
УДК 621.03

В.А. Краснобаев, Н.Г. Варига, Б.В. Гомилко, В.В. Капленко, А.Г. Лемешко, М.С. Мовчан

Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка, Полтава

МЕТОД ОБРАБОТКИ ДАННЫХ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ В ЦЕЛОЧИСЛЕННОМ ВИДЕ

В данной статье рассмотрен метод обработки данных, представленных в целочисленном виде. В качестве примера приведен метод исправления однократных ошибок в классе вычетов (КВ). В статье приведены конкретные примеры исправления однократных ошибок данных, представленных кодом КВ.

Ключевые слова: *целочисленные данные, непозиционная система счисления в классе вычетов, арифметическое непозиционное кодирование информации.*

Введение

В общем случае, для контроля, диагностики и исправления ошибок данных необходимо, чтобы кодовая структура обладала определенной корректирующей способностью. Для этого нужно ввести определенную информационную избыточность, т.е. применить метод информационного резервирования.

Это в полной мере относится к непозиционной кодовой структуре (НКС) в классе вычетов (КВ) [1 – 3]. Для любого произвольного КВ величина избыточности $R = M_0/M$ однозначно определяет корректирующие возможности непозиционного помехоустойчивого кода. Корректирующие коды в КВ могут иметь любые значения минимального кодового расстояния (МКР) $d_{\min}^{(KB)}$. Это зависит от значения величины R

избыточности. Известная [1] теорема устанавливает связь между избыточностью R корректирующего кода, значением $d_{\min}^{(KB)}$ МКР, и количеством k контрольных оснований КВ. Корректирующий код имеет значения $d_{\min}^{(KB)}$ МКР в том случае, если степень R избыточности не меньше произведения любых $d_{\min}^{(KB)} - 1$ оснований КВ. С одной стороны имеем, что

$$R \geq \prod_{i=1}^{d_{\min}^{(KB)} - 1} m_{q_i}, \quad \text{а с другой стороны} -$$

$$R = M_0 / M = \prod_{i=1}^{n+k} m_i / \prod_{i=1}^n m_i = \prod_{i=1}^k m_{n+i}. \quad \text{В этом случае,}$$

правомерно утверждать, что $d_{\min}^{(KB)} - 1 = k$, или

$$d_{\min}^{(KB)} = k + 1. \quad (1)$$

Существует два подхода к решению задачи обеспечения НКС в КВ необходимыми корректирующими свойствами.

Первый подход. Зная требования к корректирующим свойствам НКС, например, по количеству обнаруживаемых $t_{\text{обн.}}$ или исправляемых $t_{\text{исп.}}$ ошибок, ввести, за счет количества k или величины $\{m_{n+k}\}$ контрольных оснований, необходимую информационную избыточность R . Избыточность R определяет минимальное кодовое расстояние $d_{\min}^{(KB)}$ НКС в КВ.

Тогда, в соответствии с теорией помехоустойчивого кодирования (ТПК), для упорядоченного ($m_i < m_{i+1}$) КВ имеем, что

$$t_{\text{обн.}} \leq d_{\min}^{(KB)} - 1; \quad (2)$$

$$t_{\text{обн.}} \leq k; \quad (3)$$

$$t_{\text{исп.}} \leq \left\lfloor \frac{d_{\min}^{(KB)} - 1}{2} \right\rfloor; \quad (4)$$

$$t_{\text{исп.}} \leq \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor. \quad (5)$$

Второй подход. При заданной НКС

$A_{KB} = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel a_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel \dots \parallel a_{n+k})$ (при заданном значении k) корректирующие возможности (определяемые значением $d_{\min}^{(KB)}$) кода в КВ определяются в соответствии с выражениями (3) и (5).

Отметим, что если упорядоченный КВ расширяется путем добавления k контрольных оснований к n информационным модулям, то МКР $d_{\min}^{(KB)}$ помехоустойчивого кода увеличивается на величину k (см. выражение (1)).

Увеличить значения $d_{\min}^{(KB)}$ можно также за счет уменьшения числа n информационных оснований, т.е. за счет перехода к вычислениям с меньшей точностью. Очевидно, что между корректирующими R возможностями помехоустойчивых кодов и точностью W вычислений в КВ существует обратно про-

порциональная зависимость. Одна и та же ЭВМ может выполнять арифметические и другие операции с высокой W точностью, но небольшой корректирующей способностью R или с меньшей W точностью, но с более высокой корректирующей возможностью R по контролю, диагностики и исправлению ошибок данных, а также с более высоким быстродействием обработки данных (время выполнения основных операций в КВ обратно пропорционально числу n информационных оснований) [2, 4, 5].

Проведём анализ процесса возможной коррекции однократных ошибок данных в КВ при наличии минимальной информационной избыточности путём введения только одного ($k = 1$) контрольного основания. В этом случае, в соответствии с ТПК в КВ [1, 2, 6], МКР равно величине $d_{\min}^{(KB)} = k + 1$. Для $k = 1$ имеем МКР $d_{\min}^{(KB)} = 2$, что в соответствии с общей теорией помехоустойчивого кодирования, позволит гарантированно только обнаружить любую однократную ошибку (ошибку в одном из остатков a_i ($i = \overline{1, n+1}$)) в НКС.

Основная часть

В общем случае процесс коррекции ошибок данных в КВ, как и в позиционной системе счисления (ПСС), состоит из трёх этапов. Первый этап – контроль данных (определение правильности или неправильности исходного числа A_{KB}). Второй этап. Это диагностика неправильного \tilde{A}_{KB} числа (определение одного искажённого остатка \tilde{a}_i по основанию m_i КВ числа \tilde{A}_{KB}). И, наконец, третий этап, исправление неправильного остатка \tilde{a}_i на истинное a_i число, т.е. исправления неправильного \tilde{A}_{KB} числа (получение правильного числа $A_{KB} = \tilde{A}_{исп.}$).

Степень R информационной избыточности (корректирующие способности кода) оценивается величиной МКР $d_{\min}^{(ПСС)}$. В КВ, как отмечалось выше, значение МКР определяется соотношением $d_{\min}^{(KB)} = k + 1$, где k – количество контрольных оснований в упорядоченном КВ.

В данной статье будем рассматривать НКС

$$A_{KB} = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel a_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel \dots \parallel a_{n+k})$$

в КВ с минимальной ($k = 1$) дополнительной информационной избыточностью. В этом случае определено, что $d_{\min}^{(KB)} = 2$.

В соответствии с общей ТПК, в ПСС при минимальном кодовом расстоянии $d_{\min}^{(ПСС)} = 2$ в кодовой структуре однозначно (достоверно) определяется однократная ошибка. В ПСС под однократной ошибкой данных понимается искажение одного би-

та информации типа $0 \rightarrow 1$ или $1 \rightarrow 0$. Для исправления этой однократной ошибки в ПСС необходимо обеспечить условие, чтобы $d_{\min}^{(ПСС)} = 3$.

В КВ, в отличие от ПСС, под однократной ошибкой понимается искажение одного остатка a_i по модулю m_i . Так как остаток a_i числа $A_{КВ} = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel a_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel a_{n+1})$ по модулю m_i содержит $z = \{\lceil \log_2(m_i - 1) \rceil + 1\}$ – двоичных разрядов, то формально можно считать, что в КВ при $d_{\min}^{(КВ)} = 2$ ($k = 1$), в пределах одного остатка a_i , можно обнаружить пачку ошибок не более чем из z двоичных разрядов. Однако в литературе [1, 7, 8] показано, что в некоторых случаях при значении $d_{\min}^{(КВ)} = 2$, в КВ имеется возможность исправления однократных ошибок.

С учётом специфики, свойств и особенностей представления НКС в КВ возможность исправления ошибок при $d_{\min}^{(КВ)} = 2$ можно попытаться объяснить следующим образом.

Во-первых. Под однократной ошибкой в ПСС и КВ понимаются разные понятия. Это было показано выше. В связи с этим МКР $d_{\min}^{(ПСС)}$ для ПСС и $d_{\min}^{(КВ)}$ для КВ имеет различную смысловую нагрузку и количественную оценку.

Во-вторых. Существующая (в неявном виде) в НКС естественная (первичная, природная) информационная избыточность, имеющаяся в остатках $\{a_i\}$ за счёт процедуры формирования этих остатков, положительно (с точки зрения повышения помехоустойчивости и достоверности передачи и обработки информации) начинает проявляться только при наличии искусственной (вторичной) информационной избыточности. Искусственная информационная избыточность вводится в НКС за счёт использования (дополнительно к n информационным) k контрольных оснований КВ. Отличительной особенностью КВ является существенное проявление первичной информационной избыточности только при наличии вторичной, за счет введения контрольных оснований.

В-третьих. В [1, 2, 5] показано, что корректирующий код в КВ с попарно простыми основаниями имеет значение МКР равное величине $d_{\min}^{(КВ)}$ только в том случае, если степень информационной избыточности не меньше произведения любых $d_{\min}^{(КВ)} - 1$ оснований заданного КВ.

Наличие и взаимодействие первичной и вторичной информационной избыточности, при проведении дополнительных процедур (использования временной избыточности) в процессе исправления ошибок, обеспечивает, в некоторых случаях, возможность исправления однократных ошибок в КВ при $d_{\min}^{(КВ)} = 2$ (при $k = 1$).

Действительно, учитывая выражения (3) и (5), для упорядоченного КВ, можно сделать следующие выводы: при одном ($k = 1$) контрольном m_{n+1} основании КВ НКС

$$A = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel a_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel a_{n+1})$$

может иметь различное значение $d_{\min}^{(КВ)}$. В данном случае это зависит от величины контрольного m_{n+1} основания. Если для каждого отдельного модуля КВ выполняется условие $m_i < m_{n+1}$ ($i = \overline{1, n}$), то тогда, в соответствии с выражением (1), можно сделать вывод, что $d_{\min}^{(КВ)} = 2$, т.е., в соответствии с выражением (2) имеем, что $t_{\text{обн.}} = 1$. Если для совокупности $\{m_i\}$ информационных оснований для произвольной пары модулей выполняется условие $m_i \cdot m_j < m_{n+1}$ ($i, j = \overline{1, n}; i \neq j$), то в этом случае $d_{\min}^{(КВ)} = 3$ и $t_{\text{обн.}} = 2$.

Таким образом, для НКС в КВ с $k = 1$, МКР $d_{\min}^{(КВ)}$ может быть разной в зависимости от величины контрольного m_{n+1} основания КВ. Пусть задан КВ информационными основаниями $m_1 = 3$, $m_2 = 4$, $m_3 = 5$, $m_4 = 7$ и пусть $m_k = m_{n+1} = m_5 = 11$. В этом случае можно провести достоверный контроль искажения одного любого остатка НКС.

Пусть, например, $m_k = m_{n+1} = 61$. Для этого случая составим табл. 1 соответствий информационных и контрольного оснований. Из таблицы 1 видно, что специфика представления чисел в КВ позволяет в ряде случаев не только обнаружить ошибку, но и найти место ее возникновения, используя только одно контрольное основание, что невозможно при существующих методах контроля и коррекции в ПСС.

Пусть в неправильном ($\tilde{A} \geq M$) числе $\tilde{A} = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel \tilde{a}_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel a_{n+1})$, ошибка $\tilde{a}_i = (a_i + \Delta a_i) \bmod m_i$ достоверно содержится в остатке a_i по модулю m_i .

Рассмотрим соотношение, с помощью которого можно исправить ошибку в данном остатке \tilde{a}_i [1].

Очевидно, что

$$\tilde{A} = (A + \Delta A) \bmod M_0. \quad (6)$$

С учетом того, что величину ошибки можно представить как $\Delta A = (0 \parallel 0 \parallel \dots \parallel 0 \parallel \Delta a_i \parallel 0 \parallel \dots \parallel 0 \parallel 0)$, тогда правильное ($A < M$) число A можно определить в следующем виде:

$$\begin{aligned} A &= (\tilde{A} - \Delta A) \bmod M_0 = \\ &= [(a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel \tilde{a}_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel a_{n+1}) - \\ &\quad - (0 \parallel 0 \parallel \dots \parallel 0 \parallel \Delta a_i \parallel 0 \parallel \dots \parallel 0 \parallel 0)] \bmod M_0 = \\ &= [a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel (\tilde{a}_i - \Delta a_i) \bmod m_i \parallel \\ &\quad \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel a_{n+1}] \bmod M_0 \end{aligned}$$

Таблица 1

Результаты исследований корректирующих возможностей помехоустойчивых кодов в КВ

$m_k = m_{n+1} = m_5 = 61; d_{\min}^{(KB)} = k + 1 = 2, \prod_{i=1}^3 m_i \leq m_5$				$\prod_{r=1}^{k'} m_{i_r} \leq m_{n+1}$	k'	$d_{\min}^{(KB)'} = k' + 1$	Максимальное количество обнаруживаемых ошибок данных в КВ	Максимальное количество исправляемых ошибок данных в КВ
Информационные основания КВ								
$m_1 = 3$	$m_2 = 4$	$m_3 = 5$	$m_4 = 7$					
+	-	-	-	$3 < 61$	1	2	1	0
-	+	-	-	$4 < 61$	1	2	1	0
-	-	+	-	$5 < 61$	1	2	1	0
-	-	-	+	$7 < 61$	1	2	1	0
+	+	-	-	$3 \cdot 4 = 12 < 61$	2	3	2	1
+	-	+	-	$3 \cdot 5 = 15 < 61$	2	3	2	1
+	-	-	+	$3 \cdot 7 = 21 < 61$	2	3	2	1
-	+	+	-	$4 \cdot 5 = 20 < 61$	2	3	2	1
-	+	-	+	$4 \cdot 7 = 28 < 61$	2	3	2	1
-	-	+	+	$5 \cdot 7 = 35 < 61$	2	3	2	1
+	+	+	-	$3 \cdot 4 \cdot 5 = 60 < 61$	3	4	3	2

Количественно оценим значение А. Так как число А правильное, т.е. находится в числовом интервале $[0, M)$, тогда должно выполняться следующее неравенство

$$A = (\tilde{A} - \Delta A) \bmod M_0 < M. \quad (7)$$

С учетом того, что величина ΔA ошибки равняется значению $\Delta A = \Delta a_i \cdot B_i$, то неравенство (7) будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} &\tilde{A} - \Delta a_i \cdot B_i - r \cdot M_0 < M \text{ или} \\ &\tilde{A} - \Delta a_i \cdot B_i - r \cdot M_0 < M_0 / m_{n+1} (r = 1, 2, 3, \dots); \\ &\tilde{A} - (\tilde{a}_i - a_i) \cdot B_i - r \cdot M_0 < M_0 / m_{n+1}; \\ &\tilde{A} - (a_i - \tilde{a}_i) \cdot B_i - r \cdot M_0 < M_0 / m_{n+1}; \quad (8) \\ &(a_i - \tilde{a}_i) \cdot B_i < M_0 / m_{n+1} - \tilde{A} + r \cdot M_0; \\ &a_i - \tilde{a}_i < (M_0 / m_{n+1}) / B_i - \tilde{A} / B_i + r \cdot M_0 / B_i; \\ &a_i < \tilde{a}_i + (M_0 / m_{n+1}) / B_i - \tilde{A} / B_i + r \cdot M_0 / B_i. \end{aligned}$$

С учетом того, что ортогональный базис для модуля m_i КВ представляется в виде $B_i = \bar{m}_i \cdot M_0 / m_i$, то выражение (8) примет вид:

$$\begin{aligned} &a_i < \tilde{a}_i + (m_i + r \cdot m_i \cdot m_{n+1}) / (\bar{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A} / B_i \\ &\text{или} \\ &a_i < \tilde{a}_i + m_i (1 + r \cdot m_{n+1}) / (\bar{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A} / B_i. \quad (9) \end{aligned}$$

Так как значение остатка a_i есть натуральное число, то значение $m_i (1 + r \cdot m_{n+1}) / (\bar{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A} / B_i$ в выражении (9) должно быть целым числом.

Поэтому взяв целую часть последнего соотношения, получим формулу для исправления ошибки в остатке \tilde{a}_i числа \tilde{A} в виде

$$a_i = (\tilde{a}_i + [m_i \cdot (1 + r \cdot m_{n+1}) / (\bar{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A} / B_i] \bmod m_i). \quad (10)$$

Рассмотрим примеры контроля и коррекции данных в КВ [9].

Пример 1. Осуществить контроль и, при необходимости, провести коррекцию числа $A_{KB} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$, заданного в КВ с информационными $m_1 = 3, m_2 = 4, m_3 = 5, m_5 = 7$ и контрольным $m_k = m_5 = 11$ основаниями.

При этом $M = \prod_{i=1}^n m_i = \prod_{i=1}^4 m_i = 420$ и $M_0 = M \cdot m_{n+1} = 420 \cdot 11 = 4620$. Ортогональные базисы B_i ($i = \overline{1, n+1}$) КВ даны в табл. 2.

Таблица 2

Ортогональные базисы B_i КВ

$B_1 = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) = 1540, \bar{m}_1 = 1$
$B_2 = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0) = 3465, \bar{m}_2 = 3$
$B_3 = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0) = 3696, \bar{m}_3 = 4$
$B_4 = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0) = 2640, \bar{m}_4 = 4$
$B_5 = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1) = 2520, \bar{m}_5 = 6$

I. Контроль данных $A_{KB} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$. В соответствии с процедурой контроля [1] определим значение

$$\begin{aligned} A_{ПСС} &= \left(\sum_{i=1}^{n+1} a_i \cdot B_i \right) \bmod M_0 = \left(\sum_{i=1}^5 a_i \cdot B_i \right) \bmod M_0 = \\ &= (a_1 \cdot B_1 + a_2 \cdot B_2 + a_3 \cdot B_3 + a_4 \cdot B_4 + a_5 \cdot B_5) \bmod M_0 = \end{aligned}$$

$$= (0 \cdot 1540 + 0 \cdot 3465 + 0 \cdot 3696 + 0 \cdot 2640 + 5 \cdot 2520) \bmod 4620 = (5 \cdot 2520) \bmod 4620 = 12600 \bmod 4620 = 3360 > 420.$$

Таким образом, в процессе контроля определено, что $A_{KB} = 3360 > M = 420$. В этом случае, при возможности возникновения только однократных ошибок, делается вывод о том, что рассматриваемое число $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ неправильное ($3360 > M = 420$).

Для исправления числа $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ вначале необходимо провести диагностику данных, т.е. определить искажённый \tilde{a}_i остаток. После чего необходимо определить истинное значение a_i остатка по модулю m_i и после чего провести исправление искажённого \tilde{a}_i остатка.

II. Диагностика данных $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$. В соответствии с методом проекций [1, 2], составим возможные проекции \tilde{A}_j числа

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{3360} &= (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5) : \tilde{A}_1 = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5), \\ \tilde{A}_2 &= (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5), \tilde{A}_3 = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5), \\ \tilde{A}_4 &= (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5) \text{ и } \tilde{A}_5 = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0). \end{aligned}$$

Формула для вычисления значений $\tilde{A}_{jПСС}$ проекций числа в ПСС имеет следующий вид [1]

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{jПСС} &= \left(\sum_{i=1, j=1, n+1}^n a_i \cdot B_{ij} \right) \bmod M_j = \\ &= (a_1 \cdot B_{1j} + a_2 \cdot B_{2j} + \dots + a_n \cdot B_{nj}) \bmod M_j. \end{aligned} \quad (11)$$

В соответствии с формулой (11) вычислим все значения $\tilde{A}_{jПСС}$. Далее проводим $(n+1)$ сравнение: чисел $\tilde{A}_{jПСС}$ с числом $M = M_0 / m_{n+1}$.

Если среди проекций \tilde{A}_i есть числа не находящиеся внутри информационного $[0, M)$ числового интервала (т.е. $\tilde{A}_k \geq M$), содержащего k правильных чисел, то делается вывод о том, что эти k остатков числа A не искажены. Ошибочными могут быть только остатки, находящиеся среди остальных $[(n+1) - k]$ остатков числа \tilde{A}_{KB} .

Набор частных рабочих оснований для заданного KB и совокупность частных B_{ij} ортогональных базисов представлены соответственно в табл. 3, 4.

Итак, имеем, что (табл. 4)

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{1ПСС} &= \left(\sum_{i=1}^4 a_i \cdot B_{i1} \right) \bmod M_1 = (a_1 \cdot B_{11} + \\ &+ 0 \cdot 1100 + 5 \cdot 980) \bmod 1540 = 280 < 420. \end{aligned}$$

Делаем вывод, что остаток a_1 числа \tilde{A}_1 – возможно \bar{a}_1 искажённый остаток;

Таблица 3
Набор частных рабочих оснований KB

$j \backslash i$	m_1	m_2	m_3	m_4	M_j
1	4	5	7	11	1540
2	3	5	7	11	1155
3	3	4	7	11	924
4	3	4	5	11	660
5	3	4	5	7	420

Таблица 4
Совокупность частных ортогональных базисов B_{ij} KB

$B_{ij} \backslash i$	1	2	3	4
1	385	616	1100	980
2	385	231	330	210
3	616	693	792	672
4	220	165	396	540
5	280	105	336	120

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{2ПСС} &= \left(\sum_{i=1}^4 a_i \cdot B_{i2} \right) \bmod M_2 = (a_1 \cdot B_{12} + \\ &+ a_2 \cdot B_{22} + a_3 \cdot B_{32} + a_4 \cdot B_{42}) \bmod M_2 = (0 \cdot 385 + \\ &+ 0 \cdot 231 + 0 \cdot 330 + 5 \cdot 210) \bmod 1155 = 1050 > 420. \end{aligned}$$

Таким образом, получим, что a_2 достоверно не искажённый остаток;

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{3ПСС} &= \left(\sum_{i=1}^4 a_i \cdot B_{i3} \right) \bmod M_3 = (a_1 \cdot B_{13} + a_2 \cdot B_{23} + \\ &+ a_3 \cdot B_{33} + a_4 \cdot B_{43}) \bmod M_3 = (0 \cdot 616 + 0 \cdot 693 + \\ &+ 0 \cdot 792 + 5 \cdot 672) \bmod 924 = 588 > 420. \end{aligned}$$

Получим, что a_3 достоверно не искажённый остаток;

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{4ПСС} &= \left(\sum_{i=1}^4 a_i \cdot B_{i4} \right) \bmod M_4 = (a_1 \cdot B_{14} + a_2 \cdot B_{24} + \\ &+ a_3 \cdot B_{34} + a_4 \cdot B_{44}) \bmod M_4 = \\ &= (0 \cdot 220 + 0 \cdot 165 + 0 \cdot 369 + 5 \cdot 540) \bmod 660 = 60 < 420. \end{aligned}$$

Вывод: остаток a_4 по модулю m_4 числа \tilde{A}_4 – возможно \bar{a}_4 искажённый остаток;

$$\tilde{A}_{5ПСС} = \left(\sum_{i=1}^4 a_i \cdot B_{i5} \right) \bmod M_5.$$

Так как $M_5 = M = 420$, то остаток \bar{a}_5 по контрольному модулю $m_k = m_5$ всегда будет в совокупности возможных \bar{a}_i искажённых остатков числа в KB.

Общий вывод. В процессе диагностики данных, представленных НКС $\tilde{A} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$, опреде-

лились точно не искажённые остатки: $a_2 = 0$ и $a_3 = 0$. Ошибочными могут быть остатки по основаниям m_1 , m_4 и m_5 , т.е. остатки $\bar{a}_1 = 0$, $\bar{a}_4 = 0$ и $\bar{a}_5 = 5$. В этом случае необходимо провести исправление остатков \bar{a}_1 , \bar{a}_4 и \bar{a}_5 .

III. Исправление ошибок данных $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$. По известной [1] формуле

$$a_i = \left(\bar{a}_i + \left[\frac{m_i \cdot (1+r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_i} - \frac{\tilde{A}}{B_i} \right] \right) \bmod m_i, \quad (12)$$

проведём исправление возможно \bar{a}_1 , \bar{a}_4 и \bar{a}_5 искажённых остатков a_1 , a_4 и a_5 , где $r = 1, 2, 3, \dots$.

Так имеем, что

$$\begin{aligned} a_1 &= \left(\bar{a}_1 + \left[\frac{m_1 \cdot (1+r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_1} - \frac{\tilde{A}}{B_1} \right] \right) \bmod m_1 = \\ &= \left(0 + \left[\frac{3 \cdot (1+r \cdot 11)}{11 \cdot 1} - \frac{3360}{1540} \right] \right) \bmod 3 = (0 + \\ &+ [3, 27 - 2, 18]) \bmod 3 = (0 + [1, 09]) \bmod 3 = \\ &= (0 + 1) \bmod 3 = 1; \\ a_4 &= \left(\bar{a}_4 + \left[\frac{m_4 \cdot (1+r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_4} - \frac{\tilde{A}}{B_4} \right] \right) \bmod m_4 = \\ &= \left(0 + \left[\frac{7 \cdot 12}{11 \cdot 4} - \frac{3360}{2640} \right] \right) \bmod 7 = (0 + [1, 9 - \\ &- 1, 27]) \bmod 7 = (0 + [0, 63]) \bmod 7 = (0 + 0) \bmod 7 = 0; \\ a_5 &= \left(\bar{a}_5 + \left[\frac{m_{n+1} \cdot (1+r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_{n+1}} - \frac{\tilde{A}}{B_5} \right] \right) \bmod m_{n+1} = \\ &= \left(5 + \left[\frac{11 \cdot (1+11)}{11 \cdot 6} - \frac{3360}{2520} \right] \right) \bmod 11 = \\ &= (5 + [2 - 1, 3]) \bmod 11 = (5 + [0, 7]) \bmod 11 = \\ &= (5 + 0) \bmod 5 = 0. \end{aligned}$$

По полученным остаткам $a_1 = 1$, $a_4 = 0$ и $a_5 = 0$ восстанавливаем (исправляем) искажённое число $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$, т. е. правильное число будет иметь следующий вид: $\tilde{A}_{исп.} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$.

Для проверки правильности исправления данных, по известной [1] формуле, определим значения числа $\tilde{A}_{исп.} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ следующим образом (табл. 2)

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{исп.ПСС} &= \left(\sum_{i=1}^5 a_i \cdot B_i \right) \bmod M_0 = (a_1 \cdot B_1 + a_2 \cdot B_2 + \\ &+ a_3 \cdot B_3 + a_4 \cdot B_4 + a_5 \cdot B_5) \bmod M_0 = \\ &= (1 \cdot 1540 + 0 \cdot 3465 + 0 \cdot 3696 + 0 \cdot 2640 + \\ &+ 5 \cdot 2520) \bmod 4620 = 14140 \pmod{4620} = 280. \end{aligned}$$

Так как $280 < M = 420$, то число $\tilde{A}_{280} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ правильное.

С целью уточнения правильности процедуры коррекции числа \tilde{A}_{3360} проведём расчёт и сравнение значений и правильных остатков $a_2 = 0$ и $a_3 = 0$. В этом случае имеем

$$\begin{aligned} a_2 &= \left(0 + \left[\frac{4 \cdot (1+11)}{11 \cdot 3} - \frac{3360}{3465} \right] \right) \bmod 4 = 0 \quad \text{и} \\ a_3 &= \left(0 + \left[\frac{5 \cdot (1+11)}{11 \cdot 4} - \frac{3360}{3696} \right] \right) \bmod 5 = 0. \end{aligned}$$

Полученные результаты $a_2 = 0$ и $a_3 = 0$ расчётов остатков по модулям m_2 и m_3 КВ, подтверждают правильность коррекции неправильного числа $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$.

Таким образом, исходное число $\tilde{A}_{КВ} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ является неправильным \tilde{A}_{3360} , в котором однократная ошибка $\Delta a_1 = 1$ произошла по модулю m_1 . Данная ошибка перевела правильное число A_{280} в неправильное \tilde{A}_{3360} .

Для того, чтобы выяснить является ли правильное число A_{280} истинным проведём дополнительные исследования процессов искажения и коррекции числа A_{280} по основанию $m_1 = 3$. Количество $N_{НС}$ возможных неправильных (искажённых) $\tilde{A}_{КВ}$ кодовых слов (только при однократной ошибке) для каждого правильного $A_{КВ}$ числа равно $N_{НС} = \sum_{i=1}^{n+1} m_i - (n+1)$.

Результаты анализа показали, что искажение остатка a_1 по модулю $m_1 = 3$ правильного числа A_{280} может привести только к двум неправильным числам $\tilde{A}_{3360} = (\tilde{0} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ и $\tilde{A}_{1820} = (\tilde{2} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$. Этот факт говорит о том, что исправленное $A_{исп.} = A_{280} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ число является не только правильным (лежащем в интервале $[0, 420)$), но и истинным. Истинность полученного $A_{280} = (\hat{1} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ числа подтверждается тем, что только однократная ошибка $\Delta a_1 = 2$ по основанию $m_1 = 3$ переводит это число $(\tilde{A} = (A + \Delta A) \bmod M_0 = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5) + (2 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0) = [(1+2) \bmod 3 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5] = (\tilde{0} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5))$ в единственно неправильное число $\tilde{A}_{3360} = (\tilde{0} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$.

Пример 2. Пусть правильное число равно $A_{280} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ и пусть $\Delta a_1 = 1$. Тогда $\tilde{A} = (A + \Delta A) \bmod M_0 = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5) + (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0) = [(1+1) \bmod 3 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5] =$

$= (\tilde{2} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$. Данному числу в КВ соответствует число 1820 в ПСС, т.е. число \tilde{A}_{1820} неправильное. Проведём исправление числа \tilde{A}_{1820} .

Перед исправлением числа \tilde{A}_{1820} проведём диагностику данных. Для этого предварительно составим проекции A_j ($j = \overline{1, 5}$) числа $\tilde{A}_{1820} = (2 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$. Это будут следующие кодовые структуры в КВ: $\tilde{A}_1 = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$, $\tilde{A}_2 = (2 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$, $\tilde{A}_3 = (2 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$, $\tilde{A}_4 = (2 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ и $\tilde{A}_5 = (2 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0)$.

Далее определим все значения проекций $\tilde{A}_{jПСС}$:

$$\tilde{A}_{1ПСС} = (5 \cdot 980) \bmod 1540 = 280 < 420 = M;$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{2ПСС} &= (2 \cdot 385 + 5 \cdot 231) \bmod 1155 = \\ &= 1925 \bmod 1155 = 770 > 420 = M; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{3ПСС} &= (2 \cdot 616 + 5 \cdot 672) \bmod 924 = \\ &= 4592 \bmod 924 = 896 > 420 = M; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{4ПСС} &= (2 \cdot 220 + 5 \cdot 540) \bmod 660 = \\ &= 3140 \bmod 660 = 500 > 420 = M; \end{aligned}$$

$$\tilde{A}_{5ПСС} = 2 \cdot 280 \bmod 420 = 560 \bmod 420 = 140 < 420 = M.$$

Так как $\tilde{A}_{2ПСС}$, $\tilde{A}_{3ПСС}$ и $\tilde{A}_{4ПСС} > 420$, тогда делается вывод о том, что остатки $a_2 = 0$, $a_3 = 0$ и $a_4 = 0$ числа $\tilde{A}_5 = (2 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ не искажены. Искаженными $\bar{a}_1 = 2$ и $\bar{a}_5 = 5$ могут быть только остатки a_1 и a_5 . Вначале проведём исправление остатка $\bar{a}_1 = 2$.

Имеем, что

$$\begin{aligned} a_1 &= \left(\bar{a}_1 + \left[\frac{m_1 \cdot (1+r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_1} - \frac{\tilde{A}}{B_1} \right] \right) \bmod m_1 = \\ &= \left(2 + \left[\frac{3 \cdot (1+11)}{11 \cdot 1} - \frac{1820}{1540} \right] \right) \bmod 3 = \\ &= (2 + [3, 27 - 1, 18]) \bmod 3 = (2 + [2, 09]) \bmod 3 = \\ &= (2 + 2) \bmod 3 = 4 \bmod 3 = 1. \end{aligned}$$

Таким образом, исправленный остаток по модулю m_1 равен $a_1 = 1$.

Аналогичным путём получим значение $a_5 = 5$. По полученным остаткам a_1 , a_5 исправляем неправильное число $\tilde{A}_{1820} = (\tilde{2} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$. В конечном итоге в процессе коррекции получим правильное $A_{280} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ число.

Пример 3. Осуществить контроль числа $A_{КВ} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1)$. В случае его искажения, провести диагностику и коррекцию данных.

I. Контроль данных $A_{КВ} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1)$. В соответствии с известной процедурой контроля определим $A_{ПСС}$ по формуле

$$\begin{aligned} A_{ПСС} &= \left(\sum_{i=1}^{n+1} a_i \cdot B_i \right) \bmod M_0 = (0 \cdot 1540 + 0 \cdot 3465 + \\ &+ 0 \cdot 3696 + 2 \cdot 2640 + 1 \cdot 2520) \bmod 4620 = \\ &= 7800 \bmod 4620 = 3180 > 420. \end{aligned}$$

Данное число неправильное \tilde{A}_{3180} .

II. Диагностика данных $\tilde{A}_{3180} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1)$. Составим все возможные проекции \tilde{A}_j числа \tilde{A}_{3180} :

$$\tilde{A}_1 = (0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1), \quad \tilde{A}_2 = (0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1),$$

$$\tilde{A}_3 = (0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1), \quad \tilde{A}_4 = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 1);$$

$$\tilde{A}_5 = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 2).$$

Определим значения величин всех пяти проекций \tilde{A}_j в ПСС:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{1КВ} &= (0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1) = \tilde{A}_{1ПСС} = \\ &= (a_1 \cdot B_{11} + a_2 \cdot B_{21} + a_3 \cdot B_{31} + a_4 \cdot B_{41}) \bmod M_1 = \\ &= (0 \cdot 385 + 0 \cdot 616 + 2 \cdot 1100 + 1 \cdot 980) \bmod 1540 = \\ &= 100 < M = 420; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{2КВ} &= (0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1) = \tilde{A}_{2ПСС} = \\ &= (a_1 \cdot B_{12} + a_2 \cdot B_{22} + a_3 \cdot B_{32} + a_4 \cdot B_{42}) \bmod M_2 = \\ &= (0 \cdot 385 + 0 \cdot 231 + 2 \cdot 330 + 1 \cdot 210) \bmod 1155 = \\ &= 870 > M = 420; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{3КВ} &= (0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1) = \tilde{A}_{3ПСС} = \\ &= (a_1 \cdot B_{13} + a_2 \cdot B_{23} + a_3 \cdot B_{33} + a_4 \cdot B_{43}) \bmod M_3 = \\ &= (0 \cdot 616 + 0 \cdot 693 + 2 \cdot 792 + 1 \cdot 672) \bmod 924 = \\ &= 418 < M = 420; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{4КВ} &= (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 1) = \tilde{A}_{4ПСС} = \\ &= (a_1 \cdot B_{14} + a_2 \cdot B_{24} + a_3 \cdot B_{34} + a_4 \cdot B_{44}) \bmod M_4 = \\ &= (0 \cdot 220 + 0 \cdot 165 + 2 \cdot 396 + 1 \cdot 540) \bmod 660 = \\ &= 540 > M = 420; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{5КВ} &= (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 2) = \tilde{A}_{5ПСС} = \\ &= (a_1 \cdot B_{15} + a_2 \cdot B_{25} + a_3 \cdot B_{35} + a_4 \cdot B_{45}) \bmod M_5 = \\ &= (0 \cdot 280 + 0 \cdot 105 + 2 \cdot 336 + 1 \cdot 120) \bmod 420 = \\ &= 240 < M = 420. \end{aligned}$$

В результате расчётов значений $\tilde{A}_{jПСС}$ и сравнения их с величиной $M = 420$ длины интервала $[0, 420)$ обработки правильных чисел $A_{КВ}$ в КВ получим следующее. Совокупность остатков $a_2 = 0$, $a_4 = 0$ является правильной (остатки не искажены), а остатки $\bar{a}_1 = 0$, $\bar{a}_3 = 0$ и $\bar{a}_5 = 1$ неправильного числа $\tilde{A}_{3180} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1)$ могут быть искажены (могут быть неправильными).

III. Исправление возможно искажённых \bar{a}_1 , \bar{a}_3 и \bar{a}_5 остатков числа \tilde{A}_{3180} .

Необходимо исправить, возможно, искажённые остатки $\bar{a}_1 = 0$, $\bar{a}_3 = 0$ и $\bar{a}_5 = 1$ по формуле

$$a_i = \left(\bar{a}_i + \left[\frac{m_i \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_i} - \frac{\tilde{A}}{B_i} \right] \right) \bmod m_i.$$

Тогда имеем, что

$$\begin{aligned} a_1 &= \left(\bar{a}_1 + \left[\frac{m_1 \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_1} - \frac{\tilde{A}}{B_1} \right] \right) \bmod m_1 = \\ &= \left(0 + \left[\frac{3 \cdot (1 + r \cdot 11)}{11 \cdot 1} - \frac{3180}{1540} \right] \right) \bmod 3 = \\ &= (0 + [3, 27 - 2, 06]) \bmod 3 = (0 + [1, 21]) \bmod 3 = \\ &= (0 + 1) \bmod 3 = 1. \end{aligned}$$

Таким образом $a_1 = 1$.

Для значения \bar{a}_3 имеем

$$\begin{aligned} a_3 &= \left(\bar{a}_3 + \left[\frac{m_3 \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_3} - \frac{\tilde{A}}{B_3} \right] \right) \bmod m_3 = \\ &= \left(0 + \left[\frac{5 \cdot (1 + r \cdot 11)}{11 \cdot 4} - \frac{3180}{3696} \right] \right) \bmod 5 = \\ &= (0 + [1, 36 - 0, 86]) \bmod 5 = \\ &= (0 + [0, 5]) \bmod 5 = (0 + 0) \bmod 5 = 0. \end{aligned}$$

В этом случае $a_3 = 0$.

Для значения остатка \bar{a}_5 получим

$$\begin{aligned} a_5 &= \left(\bar{a}_5 + \left[\frac{m_5 \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_5} - \frac{\tilde{A}}{B_5} \right] \right) \bmod m_5 = \\ &= \left(1 + \left[\frac{11 \cdot (1 + r \cdot 11)}{11 \cdot 6} - \frac{3180}{2520} \right] \right) \bmod 11 = \\ &= (1 + [2 - 1, 26]) \bmod 11 = (1 + [0, 74]) \bmod 11 = \\ &= (1 + 0) \bmod 11 = 1. \end{aligned}$$

Имеем что $a_5 = 1$.

По полученным значениям $a_1 = 1$, $a_3 = 0$ и $a_5 = 1$ восстановленных остатков исправляем искажённое число $\tilde{A}_{\text{КВ}} = (0 \| 0 \| 0 \| 2 \| 1)$ на правильное

$A_{\text{КВ}} = (1 \| 0 \| 0 \| 2 \| 1)$ число.

Проверка $100 < 420$.

МЕТОД ОБРОБКИ ДАНИХ ЩО ПРЕДСТАВЛЕНІ У ЦІЛОЧИСЕЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ

В.А. Краснобаев, Н.Г. Варига, Б.В. Гомілко, В.В. Капленко, О.Г. Лемешко, М.С. Мовчан

У даній статті розглянуто метод обробки даних, що представлено у цілочисельному вигляді. Як приклад, наведено метод виправлення однократних помилок у класі лишків (КЛ). У статті наведені конкретні приклади виправлення однократних помилок даних, що представлено кодом КЛ.

Ключові слова: цілочисельні дані, непозиційна система числення у класі лишків, арифметичне непозиційне кодування інформації.

METHOD OF PROCESSING DATA REPRESENTED AS AN INTEGER

V.A. Krasnobaev, N.G. Variga, B.V. Homilko, V.V. Kaplenko, A.G. Lemeshko, M.S. Movchan

This article presents a method of processing data presented as an integer. As an example, a method of correcting single errors in the residue class (RC). The article gives specific examples of correct one error data presented RC code.

Keywords: integer data nonpositional value system in the class of residues, the arithmetic coding information nonpositional.

Выводы

В статье предложен метод обработки данных, представленных в целочисленном виде. В качестве примера приведен метод исправления однократных ошибок в КВ. Приведенные примеры конкретной реализации процедур исправления однократных ошибок, показывают практическую реализуемость рассмотренного метода исправления ошибок данных, представленных в КВ.

Список литературы

1. Акушский И.Я. *Машинная арифметика в остаточных классах* / И.Я. Акушский, Д.И. Юдицкий. – М.: Сов. радио, 1968. – 440 с.
2. Торгашов В.А. *Система остаточных классов и надежность ЦВМ* / В.А. Торгашов. – М.: Сов. радио, 1973. – 118 с.
3. Барсов В.И. *Методология параллельной обработки информации в модулярной системе счисления: моногр.* / В.И. Барсов, Л.С. Сорока, В.А. Краснобаев. – Х.: МОН, УИПА, 2009. – 268 с.
4. *Мат-лы Международной научно-техн. конф. "50 лет модулярной арифметике". МИЭТ. – Зеленоград. Моск. обл. 23 – 25 ноября 2005.*
5. *Методы многоверсионной обработки информации в модулярной арифметике: моногр.* / В.И. Барсов, В.А. Краснобаев, А.А. Сиора, И.В. Авдеев. – Х.: МОН, УИПА, 2008. – 460 с.
6. *Модели и методы повышения отказоустойчивости и производительности управляющих вычислительных комплексов специализированных систем управления реального времени на основе применения непозиционных кодовых структур модулярной арифметики: моногр.* / В.И. Барсов, Л.С. Сорока, В.А. Краснобаев, Хери Али Абдуллах. – Х.: УИПА, 2008. – 147 с.
7. *Мартыненко С.О. Метод обнаружения ошибок в спецпроцессоре обработки криптографической информации* / С.О. Мартыненко, В.А. Краснобаев // *Радиоэлектроника и информатика. – 2010. – Вып. № 1 (48). – С. 75-78.*
8. *Краснобаев В.А. Надежностная модель ЭВМ в системе остаточных классов* / В.А. Краснобаев // *Электрон. моделирование. – 1985. – № 4. – С. 44-46.*
9. *Краснобаев В.А. Метод исправления однократных ошибок данных, представленных кодом класса вычетов* / В.А. Краснобаев, С.А. Кошман, М.А. Маврина // *Электрон. моделирование. – 2013. – Т. 35, № 5. – С. 43-56.*

Поступила в редколлегию 4.01.2014

Рецензент: д-р техн. наук, ст. научн. сотр. Г.А. Кучук, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.