УДК 621.03

В.А. Краснобаев, Н.Г. Варига, Б.В. Гомилко, В.В. Капленко, А.Г. Лемешко, М.С. Мовчан

Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка, Полтава

МЕТОД ОБРАБОТКИ ДАННЫХ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ В ЦЕЛОЧИСЛЕННОМ ВИДЕ

В данной статье рассмотрен метод обработки данных, представленных в целочисленном виде. В качестве примера приведен метод исправления однократных ошибок в классе вычетов (КВ). В статье приведены конкретные примеры исправления однократных ошибок данных, представленных кодом КВ.

Ключевые слова: *целочисленные данные, непозиционная система счисления в классе вычетов, арифметическое непозиционное кодирование информации.*

Введение

В общем случае, для контроля, диагностики и исправления ошибок данных необходимо, чтобы кодовая структура обладала определенной корректирующей способностью. Для этого нужно ввести определенную информационную избыточность, т.е. применить метод информационного резервирования. Это в полной мере относится к непозиционной кодовой структуре (НКС) в классе вычетов (КВ) [1 – 3]. Для любого произвольного КВ величина избыточности $R = M_0/M$ однозначно определяет корректирующие возможности непозиционного помехоустойчивого кода. Корректирующие коды в КВ могут иметь любые значения минимального кодового расстояния (МКР) $d_{\min}^{(КВ)}$. Это зависит от значения величины R избыточности. Известная [1] теорема устанавливает связь между избыточностью R корректирующего кода, значением $d_{min}^{(КВ)}$ МКР, и количеством k контрольных оснований КВ. Корректирующий код имеет значения $d_{min}^{(КВ)}$ МКР в том случае, если степень R избыточности не меньше произведения любых $d_{min}^{(КВ)}-1$ оснований КВ. С одной стороны имеем, что $R \geq \prod_{i=1}^{d_{min}^{(КВ)}-1} m_{q_i}$, а с другой стороны – $R = M_0 / M = \prod_{i=1}^{n+k} m_i / \prod_{i=1}^{n} m_i = \prod_{i=1}^{k} m_{n+i}$. В этом случае, правомерно утверждать, что $d_{min}^{(КВ)}-1=k$, или

$$d_{min}^{(КВ)} = k+1. \quad (1)$$

Существует два подхода к решению задачи обеспечения НКС в КВ необходимыми корректирующими свойствами.

Первый подход. Зная требования к корректирующим свойствам НКС, например, по количеству обнаруживаемых $t_{обн.}$ или исправляемых $t_{исп.}$ ошибок, ввести, за счет количества k или величины $\{m_{n+k}\}$ контрольных оснований, необходимую информационную избыточность R. Избыточность R определяет минимальное кодовое расстояние $d_{min}^{(КВ)}$ НКС в КВ.

Тогда, в соответствии с теорией помехоустойчивого кодирования (ТПК), для упорядоченного $(m_i < m_{i+1})$ КВ имеем, что

$$t_{обн.} \leq d_{min}^{(КВ)} - 1; \quad (2)$$

$$t_{обн.} \leq k; \quad (3)$$

$$t_{исп.} \leq \left[\frac{d_{min}^{(КВ)}-1}{2}\right]; \quad (4)$$

$$t_{исп.} \leq \left[\frac{k}{2}\right]. \quad (5)$$

Второй подход. При заданной НКС

$$A_{КВ} = (a_1 \| a_2 \| \ldots \| a_{i-1} \| a_i \| a_{i+1} \| \ldots \| a_n \| \ldots \| a_{n+k})$$

(при заданном значении k) корректирующие возможности (определяемые значением $d_{min}^{(КВ)}$) кода в КВ определяются в соответствии с выражениями (3) и (5).

Отметим, что если упорядоченный КВ расширяется путем добавления k контрольных оснований к n информационным модулям, то МКР $d_{min}^{(КВ)}$ помехоустойчивого кода увеличивается на величину k (см. выражение (1)).

Увеличить значения $d_{min}^{(КВ)}$ можно также за счет уменьшения числа n информационных оснований, т.е. за счет перехода к вычислениям с меньшей точностью. Очевидно, что между корректирующими R возможностями помехоустойчивых кодов и точностью W вычислений в КВ существует обратно пропорциональная зависимость. Одна и та же ЭВМ может выполнять арифметические и другие операции с высокой W точностью, но небольшой корректирующей способностью R или с меньшей W точностью, но с более высокой корректирующей возможностью R по контролю, диагностики и исправлению ошибок данных, а также с более высоким быстродействием обработки данных (время выполнения основных операций в КВ обратно пропорционально числу n информационных оснований) [2, 4, 5].

Проведём анализ процесса возможной коррекции однократных ошибок данных в КВ при наличии минимальной информационной избыточности путём введения только одного ($k=1$) контрольного основания. В этом случае, в соответствии с ТПК в КВ [1, 2, 6], МКР равно величине $d_{min}^{(КВ)} = k+1$. Для $k=1$ имеем МКР $d_{min}^{(КВ)} = 2$, что в соответствии с общей теорией помехоустойчивого кодирования, позволит гарантированно только обнаружить любую однократную ошибку (ошибку в одном из остатков a_i $(i=\overline{1, n+1})$) в НКС.

Основная часть

В общем случае процесс коррекции ошибок данных в КВ, как и в позиционной системе счисления (ПСС), состоит из трёх этапов. Первый этап – контроль данных (определение правильности или неправильности исходного числа $A_{КВ}$). Второй этап. Это диагностика неправильного $\tilde{A}_{КВ}$ числа (определение одного искажённого остатка $\tilde{a}_i$ по основанию m_i КВ числа $\tilde{A}_{КВ}$). И, наконец, третий этап, исправление неправильного остатка $\tilde{a}_i$ на истинное a_i число, т.е. исправления неправильного $\tilde{A}_{КВ}$ числа (получение правильного числа $A_{КВ} = \tilde{A}_{исп.}$).

Степень R информационной избыточности (корректирующие способности кода) оценивается величиной МКР $d_{min}^{(ПСС)}$. В КВ, как отмечалось выше, значение МКР определяется соотношением $d_{min}^{(КВ)} = k+1$, где k – количество контрольных оснований в упорядоченном КВ.

В данной статье будем рассматривать НКС

$$A_{КВ} = (a_1 \| a_2 \| \ldots \| a_{i-1} \| a_i \| a_{i+1} \| \ldots \| a_n \| \ldots \| a_{n+k})$$

в КВ с минимальной $(k=1)$ дополнительной информационной избыточностью. В этом случае определено, что $d_{min}^{(КВ)} = 2$.

В соответствии с общей ТПК, в ПСС при минимальном кодовом расстоянии $d_{min}^{(ПСС)} = 2$ в кодовой структуре однозначно (достоверно) определяется однократная ошибка. В ПСС под однократной ошибкой данных понимается искажение одного бита информации типа $0 \to 1$ или $1 \to 0$. Для исправления этой однократной ошибки в ПСС необходимо обеспечить условие, чтобы $d_{\min}^{(ПСС)} = 3$.

В КВ, в отличие от ПСС, под однократной ошибкой понимается искажение одного остатка a_i по модулю m_i. Так как остаток a_i числа $A_{КВ} = (a_1 \| a_2 \| ... \| a_{i-1} \| a_i \| a_{i+1} \| ... \quad ... \| a_n \| a_{n+1})$ по модулю m_i содержит $z = \{[\log_2(m_i - 1)] + 1\}$ – двоичных разрядов, то формально можно считать, что в КВ при, $d_{\min}^{(КВ)} = 2 \quad (k = 1)$, в пределах одного остатка a_i, можно обнаружить пачку ошибок не более чем из z двоичных разрядов. Однако в литературе [1, 7, 8] показано, что в некоторых случаях при значении $d_{\min}^{(КВ)} = 2$, в КВ имеется возможность исправления однократных ошибок.

С учётом специфики, свойств и особенностей представления НКС в КВ возможность исправления ошибок при $d_{\min}^{(КВ)} = 2$ можно попытаться объяснить следующим образом.

Во-первых. Под однократной ошибкой в ПСС и КВ понимаются разные понятия. Это было показано выше. В связи с этим МКР $d_{\min}^{(ПСС)}$ для ПСС и $d_{\min}^{(КВ)}$ для КВ имеет различную смысловую нагрузку и количественную оценку.

Во-вторых. Существующая (в неявном виде) в НКС естественная (первичная, природная) информационная избыточность, имеющаяся в остатках $\{a_i\}$ за счёт процедуры формирования этих остатков, положительно (с точки зрения повышения помехоустойчивости и достоверности передачи и обработки информации) начинает проявляться только при наличии искусственной (вторичной) информационной избыточности. Искусственная информационная избыточность вводится в НКС за счёт использования (дополнительно к n информационным) k контрольных оснований КВ. Отличительной особенностью КВ является существенное проявление первичной информационной избыточности только при наличии вторичной, за счет введения контрольных оснований.

В-третьих. В [1, 2, 5] показано, что корректирующий код в КВ с попарно простыми основаниями имеет значение МКР равное величине $d_{\min}^{(КВ)}$ только в том случае, если степень информационной избыточности не меньше произведения любых $d_{\min}^{(КВ)} - 1$ оснований заданного КВ.

Наличие и взаимодействие первичной и вторичной информационной избыточности, при проведении дополнительных процедур (использования временной избыточности) в процессе исправления ошибок, обеспечивает, в некоторых случаях, возможность исправления однократных ошибок в КВ при $d_{\min}^{(КВ)} = 2$ (при $k = 1$).

Действительно, учитывая выражения (3) и (5), для упорядоченного КВ, можно сделать следующие выводы: при одном ($k = 1$) контрольном m_{n+1} основании КВ НКС

$$A = (a_1 \| a_2 \| ... \| a_{i-1} \| a_i \| a_{i+1} \| ... \| a_n \| a_{n+1})$$

может иметь различное значение $d_{\min}^{(КВ)}$. В данном случае это зависит от величины контрольного m_{n+1} основания. Если для каждого отдельного модуля КВ выполняется условие $m_i < m_{n+1}$ ($i = \overline{1, n}$), то тогда, в соответствии с выражением (1), можно сделать вывод, что $d_{\min}^{(КВ)} = 2$, т.е., в соответствии с выражением (2) имеем, что $t_{обн.} = 1$. Если для совокупности $\{m_i\}$ информационных оснований для произвольной пары модулей выполняется условие $m_i \cdot m_j < m_{n+1}$ ($i, j = \overline{1, n}$; $i \neq j$), то в этом случае $d_{\min}^{(КВ)} = 3$ и $t_{обн.} = 2$.

Таким образом, для НКС в КВ с $k = 1$, МКР $d_{\min}^{(КВ)}$ может быть разной в зависимости от величины контрольного m_{n+1} основания КВ. Пусть задан КВ информационными основаниями $m_1 = 3$, $m_2 = 4$, $m_3 = 5$, $m_4 = 7$ и пусть $m_k = m_{n+1} = m_5 = 11$. В этом случае можно провести достоверный контроль искажения одного любого остатка НКС.

Пусть, например, $m_k = m_{n+1} = 61$. Для этого случая составим табл. 1 соответствий информационных и контрольного оснований. Из таблицы 1 видно, что специфика представления чисел в КВ позволяет в ряде случаев не только обнаружить ошибку, но и найти место ее возникновения, используя только одно контрольное основание, что невозможно при существующих методах контроля и коррекции в ПСС.

Пусть в неправильном ($\tilde{A} \geq M$) числе $\tilde{A} = (a_1 \| a_2 \| ... \| a_{i-1} \| \tilde{a}_i \| a_{i+1} \| ... \| a_n \| a_{n+1})$, ошибка $\tilde{a}_i = (a_i + \Delta a_i) \bmod m_i$ достоверно содержится в остатке a_i по модулю m_i.

Рассмотрим соотношение, с помощью которого можно исправить ошибку в данном остатке $\tilde{a}_i$ [1].

Очевидно, что

$$\tilde{A} = \left(A + \Delta A\right) \bmod M_0. \qquad (6)$$

С учетом того, что величину ошибки можно представить как $\Delta A = (0 \| 0 \| ... \| 0 \| \Delta a_i \| 0 \| ... \| 0 \| 0)$, тогда правильное ($A < M$) число A можно определить в следующем виде:

$$\begin{gathered} A = (\tilde{A} - \Delta A) \bmod M_0 = \\ = \left[\left(a_1 \| a_2 \| ... \| a_{i-1} \| \tilde{a}_i \| a_{i+1} \| ... \| a_n \| a_{n+1}\right) - \right. \\ \left. -\left(0 \| 0 \| ... \| 0 \| \Delta a_i \| 0 \| ... \| 0 \| 0\right)\right] \bmod M_0 = \\ = [a_1 \| a_2 \| ... \| a_{i-1} \| (\tilde{a}_i - \Delta a_i) \bmod m_i \| \\ \| a_{i+1} \| ... \| a_n \| a_{n+1}] \bmod M_0 . \end{gathered}$$

Таблица 1

Результаты исследований корректирующих возможностей помехоустойчивых кодов в КВ

$m_k = m_{n+1} = m_5 = 61$; $d_{\min}^{(КВ)} = k+1 = 2$, $\prod_{i=1}^{3} m_i \le m_5$.							Максимальное количество обнаруживаемых ошибок данных в КВ	Максимальное количество исправляемых ошибок данных в КВ
Информационные основания КВ				$\prod_{r=1}^{k'} m_{i_r} \le m_{n+1}$	k'	$d_{\min}^{(КВ)'} = k'+1$		
$m_1 = 3$	$m_2 = 4$	$m_3 = 5$	$m_4 = 7$					
+	–	–	–	$3 < 61$	1	2	1	0
–	+	–	–	$4 < 61$	1	2	1	0
–	–	+	–	$5 < 61$	1	2	1	0
–	–	–	+	$7 < 61$	1	2	1	0
+	+	–	–	$3 \cdot 4 = 12 < 61$	2	3	2	1
+	–	+	–	$3 \cdot 5 = 15 < 61$	2	3	2	1
+	–	–	+	$3 \cdot 7 = 21 < 61$	2	3	2	1
–	+	+	–	$4 \cdot 5 = 20 < 61$	2	3	2	1
–	+	–	+	$4 \cdot 7 = 28 < 61$	2	3	2	1
–	–	+	+	$5 \cdot 7 = 35 < 61$	2	3	2	1
+	+	+	–	$3 \cdot 4 \cdot 5 = 60 < 61$	3	4	3	2

Количественно оценим значение A. Так как число A правильное, т.е. находится в числовом интервале [0, M), тогда должно выполняться следующее неравенство

$$A = \left(\tilde{A} - \Delta A\right) \bmod M_0 < M\ . \qquad (7)$$

С учетом того, что величина ΔA ошибки равняется значению $\Delta A = \Delta a_i \cdot B_i$, то неравенство (7) будет иметь следующий вид:

$$\tilde{A} - \Delta a_i \cdot B_i - r \cdot M_0 < M \text{ или}$$

$$\tilde{A} - \Delta a_i \cdot B_i - r \cdot M_0 < M_0 / m_{n+1} (r = 1, 2, 3, ...);$$

$$\tilde{A} - (\tilde{a}_i - a_i) \cdot B_i - r \cdot M_0 < M_0 / m_{n+1};$$

$$\tilde{A} - (a_i - \tilde{a}_i) \cdot B_i - r \cdot M_0 < M_0 / m_{n+1}; \qquad (8)$$

$$\left(a_i - \tilde{a}_i\right) \cdot B_i < M_0 / m_{n+1} - \tilde{A} + r \cdot M_0;$$

$$a_i - \tilde{a}_i < (M_0 / m_{n+1}) / B_i - \tilde{A} / B_i + r \cdot M_0 / B_i;$$

$$a_i < \tilde{a}_i + (M_0 / m_{n+1}) / B_i - \tilde{A} / B_i + r \cdot M_0 / B_i\ .$$

С учетом того, что ортогональный базис для модуля m_i КВ представляется в виде $B_i = \overline{m}_i \cdot M_0 / m_i$, то выражение (8) примет вид:

$$a_i < \tilde{a}_i + (m_i + r \cdot m_i \cdot m_{n+1}) / (\overline{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A} / B_i$$

или

$$a_i < \tilde{a}_i + m_i \left(1 + r \cdot m_{n+1}\right) / (\overline{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A} / B_i\ . \qquad (9)$$

Так как значение остатка a_i есть натуральное число, то значение $m_i (1 + r \cdot m_{n+1}) / (\overline{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A} / B_i$ в выражении (9) должно быть целым числом.

Поэтому взяв целую часть последнего соотношения, получим формулу для исправления ошибки в остатке $\tilde{a}_i$ числа $\tilde{A}$ в виде

$$a_i = (\tilde{a}_i + [m_i \cdot \left(1 + r \cdot m_{n+1}\right) / \\ /(\overline{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A} / B_i) \bmod m_i]. \qquad (10)$$

Рассмотрим примеры контроля и коррекции данных в КВ [9].

Пример 1. Осуществить контроль и, при необходимости, провести коррекцию числа $A_{КВ} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$, заданного в КВ с информационными $m_1 = 3$, $m_2 = 4$, $m_3 = 5$, $m_5 = 7$ и контрольным $m_k = m_5 = 11$ основаниями.

При этом $M = \prod_{i=1}^{n} m_i = \prod_{i=1}^{4} m_i = 420$ и $M_0 = M \cdot m_{n+1} = 420 \cdot 11 = \ = 4620$. Ортогональные базисы B_i $(i = \overline{1, n+1})$ КВ даны в табл. 2.

Таблица 2

Ортогональные базисы B_i КВ

$B_1 = (1 \| 0 \| 0 \| 0 \| 0) = 1540$, $\overline{m}_1 = 1$
$B_2 = (0 \| 1 \| 0 \| 0 \| 0) = 3465$, $\overline{m}_2 = 3$
$B_3 = (0 \| 0 \| 1 \| 0 \| 0) = 3696$, $\overline{m}_3 = 4$
$B_4 = (0 \| 0 \| 0 \| 1 \| 0) = 2640$, $\overline{m}_4 = 4$
$B_5 = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 1) = 2520$, $\overline{m}_5 = 6$

I. Контроль данных $A_{КВ} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$. В соответствии с процедурой контроля [1] определим значение

$$A_{ПСС} = \left(\sum_{i=1}^{n+1} a_i \cdot B_i\right) \bmod M_0 = \left(\sum_{i=1}^{5} a_i \cdot B_i\right) \bmod M_0 =$$

$$= (a_1 \cdot B_1 + a_2 \cdot B_2 + a_3 \cdot B_3 + a_4 \cdot B_4 + a_5 \cdot B_5) \bmod M_0 =$$

$$= (0\cdot 1540 + 0\cdot 3465 + 0\cdot 3696 + 0\cdot 2640 +$$
$$+5\cdot 2520) \bmod 4620 = (5\cdot 2520) \bmod 4620 =$$
$$= 12600 (\bmod 4620) = 3360 > 420 .$$

Таким образом, в процессе контроля определено, что $A_{КВ} = 3360 > M = 420$. В этом случае, при возможности возникновений только однократных ошибок, делается вывод о том, что рассматриваемое число $\tilde{A}_{3360} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$ неправильное ($3360 > M = 420$).

Для исправления числа $\tilde{A}_{3360} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$ вначале необходимо провести диагностику данных, т.е. определить искажённый $\tilde{a}_i$ остаток. После чего необходимо определить истинное значение a_i остатка по модулю m_i и после чего провести исправление искажённого $\tilde{a}_i$ остатка.

II. Диагностика данных $\tilde{A}_{3360} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$. В соответствии с методом проекций [1, 2], составим возможные проекции $\tilde{A}_j$ числа

$\tilde{A}_{3360} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$: $\tilde{A}_1 = (0 \| 0 \| 0 \| 5)$,

$\tilde{A}_2 = (0 \| 0 \| 0 \| 5)$, $\tilde{A}_3 = (0 \| 0 \| 0 \| 5)$,

$\tilde{A}_4 = (0 \| 0 \| 0 \| 5)$ и $\tilde{A}_5 = (0 \| 0 \| 0 \| 0)$.

Формула для вычисления значений $\tilde{A}_{jПСС}$ проекций числа в ПСС имеет следующий вид [1]

$$\tilde{A}_{jПСС} = \left(\sum_{i=1;\ j=\overline{1,\, n+1}.}^{n} a_i \cdot B_{ij} \right) \bmod M_j = \quad (11)$$
$$= (a_1 \cdot B_{1j} + a_2 \cdot B_{2j} + \ldots + a_n \cdot B_{nj}) \bmod M_j.$$

В соответствии с формулой (11) вычислим все значения $\tilde{A}_{jПСС}$. Далее проводим $(n+1)$ сравнение: чисел $\tilde{A}_{jПСС}$ с числом $M = M_0 / m_{n+1}$.

Если среди проекций $\tilde{A}_i$ есть числа не находящиеся внутри информационного $[0, M)$ числового интервала (т.е. $\tilde{A}_k \geq M$), содержащего k правильных чисел, то делается вывод о том, что эти k остатков числа A не искажены. Ошибочными могут быть только остатки, находящиеся среди остальных $[(n+1) - k]$ остатков числа $\tilde{A}_{КВ}$.

Набор частных рабочих оснований для заданного КВ и совокупность частных B_{ij} ортогональных базисов представлены соответственно в табл. 3, 4.

Итак, имеем, что (табл. 4)

$$\tilde{A}_{1ПСС} = \left(\sum_{i=1}^{4} a_i \cdot B_{i1} \right) \bmod M_1 = (a_1 \cdot B_{11} +$$
$$+0\cdot 1100 + 5\cdot 980) \bmod 1540 = 280 < 420 .$$

Делаем вывод, что остаток a_1 числа $\tilde{A}_1$ – возможно $\overline{a}_1$ искажённый остаток;

Таблица 3

Набор частных рабочих оснований КВ

j \ i	m_1	m_2	m_3	m_4	M_j
1	4	5	7	11	1540
2	3	5	7	11	1155
3	3	4	7	11	924
4	3	4	5	11	660
5	3	4	5	7	420

Таблица 4

Совокупность частных ортогональных базисов B_{ij} КВ

B_{ij} j \ i	1	2	3	4
1	385	616	1100	980
2	385	231	330	210
3	616	693	792	672
4	220	165	396	540
5	280	105	336	120

$$\tilde{A}_{2ПСС} = \left(\sum_{i=1}^{4} a_i \cdot B_{i2} \right) \bmod M_2 = (a_1 \cdot B_{12} +$$
$$+a_2 \cdot B_{22} + a_3 \cdot B_{32} + a_4 \cdot B_{42}) \bmod M_2 = (0\cdot 385 +$$
$$+0\cdot 231 + 0\cdot 330 + 5\cdot 210) \bmod 1155 = 1050 > 420 .$$

Таким образом, получим, что a_2 достоверно не искажённый остаток;

$$\tilde{A}_{3ПСС} = \left(\sum_{i=1}^{4} a_i \cdot B_{i3} \right) \bmod M_3 = (a_1 \cdot B_{13} + a_2 \cdot B_{23} +$$
$$+a_3 \cdot B_{33} + a_4 \cdot B_{43}) \bmod M_3 = (0\cdot 616 + 0\cdot 693 +$$
$$+0\cdot 792 + 5\cdot 672) \bmod 924 = 588 > 420 .$$

Получим, что a_3 достоверно не искажённый остаток;

$$\tilde{A}_{4ПСС} = \left(\sum_{i=1}^{4} a_i \cdot B_{i4} \right) \bmod M_4 = (a_1 \cdot B_{14} + a_2 \cdot B_{24} +$$
$$+a_3 \cdot B_{34} + a_4 \cdot B_{44}) \bmod M_4 =$$
$$= (0\cdot 220 + 0\cdot 165 + 0\cdot 369 + 5\cdot 540) \bmod 660 = 60 < 420 .$$

Вывод: остаток a_4 по модулю m_4 числа $\tilde{A}_4$ – возможно $\overline{a}_4$ искажённый остаток;

$$\tilde{A}_{5ПСС} = \left(\sum_{i=1}^{4} a_i \cdot B_{i5} \right) \bmod M_5 .$$

Так как $M_5 = M = 420$, то остаток $\overline{a}_5$ по контрольному модулю $m_k = m_5$ всегда будет в совокупности возможных $\overline{a}_i$ искажённых остатков числа в КВ.

Общий вывод. В процессе диагностики данных, представленных НКС $\tilde{A} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$, определились точно не искажённые остатки: $a_2 = 0$ и $a_3 = 0$. Ошибочными могут быть остатки по основаниям m_1, m_4 и m_5, т.е. остатки $\bar{a}_1 = 0$, $\bar{a}_4 = 0$ и $\bar{a}_5 = 5$. В этом случае необходимо провести исправление остатков $\bar{a}_1$, $\bar{a}_4$ и $\bar{a}_5$.

III. Исправление ошибок данных $\tilde{A}_{3360} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$. По известной [1] формуле

$$a_i = \left(\bar{a}_i + \left[\frac{m_i \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_i} - \frac{\tilde{A}}{B_i} \right] \right) \bmod m_i, \qquad (12)$$

проведём исправление возможно $\bar{a}_1$, $\bar{a}_4$ и $\bar{a}_5$ искажённых остатков a_1, a_4 и a_5, где $r = 1, 2, 3, \ldots$.

Так имеем, что

$$a_1 = \left(\bar{a}_1 + \left[\frac{m_1 \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_1} - \frac{\tilde{A}}{B_1} \right] \right) \bmod m_1 =$$
$$= \left(0 + \left[\frac{3 \cdot (1 + r \cdot 11)}{11 \cdot 1} - \frac{3360}{1540} \right] \right) \bmod 3 = (0 +$$
$$+ [3,27 - 2,18]) \bmod 3 = (0 + [1,09]) \bmod 3 =$$
$$= (0 + 1) \bmod 3 = 1;$$

$$a_4 = \left(\bar{a}_4 + \left[\frac{m_4 \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_4} - \frac{\tilde{A}}{B_4} \right] \right) \bmod m_4 =$$
$$= \left(0 + \left[\frac{7 \cdot 12}{11 \cdot 4} - \frac{3360}{2640} \right] \right) \bmod 7 = (0 + [1,9 -$$
$$- 1,27]) \bmod 7 = (0 + [0,63]) \bmod 7 = (0 + 0) \bmod 7 = 0;$$

$$a_5 = \left(\bar{a}_5 + \left[\frac{m_{n+1} \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_{n+1}} - \frac{\tilde{A}}{B_5} \right] \right) \bmod m_{n+1} =$$
$$= \left(5 + \left[\frac{11 \cdot (1 + 11)}{11 \cdot 6} - \frac{3360}{2520} \right] \right) \bmod 11 =$$
$$= (5 + [2 - 1,3]) \bmod 11 = (5 + [0,7]) \bmod 11 =$$
$$= (5 + 0) \bmod 5 = 0.$$

По полученным остаткам $a_1 = 1$, $a_4 = 0$ и $a_5 = 0$ восстанавливаем (исправляем) искажённое число $\tilde{A}_{3360} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$, т. е. правильное число будет иметь следующий вид: $\tilde{A}_{исп.} = (1 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$.

Для проверки правильности исправления данных, по известной [1] формуле, определим значения числа $\tilde{A}_{исп.} = (1 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$ следующим образом (табл. 2)

$$\tilde{A}_{исп.ПСС} = \left(\sum_{i=1}^{5} a_i \cdot B_i \right) \bmod M_0 = (a_1 \cdot B_1 + a_2 \cdot B_2 +$$
$$+ a_3 \cdot B_3 + a_4 \cdot B_4 + a_5 \cdot B_5) \bmod M_0 =$$
$$= (1 \cdot 1540 + 0 \cdot 3465 + 0 \cdot 3696 + 0 \cdot 2640 +$$
$$+ 5 \cdot 2520) \bmod 4620 = 14140 (\bmod 4620) = 280.$$

Так как $280 < M = 420$, то число $\tilde{A}_{280} = (1 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$ правильное.

С целью уточнения правильности процедуры коррекции числа $\tilde{A}_{3360}$ проведём расчёт и сравнение значений и правильных остатков $a_2 = 0$ и $a_3 = 0$. В этом случае имеем

$$a_2 = \left(0 + \left[\frac{4 \cdot (1 + 11)}{11 \cdot 3} - \frac{3360}{3465} \right] \right) \bmod 4 = 0$$ и

$$a_3 = \left(0 + \left[\frac{5 \cdot (1 + 11)}{11 \cdot 4} - \frac{3360}{3696} \right] \right) \bmod 5 = 0.$$ Полученные результаты $a_2 = 0$ и $a_3 = 0$ расчётов остатков по модулям m_2 и m_3 КВ, подтверждают правильность коррекции неправильного числа $\tilde{A}_{3360} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$.

Таким образом, исходное число $\tilde{A}_{КВ} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$ является неправильным $\tilde{A}_{3360}$, в котором однократная ошибка $\Delta a_1 = 1$ произошла по модулю m_1. Данная ошибка перевела правильное число A_{280} в неправильное $\tilde{A}_{3360}$.

Для того, чтобы выяснить является ли правильное число A_{280} истинным проведём дополнительные исследования процессов искажения и коррекции числа A_{280} по основанию $m_1 = 3$. Количество $N_{НС}$ возможных неправильных (искажённых) $\tilde{A}_{КВ}$ кодовых слов (только при однократной ошибке) для каждого правильного $A_{КВ}$ числа равно $N_{НС} = \sum_{i=1}^{n+1} m_i - (n+1)$.

Результаты анализа показали, что искажение остатка a_1 по модулю $m_1 = 3$ правильного числа A_{280} может привести только к двум неправильным числам $\tilde{A}_{3360} = (\tilde{0} \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$ и $\tilde{A}_{1820} = (\tilde{2} \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$. Этот факт говорит о том, что исправленное $A_{исп.} = A_{280} = (1 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$ число является не только правильным (лежащем в интервале [0, 420)), но и истинным. Истинность полученного $A_{280} = (\hat{1} \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$ числа подтверждается тем, что только однократная ошибка $\Delta a_1 = 2$ по основанию $m_1 = 3$ переводит это число ($\tilde{A} = (A + \Delta A) \bmod M_0 = (1 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5) + (2 \| 0 \| 0 \| 0 \| \| 0) = \left[(1 + 2) \bmod 3 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5 \right] = (\tilde{0} \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$) в единственно неправильное число $\tilde{A}_{3360} = (\tilde{0} \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$.

Пример 2. Пусть правильное число равно $A_{280} = (1 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$ и пусть $\Delta a_1 = 1$. Тогда

$$\tilde{A} = (A + \Delta A) \bmod M_0 = (1 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5) +$$
$$+ (1 \| 0 \| 0 \| 0 \| 0) = \left[(1 + 1) \bmod 3 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5 \right] =$$

$=(\tilde{2}\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,5)$. Данному числу в КВ соответствует число 1820 в ПСС, т.е. число $\tilde{A}_{1820}$ неправильное. Проведём исправление числа $\tilde{A}_{1820}$.

Перед исправлением числа $\tilde{A}_{1820}$ проведём диагностику данных. Для этого предварительно составим проекции $A_j\ (j=\overline{1,5})$ числа $\tilde{A}_{1820}=(2\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,5)$. Это будут следующие кодовые структуры в КВ: $\tilde{A}_1=(0\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,5)$, $\tilde{A}_2=(2\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,5)$, $\tilde{A}_3=(2\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,5)$, $\tilde{A}_4=(2\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,5)$ и $\tilde{A}_5=(2\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,0)$.

Далее определим все значения проекций $\tilde{A}_{j\text{ПСС}}$:

$$\tilde{A}_{1\text{ПСС}}=(5\cdot 980)\bmod 1540=280<420=M;$$

$$\tilde{A}_{2\text{ПСС}}=(2\cdot 385+5\cdot 231)\bmod 1155= =1925(\bmod 1155)=770>420=M;$$

$$\tilde{A}_{3\text{ПСС}}=(2\cdot 616+5\cdot 672)\bmod 924= =4592(\bmod 924)=896>420=M;$$

$$\tilde{A}_{4\text{ПСС}}=(2\cdot 220+5\cdot 540)\bmod 660= =3140(\bmod 660)=500>420=M;$$

$$\tilde{A}_{5\text{ПСС}}=2\cdot 280(\bmod 420)=560(\bmod 420)=140<420=M.$$

Так как $\tilde{A}_{2\text{ПСС}}$, $\tilde{A}_{3\text{ПСС}}$ и $\tilde{A}_{4\text{ПСС}}>420$, тогда делается вывод о том, что остатки $a_2=0$, $a_3=0$ и $a_4=0$ числа $\tilde{A}_5=(2\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,5)$ не искажены. Искаженными $\bar{a}_1=2$ и $\bar{a}_5=5$ могут быть только остатки a_1 и a_5. Вначале проведём исправление остатка $\bar{a}_1=2$.

Имеем, что

$$a_1=\left(\bar{a}_1+\left[\frac{m_1\cdot(1+r\cdot m_{n+1})}{m_{n+1}\cdot \bar{m}_1}-\frac{\tilde{A}}{B_1}\right]\right)\bmod m_1=$$

$$=\left(2+\left[\frac{3\cdot(1+11)}{11\cdot 1}-\frac{1820}{1540}\right]\right)\bmod 3=$$

$$=\left(2+[3{,}27-1{,}18]\right)\bmod 3=\left(2+[2{,}09]\right)\bmod 3=$$

$$=(2+2)\bmod 3=4(\bmod 3)=1.$$

Таким образом, исправленный остаток по модулю m_1 равен $a_1=1$.

Аналогичным путём получим значение $a_5=5$. По полученным остаткам a_1, a_5 исправляем неправильное число $\tilde{A}_{1820}=(\tilde{2}\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,5)$. В конечном итоге в процессе коррекции получим правильное $A_{280}=(1\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,5)$ число.

Пример 3. Осуществить контроль числа $A_{\text{КВ}}=(0\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,2\,\|\,1)$. В случае его искажения, провести диагностику и коррекцию данных.

I. Контроль данных $A_{\text{КВ}}=(0\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,2\,\|\,1)$. В соответствии с известной процедурой контроля определим $A_{\text{ПСС}}$ по формуле

$$A_{\text{ПСС}}=\left(\sum_{i=1}^{n+1}a_i\cdot B_i\right)\bmod M_0=(0\cdot 1540+0\cdot 3465+$$

$$+0\cdot 3696+2\cdot 2640+1\cdot 2520)\bmod 4620=$$

$$=7800(\bmod 4620)=3180>420.$$

Данное число неправильное $\tilde{A}_{3180}$.

II. Диагностика данных $\tilde{A}_{3180}=(0\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,2\,\|\,1)$. Составим все возможные проекции $\tilde{A}_j$ числа $\tilde{A}_{3180}$:

$$\tilde{A}_1=(0\,\|\,0\,\|\,2\,\|\,1),\ \tilde{A}_2=(0\,\|\,0\,\|\,2\,\|\,1),$$

$$\tilde{A}_3=(0\,\|\,0\,\|\,2\,\|\,1),\ \tilde{A}_4=(0\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,1);$$

$$\tilde{A}_5=(0\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,2).$$

Определим значения величин всех пяти проекций $\tilde{A}_j$ в ПСС:

$$\tilde{A}_{1\text{КВ}}=(0\,\|\,0\,\|\,2\,\|\,1)=\tilde{A}_{1\text{ПСС}}=$$

$$=(a_1\cdot B_{11}+a_2\cdot B_{21}+a_3\cdot B_{31}+a_4\cdot B_{41})\bmod M_1=$$

$$=(0\cdot 385+0\cdot 616+2\cdot 1100+1\cdot 980)\bmod 1540=$$

$$=100<M=420;$$

$$\tilde{A}_{2\text{КВ}}=(0\,\|\,0\,\|\,2\,\|\,1)=\tilde{A}_{2\text{ПСС}}=$$

$$=(a_1\cdot B_{12}+a_2\cdot B_{22}+a_3\cdot B_{32}+a_4\cdot B_{42})\bmod M_2=$$

$$=(0\cdot 385+0\cdot 231+2\cdot 330+1\cdot 210)\bmod 1155=$$

$$=870>M=420;$$

$$\tilde{A}_{3\text{КВ}}=(0\,\|\,0\,\|\,2\,\|\,1)=\tilde{A}_{3\text{ПСС}}=$$

$$=(a_1\cdot B_{13}+a_2\cdot B_{23}+a_3\cdot B_{33}+a_4\cdot B_{43})\bmod M_3=$$

$$=(0\cdot 616+0\cdot 693+2\cdot 792+1\cdot 672)\bmod 924=$$

$$=418<M=420;$$

$$\tilde{A}_{4\text{КВ}}=(0\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,1)=\tilde{A}_{4\text{ПСС}}=$$

$$=(a_1\cdot B_{14}+a_2\cdot B_{24}+a_3\cdot B_{34}+a_4\cdot B_{44})\bmod M_4=$$

$$=(0\cdot 220+0\cdot 165+2\cdot 396+1\cdot 540)\bmod 660=$$

$$=540>M=420;$$

$$\tilde{A}_{5\text{КВ}}=(0\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,2)=\tilde{A}_{5\text{ПСС}}=$$

$$=(a_1\cdot B_{15}+a_2\cdot B_{25}+a_3\cdot B_{35}+a_4\cdot B_{45})\bmod M_5=$$

$$=(0\cdot 280+0\cdot 105+2\cdot 336+1\cdot 120)\bmod 420=$$

$$=240<M=420.$$

В результате расчётов значений $\tilde{A}_{j\text{ПСС}}$ и сравнения их с величиной $M=420$ длины интервала $[0,420)$ обработки правильных чисел $A_{\text{КВ}}$ в КВ получим следующее. Совокупность остатков $a_2=0$, $a_4=0$ является правильной (остатки не искажены), а остатки $\bar{a}_1=0$, $\bar{a}_3=0$ и $\bar{a}_5=1$ неправильного числа $\tilde{A}_{3180}=(0\,\|\,0\,\|\,0\,\|\,2\,\|\,1)$ могут быть искажены (могут быть неправильными).

III. Исправление возможно искажённых $\bar{a}_1$, $\bar{a}_3$ и $\bar{a}_5$ остатков числа $\tilde{A}_{3180}$.

Необходимо исправить, возможно, искажённые остатки $\bar{a}_1 = 0$, $\bar{a}_3 = 0$ и $\bar{a}_5 = 1$ по формуле $a_i = \left(\tilde{a}_i + \left[\frac{m_i \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_i} - \frac{\tilde{A}}{B_i}\right]\right) \bmod m_i$.

Тогда имеем, что

$$a_1 = \left(\bar{a}_1 + \left[\frac{m_1 \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_1} - \frac{\tilde{A}}{B_1}\right]\right) \bmod m_1 =$$

$$= \left(0 + \left[\frac{3 \cdot (1 + r \cdot 11)}{11 \cdot 1} - \frac{3180}{1540}\right]\right) \bmod 3 =$$

$$= \left(0 + [3,27 - 2,06]\right) \bmod 3 = \left(0 + [1,21]\right) \bmod 3 =$$

$$= (0 + 1) \bmod 3 = 1.$$

Таким образом $a_1 = 1$.

Для значения $\bar{a}_3$ имеем

$$a_3 = \left(\tilde{a}_3 + \left[\frac{m_3 \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_3} - \frac{\tilde{A}}{B_3}\right]\right) \bmod m_3 =$$

$$= \left(0 + \left[\frac{5 \cdot (1 + r \cdot 11)}{11 \cdot 4} - \frac{3180}{3696}\right]\right) \bmod 5 =$$

$$= \left(0 + [1,36 - 0,86]\right) \bmod 5 =$$

$$= \left(0 + [0,5]\right) \bmod 5 = (0 + 0) \bmod 5 = 0.$$

В этом случае $a_3 = 0$.

Для значения остатка $\bar{a}_5$ получим

$$a_5 = \left(\tilde{a}_5 + \left[\frac{m_5 \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_5} - \frac{\tilde{A}}{B_5}\right]\right) \bmod m_5 =$$

$$= \left(1 + \left[\frac{11 \cdot (1 + r \cdot 11)}{11 \cdot 6} - \frac{3180}{2520}\right]\right) \bmod 11 =$$

$$= \left(1 + [2 - 1,26]\right) \bmod 11 = \left(1 + [0,74]\right) \bmod 11 =$$

$$= (1 + 0) \bmod 11 = 1.$$

Имеем что $a_5 = 1$.

По полученным значениям $a_1 = 1$, $a_3 = 0$ и $a_5 = 1$ восстановленных остатков исправляем искажённое число $\tilde{A}_{КВ} = (0 \| 0 \| 0 \| 2 \| 1)$ на правильное $A_{КВ} = (1 \| 0 \| 0 \| 2 \| 1)$ число.

Проверка $100 < 420$.

Выводы

В статье предложен метод обработки данных, представленных в целочисленном виде. В качестве примера приведен метод исправления однократных ошибок в КВ. Приведенные примеры конкретной реализации процедур исправления однократных ошибок, показывают практическую реализуемость рассмотренного метода исправления ошибок данных, представленных в КВ.

Список литературы

1. Акушский И.Я. Машинная арифметика в остаточных классах / И.Я. Акушский, Д.И. Юдицкий. – М.: Сов. радио, 1968. – 440 с.

2. Торгашов В.А. Система остаточных классов и надежность ЦВМ / В.А. Торгашов. – М.: Сов. радио, 1973. – 118 с.

3. Барсов В.И. Методология параллельной обработки информации в модулярной системе счисления: моногр. / В.И. Барсов, Л.С. Сорока, В.А. Краснобаев. – Х.: МОН, УИПА, 2009. – 268 с.

4. Мат-лы Международной научно-техн. конф. "50 лет модулярной арифметике". МИЭТ. – Зеленоград. Моск. обл. 23 – 25 ноября 2005.

5. Методы многоверсионной обработки информации в модулярной арифметике: моногр. / В.И. Барсов, В.А. Краснобаев, А.А. Сиора, И.В. Авдеев. – Х.: МОН, УИПА, 2008. – 460 с.

6. Модели и методы повышения отказоустойчивости и производительности управляющих вычислительных комплексов специализированных систем управления реального времени на основе применения непозиционных кодовых структур модулярной арифметики: моногр. / В.И. Барсов, Л.С. Сорока, В.А. Краснобаев, Хери Али Абдуллах. – Х.: УИПА, 2008. – 147 с.

7. Мартыненко С.О. Метод обнаружения ошибок в спецпроцессоре обработки криптографической информации / С.О. Мартыненко, В.А. Краснобаєв // Радиоэлектроника и информатика. – 2010. – Вып. № 1 (48). – С. 75-78.

8. Краснобаев В.А. Надежностная модель ЭВМ в системе остаточных классов / В.А. Краснобаев // Электрон. моделирование. – 1985. – № 4. – С. 44-46.

9. Краснобаев В.А. Метод исправления однократных ошибок данных, представленных кодом класса вычетов / В.А. Краснобаев, С.А. Кошман, М.А. Маврина // Электрон. моделирование. – 2013. – Т. 35, № 5. – С. 43-56.

Поступила в редколлегию 4.01.2014

Рецензент: д-р техн. наук, ст. научн. сотр. Г.А. Кучук, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

МЕТОД ОБРОБКИ ДАНИХ ЩО ПРЕДСТАВЛЕНІ У ЦІЛОЧИСЕЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ

В.А. Краснобаєв, Н.Г. Варига, Б.В. Гомілко, В.В. Капленко, О.Г. Лемешко, М.С. Мовчан

У даній статті розглянуто метод обробки даних, що представлено у цілочисельному вигляді. Як приклад, наведено метод виправлення однократних помилок у класі лишків (КЛ). У статті наведені конкретні приклади виправлення однократних помилок даних, що представлено кодом КЛ.

Ключові слова: *цілочисельні дані, непозиційна система числення у класі лишків, арифметичне непозиційне кодування інформації.*

METHOD OF PROCESSING DATA REPRESENTED AS AN INTEGER

V.A. Krasnobaeyv, N.G. Variga, B.V. Homilko, V.V. Kaplenko, A.G. Lemeshko, M.S. Movchan

This article presents a method of processing data presented as an integer. As an example, a method of correcting single errors in the residue class (RC). The article gives specific examples of correct one error data presented RC code.

Keywords: *integer data nonpositional value system in the class of residues, the arithmetic coding information nonpositional.*