УДК 351.746.1:004 (477)

О.Л. Луцький

Національна академія Державної прикордонної служби України імені Богдана Хмельницького, Хмельницький

МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУ ІНТЕНСИВНОСТІ ПОТОКУ ТИПОВИХ ПРАВОПОРУШЕНЬ НА ДІЛЯНЦІ ВІДПОВІДАЛЬНОСТІ ОРГАНУ ОХОРОНИ ДЕРЖАВНОГО КОРДОНУ ПОЗА ПУНКТАМИ ПРОПУСКУ

Розроблено модель для прогнозування інтенсивності типових правопорушень на ділянці відповідальності органу охорони державного кордону поза пунктами пропуску на період охорони державного кордону, з одночасним урахуванням довірчих характеристик отриманих оцінок.

Ключові слова: *орган охорони державного кордону, інтенсивність типових правопорушень.*

Вступ

Постановка проблеми. Однією з умов протидії протиправної діяльності на ділянці відповідальності органу охорони державного кордону (ООДК), є своєчасне одержання випереджувальної інформації про правопорушників [1]. З цією метою на ділянці проводиться моніторинг обстановки – систематичне добування та опрацювання інформації для прогнозування обстановки і поліпшення рішень [2].

Під час оцінки обстановки та формування пропозицій начальнику ООДК щодо прийняття рішення, використовуються методи, які вимагають наявності об'єктивних кількісних показників умов обстановки, та характеризують можливий результат реалізації оперативно-службової діяльності (ОСД) прикордонного підрозділу. У результаті оцінки обстановки в управлінні ООДК визначаються ймовірні місця перетинання державного кордону правопорушниками або місця їхньої появи в тилу ділянки відповідальності ООДК, способи переміщення, тощо [1, 2]. За даними аналізу і узагальнення правопорушень, які мали місце на ділянці відповідальності ООДК за минулий період охорони кордону (рік), формуються ознакові образи правопорушень та виконується прогнозування інтенсивності типових протиправних дій.

Наявність неточних поточних та прогнозованих даних створює несприятливі умови для затримання правопорушників на ділянках відповідальностей відділів прикордонної служби, що призводить до збільшення ресурсних витрат і зменшення надійності охорони кордону. Існуючі методи прогнозування інтенсивності правопорушень орієнтовані на одержання середньостатистичних оцінок без урахування діапазону їх значень, що знижує надійність прийнятих рішень. Таким чином, стає актуальною проблема прогнозування інтенсивності типових правопорушень на ділянці відповідальності органу охорони державного кордону поза пунктами пропуску на період охорони державного кордону, з одночасним урахуванням довірчих характеристик отриманих оцінок.

Аналіз останніх публікацій. У найбільш близькій за даною темою роботі [3] розроблена модель прогнозу інтенсивності потоку задач для дільничних інспекторів прикордонної служби на ділянці відповідальності відділу прикордонної служби, але без оцінок точності прогнозу.

Таким чином, задача прогнозу інтенсивності надходження типових протиправних дій на ділянці відповідальності ООДК поза ППр з урахуванням оцінок довірчого інтервалу і довірчої ймовірності динаміки змін кількості типових правопорушень за одиницю часу (місяць, рік) на період прийняття рішення на охорону кордону у відомих працях не вирішена.

Метою статті є розробка моделі прогнозу інтенсивності потоку типових правопорушень на ділянці відповідальності органу охорони державного кордону поза пунктами пропуску через державний кордон, яка дозволяє виконувати прогнозування інтенсивності типових правопорушень на період охорони державного кордону з подальшим визначенням напрямів зосередження основних зусиль в межах відповідних ділянок відповідальностей відділів прикордонної служби.

Основний матеріал

Процес прогнозу інтенсивності надходження типових правопорушень на ділянці відповідальності ООДК з необхідними оцінками довірчого інтервалу і довірчою ймовірності динаміки змін інтенсивності типових правопорушень на період охорони кордону розглянемо з використанням ілюстративного прикладу.

Приклад. У результаті оперативно-службової діяльності Чопського прикордонного загону в 2012 році на ділянці відповідальності поза пунктами пропуску було зафіксовано 114 типових порушень (табл. 1 [4]). Необхідно виконати прогноз інтенсивності надходження типових правопорушень на ділянці відповідальності з необхідним довірчим інтервалом і довірчою ймовірністю динаміки змін інтенсивності типових правопорушень на період охорони держкордону.

Рішення. Для зручності проведення розрахунків представимо шукане значення інтенсивності потоку типових правопорушень символом (λ), номер місяця, для якого є статистичні дані про кількість (y_i) типових правопорушень, представимо символом (x_i). Тоді результати статистичних спостережень за типовими правопорушеннями на ділянці відповідальності ООДК по місяцях представимо у вигляді табл. 1.

Таблиця 1

Дані про кількість типових правопорушень на ділянці відповідальності ООДК поза ППр за 2012 рік

x (номер місяця)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y(поруш./ місяць)	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}
	6	2	5	8	9	12	16	19	14	10	6	7

Для згладженого подання значень величини y як функції величини x скористаємося методом найменших квадратів [5]. У загальному випадку за допомогою методу найменших квадратів вирішується задача підбору такої аналітичної залежності

$$y(x) = \Psi_m(x, a_0, a_1, \ldots, a_m),$$

графік якої не обов'язково проходив би через всі задані точки, але максимально "згладжував" би випадкові погрішності обмірюваних ординат функції $y_i = f(x_i)$ $(i = 1, 2, ..., n)$, тобто щоб сума квадратів відхилень значень аналітичної залежності $\Psi_m(x_i, a_0, a_1, \ldots, a_m)$ від значень $y_i = f(x_i)$ у цих точках була мінімальною:

$$S = \sum_{i=1}^{n} [y_i - \Psi_m(x_i)]^2 \Rightarrow \min. \qquad (1)$$

Процес апроксимації полягає в підборі виду формули $\Psi_m(x, a_0, a_1, \ldots, a_m)$ і значень параметрів $a_0, a_1, \ldots, a_m$, виходячи з вимоги (1).

Згідно з вимогою мінімізації відхилення значень $\Psi_m(x_i)$ від значень $y_i = f(x_i)$, система рівнянь для визначення (a_k) формується шляхом перебору похідних по кожному параметру (a_k) від рівняння (1) і прирівнювання їх до нуля.

$$\frac{\partial S}{\partial a_k} = -2 \times$$
$$\times \sum_{i=1}^{n} [y_i - \Psi_m(x_i, a_0, \ldots, a_k, \ldots, a_m)] \cdot \left(\frac{d\Psi_m}{da_k}\right)_{x_i} = 0.$$
$$k = 0, 1, \ldots, m$$

Розділивши ліву і праву частини на множник (-2), отримаємо:

$$\sum_{i=1}^{n} [y_i - \Psi_m(x_i, a_0, \ldots, a_k, \ldots, a_m)] \cdot \left(\frac{d\Psi_m}{da_k}\right)_{x_i} = 0; \tag{2}$$
$$k = 0, 1, \ldots, m,$$

де $\left(\frac{d\Psi_m}{da_k}\right)_{x_i} = \Psi'_{a_k}(x_i, a_0, \ldots, a_k, \ldots, a_m)$ – значення часткової похідної функції Ψ_m за параметром a_k.

Для рішення системи рівнянь (2) потрібно задатися конкретним видом апроксимуючої функції Ψ_m. У зв'язку з можливою нелінійною зміною кількості типових порушень на ділянці відповідальності ВПС по місяцях (табл. 1) виберемо як аналітичну функцію поліном другого порядку:

$$I(x) \approx \Psi_2(x, a_0, a_1, a_2) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2. \tag{3}$$

Тоді часткові похідні апроксимуючої функції Ψ_m. виявляться рівними:

$$\left[\Psi_2(x, a_0, a_1, a_2)\right]'_{a_0} = 1; \left[\Psi_2(x, a_0, a_1, a_2)\right]'_{a_1} = \\ = x; \left[\Psi_2(x, a_0, a_1, a_2)\right]'_{a_2} = x^2. \tag{4}$$

Підставивши вираз (4) у (2), отримаємо систему із трьох рівнянь:

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n}\left[y_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2)\right] \times 1 = 0; \\ &\sum_{i=1}^{n}\left[y_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2)\right] \times x_i = 0; \\ &\sum_{i=1}^{n}\left[y_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2)\right] \times x_i^2 = 0. \end{aligned}\right\}$$

Після розкриття дужок знаходимо:

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n} y_i - na_0 - a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i - a_2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 0; \\ &\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - a_0 \sum_{i=1}^{n} x_i - a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - a_2 \sum_{i=1}^{n} x_i^3 = 0; \\ &\sum_{i=1}^{n} x_i^2 y_i - a_0 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^3 - a_2 \sum_{i=1}^{n} x_i^4 = 0. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Для подальшого аналізу введемо позначення початкових статистичних моментів:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \overline{y}; \quad \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \overline{x}; \quad \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \overline{x^2};$$

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^3 = \overline{x^3}; \quad \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^4 = \overline{x^4}; \quad \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = \overline{xy};$$
$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 y_i = \overline{x^2 y}.$$

Розділимо рівняння (5) на об'єм вибірки n і скористаємося позначеннями початкових моментів та отримаємо систему із трьох рівнянь із трьома невідомими (a_0, a_1, a_2):

$$\left.\begin{aligned} &a_0 + a_1\overline{x} + a_2\overline{x^2} = \overline{y}; \\ &a_0\overline{x} + a_1\overline{x^2} + a_2\overline{x^3} = \overline{xy}; \\ &a_0\overline{x^2} + a_1\overline{x^3} + a_2\overline{x^4} = \overline{x^2 y}. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Рішення системи рівнянь знайдемо з використанням визначників Крамера. Значення і розмірність шуканих коефіцієнтів апроксимації набудуть вигляду:

$$a_0 = \frac{\Delta_{a_0}}{\Delta} \cdot \left(\left[x^6 y\right] \Big/ \left[x^6\right]\right) = \frac{\Delta_{a_0}}{\Delta}[y]; \tag{7}$$

$$a_1 = \frac{\Delta_{a_1}}{\Delta} \cdot \left(\left[x^5 y\right] \Big/ \left[x^6\right]\right) = \frac{\Delta_{a_1}}{\Delta}\left[\frac{y}{x}\right]; \tag{8}$$

$$a_2 = \frac{\Delta_{a_2}}{\Delta} \cdot \left(\left[x^4 y\right] \Big/ \left[x^6\right]\right) = \frac{\Delta_{a_2}}{\Delta}\left[\frac{y}{x^2}\right]. \tag{9}$$

Для перевірки запишемо початковий вираз (3) з урахуванням розмірності коефіцієнтів апроксимації (розмірність у [поруш./місяць]):

$$I(x) \approx \\ \approx a_0[y] + a_1 \cdot x\left[\frac{y}{x}\right] + a_2 \cdot x^2\left[\frac{y}{x^2}\right] = y(x), [y]. \tag{10}$$

Підсумкова розмірність I(x) у (10) збігається з розмірністю величини y. Тому результати виконаної перевірки розмірності виразів свідчать на користь коректності отриманих формул.

Таким чином, прогнозоване значення інтенсивності типових правопорушень на ділянці відповідальності ООДК на конкретний місяць x можна визначити за формулою:

$$I(x) \approx a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2, \tag{11}$$

де a_i – значення коефіцієнтів апроксимації (за розрахунками (7)–(9)).

У результаті проведених розрахунків за формулами (1)–(11), для заданих умов прикладу, прогнозоване значення інтенсивності типових правопорушень на ділянці відповідальності ВПС типу "В" "Новоселиця" на конкретний місяць можна визначити за формулою:

$$I(x) = -3{,}1818 + 4{,}5235 \cdot x - 0{,}3087 \cdot x^2. \tag{12}$$

Вимір якості використовуваної інформації про інтенсивність типових протиправних дій дозволяє надалі отримувати прогнозовані дані інтенсивності протиправної діяльності із заданою точністю та виконувати розрахунок необхідних сил і засобів для виконання оперативно-службової діяльності на прогнозований період. Тому надалі існує необхідність у визначенні довірчого інтервалу і довірчої ймовірності отриманих статистичних даних [5].

В якості показника вірогідності інформації про значення інтенсивності типових правопорушень можна прийняти довірчу ймовірність (β), з якої прогнозоване невідоме істинне значення I попадає в довірчий інтервал ± ε отриманої оцінки $\tilde{I}$ цього параметра. Імовірність такої події можна записати наступним способом [5]:

$$P([\tilde{I} - \varepsilon] < I < [\tilde{I} + \varepsilon]) = P(|\tilde{I} - I|) < \varepsilon = \beta. \quad (13)$$

Таке рівняння означає, що з довірчою імовірністю β невідоме істинне середнє значення інтенсивності типових правопорушень попадає на довірчий інтервал I_β :

$$I_\beta = (\tilde{I} - \varepsilon; \tilde{I} + \varepsilon). \quad (14)$$

Тоді діапазон практично можливих значень помилок, які виникають при заміні істинного значення параметра I на його оцінку $\tilde{I}$, з імовірністю β буде дорівнювати $\tilde{I} \pm \varepsilon$.

При статистичних оцінках середнього значення (математичного сподівання) ознаки, використання нормального закону часто стає виправданим для об'єму вибірки $n > 50$ одиниць. На практиці при оцінці математичного сподівання $m \approx \tilde{x}$ значення ознаки ξ, в генеральній сукупності з нормальним розподілом значень цієї ознаки, виникають ситуації, коли оцінки доводиться робити за вибіркою малого об'єму ($n \le 30$), коли закон розподілу середнього арифметичного (суми випадкових величин):

$$m \approx \tilde{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i , \quad (15)$$

значно відрізняється від нормального, а випадкове значення середнього арифметичного ще непередбачене і коливається під час надходження чергового значення x_i ознаки ξ. В такій ситуації використання нормального закону для визначення погрішності оцінок, а саме величини довірчого інтервалу і довірчої ймовірності, виявляються мало придатними для практики. Для оцінки виникаючих погрішностей слід використати закон розподілу Стьюдента [5], який щораз передбачає необхідність переходу від випадкової величини $\tilde{x}$ з математичним сподіванням $m = \bar{x}$, де $\bar{x}$ – середнє арифметичне генеральної сукупності, до нормованої випадкової величини t:

$$t = (\tilde{x} - m)/\sigma_m , \quad (16)$$

для якої $m_t = 0$, $\sigma_t = 1$.

Для визначення дисперсії середнього арифметичного використовується відомий [5] вираз:

$$D[m] = D[\tilde{x}] = D_{x.\,испр}/n , \quad (17)$$

де $D_{x.\,испр} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \tilde{x})^2$.

Для випадку обмеженої дисперсії ($D_x < \infty$) значення ознаки ξ дисперсія середнього арифметичного при збільшенні об'єму вибірки буде прагнути до нуля, а середнє арифметичне, відповідно до теореми Чебишева, буде прагнути до математичного сподівання [5]:

$$\lim_{n\to\infty} D[m] = \lim_{n\to\infty} D[\tilde{x}] = \lim_{n\to\infty} D_x/n = 0 ;$$

$$\lim_{n\to\infty} (\tilde{x}) = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right) = m = \bar{x} .$$

У такому випадку чисельник і знаменник в (16) при збільшенні об'єму вибірки будуть зменшуватися. У підсумку щільність розподілу нормованої випадкової величини t виявляється залежною від об'єму вибірки n (точніше – від числа ступенів свободи $k = n - 1$) і від порогового значення x [5]:

$$f_k(x) = A \cdot \left(1 + x^2/k\right)^{-(k+1)/2}, \quad x \in (-\infty; \infty) ;$$

$$A = \mathbf{\Gamma}\left((k+1)/2\right) \Big/ \left(\mathbf{\Gamma}(k/2)\sqrt{\pi k}\right), \quad (18)$$

де $k = (n - 1)$ – число ступенів свободи при визначенні вибіркової дисперсії; Γ(z) – гамма-функція.

Імовірність того, що у вибірці, взятої з генеральної сукупності з нормальним розподілом значень ознаки x_i, нормована випадкова величина t (див. (16)) буде не більше заданої величини x, визначається [5] інтегральною функцією розподілу $F_k(x) = P(t < x)$:

$$P(t < x) = F_k(x) =$$

$$= \int_{-\infty}^{x} f_k(x)\,dx = A\int_{-\infty}^{x}\left(1 + x^2/k\right)^{-(k+1)/2} dx = S_1. \quad (19)$$

Чисельні значення цієї ймовірності залежать від двох параметрів – x і k. При збільшенні об'єму n вибірки значення функції $F_k(x)$ наближаються до значень (див. табл. 1) функції F(x) нормального розподілу нормованої випадкової величини:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-x^2/2} dx . \quad (20)$$

Імовірність $P_k(x)$ попадання випадкової величини t на інтервал своїх значень (–x; x) геометрично дорівнює площі під лінією $f_k(x)$ щільності розподілу на цьому інтервалі дорівнює:

$$P(t < |x|) = F_k(x) - F_k(-x) =$$

$$= \int_{-x}^{x} f_k(x)\,dx = 2F_k(x) - 1 = P_k(x).$$

Імовірність $P_k(x)$ зростає зі збільшенням аргументу x та зі збільшенням об'єму вибірки (числа ступенів свободи: $k = n - 1$). Для формального запису цих дій врахуємо виконаний перехід до нормованої випадкової величини (16) і за інформацією про необхідне значення ймовірності β знайдемо значення аргументу $t_{k,\beta}$, при якому шукана ймовірність $P_k(x)$ набуде необхідного значення β:

$$P(t < |x|) = P_k(x) = \beta = 1 - \alpha; \; \Rightarrow \arg P_k(\beta) = t_{k,\beta}. \quad (21)$$

Значення аргументу $t_{k,\beta}$ заздалегідь розраховується для різних значень довірчої ймовірності β і для різного числа ступенів свободи k.

Відповідно до умови (21) у вибірці нормована випадкова величина t з імовірністю β повинна бути менше величини $t_{k,\beta}$, тобто знаходитися лівіше точки $t_{k,\beta}$. Підставивши вираз змінної величини t у (21) отримаємо:

$$P(t < |x|) = P\left(|t| = \left|\frac{\tilde{x} - m}{\sigma_m}\right| < t_{k,\beta}\right) = P_k(x) = \beta; \Rightarrow$$
$$\Rightarrow |\tilde{x} - m| < \sigma_m t_{k,\beta} = \varepsilon. \quad (22)$$

Таким чином, отримане з вибірки значення середнього арифметичного $\tilde{x}$ з імовірністю β буде відрізнятися від прогнозованого значення $\overline{x} = m$ не більше, ніж на величину $\varepsilon = \sigma_m t_{k,\beta}$, що дозволяє оцінити максимальне і мінімальне значення очікуваної інтенсивності правопорушень конкретного типу та виконати розрахунки потрібного мінімального і максимального складу сил та засобів ДПСУ, достатнього для виконання задач на конкретній ділянці державного кордону.

У результаті виконаних розрахунків за формулами (17)–(22) для заданих умов прикладу (табл. 1) були отримані такі дані:

$$D_{x.\,испр} = 24,4545; \; D[m] = 2,03;$$

$$S_x = \sigma_x = \sqrt{D_x} = 4,9451; \; \sigma_m = \sigma_x / \sqrt{n} = 1,4275.$$

З урахуванням прийнятої довірчої ймовірності $P_k(x) = \beta = 0,95$ значення аргументу t_β функції розподілу Стьюдента $t_{k,\beta} = 2,201$ (див. [5]). Тоді величина $\varepsilon = \sigma_m t_{k,\beta} = 3,142$ (рис. 1).

У результаті отримане значення величини ε дозволяє визначити максимальне і мінімальне значення очікуваної інтенсивності правопорушень конкретного типу на ділянці відповідальності ООДК поза ППр.

Висновок

Розроблена модель прогнозу інтенсивності потоку типових правопорушень на ділянці відповідальності органу охорони державного кордону поза пунктами пропуску (6) – (22) надає можливість виконувати прогнозування значень інтенсивності надходження типових правопорушень на період прийняття рішення на охорону кордону з необхідним довірчим інтервалом і довірчою ймовірністю.

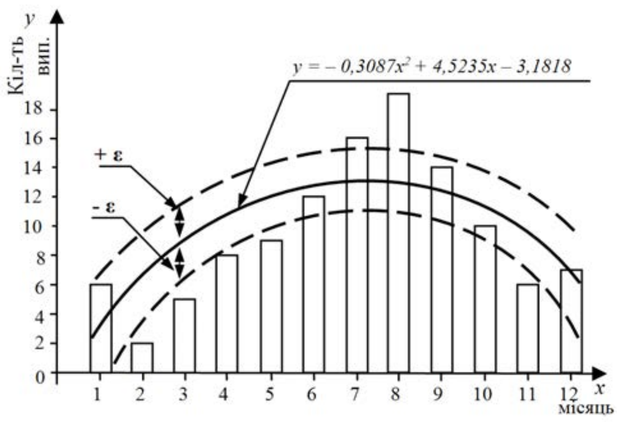

Рис. 1. Графік прогнозованої інтенсивності потоку типових правопорушень на ділянці відповідальності ООДК з урахуванням ($\pm\varepsilon$; ε = 3,142) максимального і мінімального значень очікуваної інтенсивності правопорушень конкретного типу

Список літератури

1. *Інструкція з організації оперативно-службової діяльності відділу прикордонної служби Державної прикордонної служби України : Наказ Адміністрації ДПСУ від 29.12.2009 № 1040. – К. : АДПСУ, 2009.*
2. *Про організацію системи моніторингу державного кордону : Наказ Адміністрації ДПСУ від 02.07.2010 № 506. – К. : АДПСУ, 2010.*
3. *Сторожук В. Ф. Методика оцінки ефективності виконання задач з охорони державного кордону дільничними інспекторами прикордонної служби на ділянках прикордонних застав прикордонного загону : дис. кандидата військових наук : 21.12.07 / Валерій Федорович Сторожук. – Хмельницький : Вид. НА ДПСУ, 2007. – 143 с.*
4. *Про оперативно-службову діяльність у 2011 році: Чопський прикордонний загін : Наказ № 8т від 05.12.2010 р. – Чоп : ЗхРУ, 2010 р.*
5. *Городнов В. П. Вища математика (популярно, із прикладами) : підручник. – Х. : НУА, 2005. – 384 с.*

Надійшла до редколегії 12.10.2013

Рецензент: д-р військ. наук, проф. В.П. Городнов, Академія внутрішніх військ МВС України, Харків.

МОДЕЛЬ ПРОГНОЗА ИНТЕНСИВНОСТИ ПОТОКА ТИПОВЫХ ПРАВОНАРУШЕНИЙ НА УЧАСТКЕ ОТВЕТСТВЕННОСТИ ОРГАНА ОХРАНЫ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ГРАНИЦЫ ВНЕ ПУНКТОВ ПРОПУСКА

А.Л. Луцкий

Разработана модель для прогнозирования интенсивности типовых правонарушений на участке ответственности органа охраны государственной границы вне пунктов пропуска на период охраны государственной границы, с одновременным учетом доверительных характеристик полученных оценок.

Ключевые слова: *орган охраны государственной границы, интенсивность типовых правонарушений.*

MODEL OF PROGNOSIS OF INTENSITY OF STREAM OF MODEL OFFENCES ON AREA OF RESPONSIBILITY OF ORGAN OF GUARD OF STATE BOUNDARY OUT OF POINTS OF ADMISSION

O.L. Lutskiy

A model is developed for prognostication of intensity of model offences on the area of responsibility of organ of guard of state boundary out of points of admission on the period of guard of state boundary, with the simultaneous account of confiding descriptions of the got estimations.

Keywords: *organ of guard of state boundary, intensity of model offences.*