайт системы NAVSTAR(GPS) [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: <http://www.navcen.uscg.gov/?pageName=GPS>.
6. Официальный веб-сайт спутниковой навигационной системы Бейдоу (Китай) [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: <http://www.beidou.gov.cn/>

7. Пространственно – временная обработка сигналов / [Кремер А.И., Петров В.М. и др.]. – М.: Радио и связь, 1984. – 224 с.

8. Фалькович С.Е. Оценка параметров сигнала / С.Е. Фалькович. – М.: Советское радио, 1970. – 331 с.

9. Ширман Я.Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос. – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.

10. Зотов С.А. Методы сверхразрешения в задачах радиопеленгации / С.А. Зотов, Е.С. Макаров, Ю.Б. Нечаев // Информационные процессы и технологии в обществе и экономике. – 2006. – № 3. – С. 12-26.

11. Rfпроект для GPS приёмников. Описание. – Компания «и-bloxag», Швейцария.

12. Статистический анализ сверхразрешающих методов пеленгации источников шумовых излучений в AP при конечном объеме обучающей выборки / Д.И. Леховицкий, П.М. Флексер, Д.В. Атаманский, И.Г. Кирилов // Антенны. – 2000. – Вып. 2 (45). – С. 23-39.

13. Баранов Г.Л. Комплексные измерения параметров движения мобильного объекта с учётом знаний волнового фронта электромагнитной волны от навигационных спутников космической системы / Г.Л. Баранов, А.В. Цулая, В.П. Шарко // Сучасні інформаційні технології в управлінні та професійній підготовці операторів складних систем: V Міжнародна науково-практична конференція. – Кіровоград: ДЛАУ. – 2010. – С. 8.

14. Баранов Г.Л. Принципы определения координат движущегося объекта по фазовым характеристикам принимаемых сигналов глобальных навигационных спутниковых систем / Г.Л. Баранов, А.В. Цулая, В.П. Шарко // Системы управления, навигации и связи. – К.: ЦНДІ НІУ, 2012. – Вып. 1 (21). – С. 12-17.

15. Радиотехнические системы: учебник для вузов по спец. «Радиотехника» / [Гришин Ю.П. и др.]. – М. Высш. шк., 1990. – 496 с.

16. Худсон Д. Статистика для физиков. Лекции по теории вероятностей и элементарной статистике: пер. с англ. / Д. Худсон. – М.: Мир, 1970. – 292 с.

Поступила в редколлегию 5.04.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Г.Л. Баранов, ГП «Центральный научно-исследовательский институт навигации и управления», Киев.

ВИЗНАЧЕННЯ ПОТЕНЦІЙНОЇ ТОЧНОСТІ ВИМІРЮВАНЬ КООРДИНАТ ЗА ФАЗОВИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ РАДІОСИГНАЛІВ ГЛОБАЛЬНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СУПУТНИКОВИХ СИСТЕМ

В.П. Шарко

У роботі досліджені потенційні можливості визначення координат навігаційних об'єктів за фазовими характеристиками радіосигналів глобальних навігаційних супутникових систем, отримані аналітичні вирази для розрахунку середньоквадратичних похибок вимірювань, приведені результати експериментального моделювання процесу визначення координат навігаційного об'єкту з використанням методів максимальної правдоподібності та Кейпона.

Ключові слова: супутникова радіонавігація, просторова обробка, потенціальна точність, максимальна правдоподібність, надовирішення.

DEFINITION OF THE COORDINATE MEASUREMENT ACCURACY BASED ON THE RADIO SIGNAL PHASE FEATURES IN THE GLOBAL NAVIGATION SATELLITE SYSTEMS

V.P. Sharko

The potential possibilities of navigation object coordinate measurements based on the radio signal phase parameters in the global navigation systems are investigated in the article. New analytical expressions for the measurement deviation are brought out. Results of the experimental investigations of the given expressions for Maximum Likelihood Estimation and Capon Method are presented.

Keywords: satellite radio navigation, three-dimensional working, potential accuracy, maximum likelihood, the super-permission.