

УДК 004.9 : 621.39

Г.Я. Криховецький, А.О. Поляков

Інститут спеціального зв'язку та захисту інформації НТУ України «КПІ», Київ  
Харківський національний економічний університет, Харків

## МОДЕЛЮВАННЯ ТОПОЛОГІЧНОЇ СТРУКТУРИ ВТОРИННОЇ МЕРЕЖІ ЗВ'ЯЗКУ

Запропонована математична модель вторинної мережі зв'язку, що накладається на існуючу структуру. Для цього запропонований варіант моделі повнозв'язної структури, що трансформується в регулярну структуру із заданою зв'язністю. Синтез вторинної структури проводиться з урахуванням існуючих фрагментів мережі і використовує для локальної оптимізації структури метод Стейнліца.

**Ключові слова:** мережа зв'язку, топологічна структура, регулярна структура.

### Вступ

Відомі методи синтезу топологічної структури мережі [1 – 3] орієнтовані на проектування новостворюваних мереж без урахування умов щодо використання існуючих мережевих фрагментів. Крім того, при створенні відомчих мереж можуть використовуватися вузли комутації і типові канали зв'язки, що отримуються на умовах оренди.

При синтезі мереж без використання обхідних шляхів передачі інформації ці обставини можуть виявитися неістотними, оскільки замість вартості прокладки незалежної лінії між кожною парою вузлів завжди можна використовувати вартість оренди найкоротшого шляху між цими вузлами по первинній мережі. Проте організація прямих напрямів зв'язку між різними вузлами комутації по незалежних трасах переважніше з погляду надійності зв'язку [4]. Тому задача побудови топологічної структури вторинної мережі зв'язку є **актуальною**, а підхід до її рішення за допомогою розробки відповідної математичної моделі є **метою даної статті**.

### 1. Моделювання топологічної структури первинної мережі

Для отримання моделі статичного розподілу потоків первинної мережі, котра може бути покладена в основу статичних алгоритмів управління потоками інформації, представимо модель мережі у вигляді повнозв'язного графа  $G$ , що складається з  $k$  вузлів, два з яких є виділеними як джерело  $S$  і приймач  $t$ . Визначимо потік в довільній гілці мережі  $F_{ij}$  рівним сумі всіх транзитних потоків  $X_p$ , що проходять через цю гілку, тобто:

$$F_{ij} = \sum_{p \in P} X_p, \quad i, j = \overline{1, k}, \quad (1)$$

де  $P$  – множина всіх можливих маршрутів.

Система рівнянь (1) не є однозначною, оскільки кількість транзитних потоків мережі суттєво перевищує кількість гілок  $F_{ij}$ , тому в системі (1) кількість змінних перевищує число рівнянь. Оскільки

дана система є системою лінійних рівнянь, то може розглядатися як задача лінійного програмування (ЛП), в якому система (1) виступає в якості обмежень. Вона може бути вирішена при відповідному виборі цільової функції, наприклад, табличним симплекс-методом [4].

Для будь-якої пари кореспондуючих абонентів  $S$  і  $t$  можна записати систему рівнянь, що включають  $\beta \leq k - 2$  транзитних вузлів. Враховуючи велику кількість пугніх потоків, для простоти обмежимо передачу інформації тільки по маршрутах, що містять не більше двох транзитних вузлів. Тоді загальна кількість  $N_p$  змінних (пугніх потоків  $X_p$ ) відповідно до [4] визначається кількістю розміщень і складає:

$$N_p = 1 + \sum_{z=1}^{\beta} A_z = 1 + \beta + \frac{\beta(\beta-1)}{2} \quad (2)$$

За цих умов система обмежень може бути представлена в такому вигляді:

$$\begin{cases} F_{si} = \sum_{j=1}^{\beta} X_{(i-1)\beta+j}; & i, j = \overline{1, \beta}; j > i; \\ F_{it} = \sum_{j=1}^{\beta} X_{[(j-1)\beta+i]}; \\ F_{ij} = X_{(i-1)\beta+j} - X_{(j-1)\beta+i}; \\ F_{st} = X_0. \end{cases} \quad (3)$$

### 2. Перехід від повнозв'язної мережі до регулярної структури із заданою зв'язністю

Найбільш надійна топологічна структура мережі припускає повнозв'язність відповідного графа. Проте дану структуру навряд чи доцільно реалізувати на практиці при синтезі мереж передачі даних із-за її надзвичайно високої вартості, особливо в тих випадках, коли цього не вимагається за умовами надійності. Та обставина, що при подібній структурі кожен абонент може зв'язуватися з будь-яким іншим по самостійному каналу, полегшує рішення задачі маршрутизації повідомлень, але часто виявляється

недостатнім в умовах деградації мережі. Рівняння (3) передбачають, крім того, альтернативні маршрути передачі по шляхах, що містять один або два транзитні вузли. Завдяки цьому, рівняння (3) можуть легко трансформуватися стосовно безнадмірних структур, наприклад, методом виключення гілок [5], до отримання структур із заданою зв'язністю.

Найбільш просто дану процедуру здійснити методом впорядкованого виключення гілок для отримання регулярної структури із заданими властивостями із звиканням вимог щодо надійності (зв'язності). Так, наприклад, якщо виключити зв'язки між всіма вузлами, які утворюють зовнішній гамільтонів цикл, то зв'язність графа зменшується на дві одиниці [5]. Рівняння (3) при цьому значно спростяться за рахунок того, що частина змінних звернеться в нуль:

$$\begin{aligned} F_{st} &= 0; \\ F_{sl} &= \sum_{j=1}^{\beta} X_j = 0; \\ F_{\beta t} &= \sum_{j=1}^{\beta} X_{\beta j} = 0; \\ F_{i(i+1)} &= X_{(i-1)(\beta+1)+2} - X_{i(\beta+1)} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Оскільки  $F_{sl}, F_{\beta t}, F_{i(i+1)}$  звертаються в нуль, то звертаються в нуль і всі путні потоки  $X_j, X_{\beta j}, X_{[(i-1)(\beta+1)+2]}, X_{i(\beta+1)}$ , котрі в сумі утворюють відповідні потоки в гілці. Після таких змін необхідно використати умову закону збереження потоку. Оскільки відбувається різке скорочення кількості путніх потоків (змінних), система рівнянь, що залишилася, виявляється однозначною, тобто має єдине рішення.

На практиці виникає самостійна задача управління потоками, пов'язана з розробкою адаптивних алгоритмів управління, що реагують як на зміни потоків за межами номінальних значень, так і на динамічні зміни стану і продуктивність елементів мережі. При цьому виникають певні труднощі, причина яких полягає в тому, що в динамічних алгоритмах процеси, що описують поведінку системи, залежать від ухвалюваних рішень, а ці рішення повинні враховувати поточний стан мережі. Це означає, що кожним початковим умовам відповідатиме власний оптимальний розподіл потоків, а для оптимальної маршрутизації необхідно кожного разу вирішувати завдання оптимізації за нових початкових умов, що не тільки вимагає знання стану мережі на кожен момент, але й не може бути виконане в реальному масштабі часу. Ця задача у загальному випадку не пов'язана з топологічним проектуванням та повинна вирішуватися шляхом застосування розвинутої системи управління, що підтримує гармонійну внутрішню організацію мережі. При цьому мета статичного управління – збереження трафіку в межах, сумісних з наявними ресу-

рсами при швидкостях передачі, близьких до номінальної величини. Важливим чинником є простота управління потоками, яка знаходиться в прямій залежності від строгої впорядкованості структури, оскільки в цьому випадку вдається зв'язати аналітичними залежностями потоки в гілках і путні потоки.

### 3. Синтез вторинної структури з урахуванням існуючих фрагментів мережі

Щоб перейти від визначення місцеположення вузлів комутації до синтезу вторинної мережі, необхідно привести зв'язки між абонентами до зв'язків між вузлами комутації. Після цього задача побудови міжвузлової мережі може бути сформульована в такому вигляді:

На деякій території задано розташування  $k$  вузлів комутації між якими необхідно організувати обмін потоками інформації, відповідно до матриці зв'язків  $\|\lambda_{ij}\|$ ,  $i, j = \overline{1, k}$ . Вимоги до якості задаються допустимою величиною середньої затримки  $\bar{T}_{\text{зад}}$  і рівнем відмов в обслуговуванні  $P_{\text{треб}}$ . Також необхідно передбачити наявність декількох незалежних маршрутів передачі інформації між кожною парою взаємодіючих вузлів  $S$  і  $t$ , щоб ймовірність зв'язності цих вузлів була не менш заданою. Потрібні канали можуть бути виділені з первинної мережі, причому вартість оренди і залежність надійності каналу від відстані відомі. Потрібно побудувати вторинну мережу зв'язку, що задовольняє вищеперерахованим вимогам при мінімальній вартості її реалізації. У разі великих навантажень початкова ефективність використання каналів виявляється достатньо великою, тому їх об'єднання не призводить до позитивного результату, оскільки приріст ефективності компенсується збільшенням вартості.

Таким чином, для вирішення першого часткового завдання спочатку доцільно організувати прямі пучки каналів по найкоротших шляхах між сильно тяжіючими вузлами комутації, щоб унеможливити перенасичення решти каналів транзитними потоками інформації. Ці пучки каналів наносяться на схему первинної мережі зв'язку. Якщо отримана в результаті топологічна структура істотно відрізняється від планованої регулярної структури, то необхідно здійснити її подальше перетворення з метою максимального наближення до реальних можливостей первинної мережі.

Найдоцільніше для цієї мети використовувати метод Стейгліца [5], оскільки в цьому випадку найпростіше задовольнити вимозі по надійності при мінімальній вартості мережі. Як допустима початкова структура, що задовольняє вимозі по зв'язності, може бути використана регулярна топологічна структура із заданим числом вузлів графа і відпо-

відним розташуванням первинної мережі. Заміні підлягають ті гілки, які в отриманій структурі відсутні, і прокладка яких не може бути здійснена.

Розглянемо рішення задачі синтезу структури міжвузлової мережі в приведеній вище постановці з використанням модифікованого методу Стейгліца [5], якщо відома кількість і місцеположення вузлів комутації і задані навантаження між кожною парою ( $i, j$ ) вузлів комутації у вигляді приведенної матриці навантажень  $\|F_{ij}\|$ . Підлягаючий оптимізації середній час затримки  $\bar{T}_{\text{зад}}$  визначається з формули Літтла [3]:

$$\bar{T}_{\text{зад}} = \frac{1}{\gamma} \sum_{i,j=1}^k N_{i,j}. \quad (5)$$

У простому випадку СМО типу М/М/1 [5], отримаємо

$$\bar{T}_{\text{зад}} = \frac{1}{\gamma} \sum_{i,j=1}^k \frac{F_{i,j}}{V_{i,j} - F_{i,j}} \rightarrow \min. \quad (6)$$

Як обмеження використовуємо сумарну вартість всіх гілок, яку представимо в такому вигляді [5].

$$D = \sum_{i,j}^k (z_{i,j} a_{i,j} + b_{i,j} F_{i,j}) \leq D_{\text{треб}}, \quad (7)$$

де  $z_{i,j} = 1$ , якщо між вузлами  $i, j \in$  гілка;  $z_{i,j} = 0$ , якщо гілка відсутня;  $a_{i,j}, b_{i,j}$  – коефіцієнти пропорційності.

Складаємо функціонал оптимізації

$$\Phi = \frac{1}{\gamma} \sum_{i,j=1}^k \frac{F_{i,j}}{V_{i,j} - F_{i,j}} + P \sum_{i,j=1}^k (z_{i,j} a_{i,j} + b_{i,j} F_{i,j}). \quad (8)$$

Використовуючи метод невизначених множників Лагранжа і обчислюючи значення часткових похідних  $\frac{\partial \Phi}{\partial F_{i,j}} = 0$ , отримаємо оптимальні значення

потоків в кожній гілці

$$F_{i,j} = V_{i,j} - d \sqrt{V_{i,j}}, \quad (9)$$

$$d = \frac{\sum_{i,j=1}^k (z_{i,j} a_{i,j} + b_{i,j} V_{i,j}) - D_{\text{треб}}}{\sum_{i,j=1}^k \sqrt{b_{i,j} V_{i,j}}}$$

При цьому мінімальний середній час затримки визначається таким виразом [4]:

$$\bar{T}_{\text{зад}}^{\min} = \frac{k}{\gamma d} \left( -1 + \frac{1}{k} \sum_{i,j=1}^k \sqrt{V_{i,j}} \right). \quad (10)$$

Таким чином, вдається встановити залежність пропускних спроможностей гілок від навантаження і врахувати показник якості – середній час затримки. Як початкову структуру можна використовувати регулярний граф із заданою зв'язністю. Надалі робота алгоритму не змінюється, і пошук допустимих Х-трансформацій здійснюється в тій же послідовності, поки не буде знайдена локально-оптимальна структура мережі.

## Висновки

Розроблений підхід до побудови математичної моделі вторинної мережі зв'язку, що накладається на існуючу структуру. Для цього використовується варіант моделі повнозв'язної структури, який трансформується в регулярну структуру із заданою зв'язністю. Синтез вторинної структури проводиться з урахуванням існуючих фрагментів мережі і використовує при оптимізації структури метод Стейгліца. В результаті будується локально-оптимальна структура вторинної мережі зв'язку.

## Список літератури

1. Олифер В.Г., Олифер Н.А. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы/– СПб.: Питер, 2006. – 958 с.
2. Поповский В.В. Математические основы управления и адаптации в телекоммуникационных системах / В.В. Поповский, В.Ф. Олейник. – Х.: ООО "Компания СМИТ", 2011. – 362 с.
3. Конахович Г.Ф. Сети передачи пакетных данных / Г.Ф. Конахович, В.М. Чуприн. – К.: МК-Пресс, 2006. – 272 с.
4. Кучук Г.А. Управление ресурсами инфотелекоммуникаций / Г.А. Кучук, Р.П. Гахов, А.А. Пашичев. – М.: Физматлит, 2006. – 220 с.
5. Таненбаум Э.С. Компьютерные сети. 5-е изд. / Э.С. Таненбаум, Д. Уэзеролл. – СПб.: Питер, 2012. – 960 с.

Надійшла до редколегії 9.08.2013

Рецензент: д-р техн. наук проф. І.В. Рубан, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ВТОРИЧНОЙ СЕТИ СВЯЗИ

Г.Я. Криховецкий, А.А. Поляков

Предложена математическая модель вторичной сети связи, накладываемой на существующую структуру. Для этого предложен вариант модели полносвязной структуры, трансформируемый в регулярную структуру с заданной связностью. Синтез вторичной структуры проводится с учетом существующих фрагментов сети и использует для локальной оптимизации структуры метод Стейгліца.

**Ключевые слова:** сеть связи, топологическая структура, регулярная структура.

## DESIGN OF TOPOLOGY SECOND COMMUNICATION NETWORK STRUCTURE

G.Ya. Krikhovecky, A.A. Polyakov

The mathematical model of the second communication, laid on on an existent structure network is offered. The variant of model of fullcoherent structure, transformed in a regular structure with the set compendancy, is offered for this purpose. The synthesis of the second structure is conducted taking into account the existent fragments of network and utilizes Steyglie method for peep-hole optimization of structure.

**Keywords:** communication network, topology structure, regular structure.