

УДК 621.396.367

Р.Ю. Кольцов<sup>1</sup>, Є.С. Ленков<sup>2</sup>, В.М. Лоза<sup>1</sup>, К.М. Семибаламут<sup>3</sup><sup>1</sup> Військовий інститут Київського національного університету ім. Т. Шевченка, Київ<sup>2</sup> Київський національний університет, Київ<sup>3</sup> Національний університет оборони України, Київ**ОЦІНКА СТАТИСТИЧНИХ ПОКАЗНИКІВ ЕФЕКТИВНОСТІ БАГАТОКАНАЛЬНОГО ВИЯВЛЯЧА НА ОСНОВІ ОДНОГО З АЛГОРИТМІВ ВИСОКОГО РОЗРІЗНЕННЯ**

Розглядається алгоритм побудови виявляча з багатоканальним прийомом на основі застосування одного з відомих алгоритмів високого розрізнення і оцінюється його ефективність шляхом порівняння отриманих в результаті розрахунку ймовірностей виявлення сигналу з випадковою фазою з ймовірністю виявлення, яка забезпечується при оптимальному алгоритмі багатоканального прийому.

**Ключові слова:** цифрова лінійна антенна решітка, алгоритм Кейпона, виявляч.

**Вступ та постановка завдання**

Застосування алгоритму адаптивного «надрозрізнення» традиційно пов'язується з обробкою сигналів в багатоканальних системах на базі цифрової лінійної активної решітки (ЦЛАР). Перевагою такого методу обробки є одночасне забезпечення високого розрізнення і адаптивного придушення перешкод.

У відомих алгоритмах «надрозрізнення» в силу апріорно невідомих істинних значень параметрів розподілу використовуються їх оцінки, що формуються за вибірками кінцевих розмірів. В результаті випадкового характеру оцінок при дослідженні ефективності алгоритмів обробки виникає задача визначення законів розподілу оцінок.

У цій статті досліджуються статистичні показники ефективності багатоканального виявляча, побудованого за алгоритмом Кейпона, при використанні зондуючого сигналу досить великої (сумірною з часом оцінки кореляційної матриці вихідних сигналів приймальних каналів) тривалості.

Оцінка ефективності ґрунтується на результатах порівняння кривих виявлення виявляча з обробкою по функції Кейпона з оптимальним виявлячем при багатоканальному прийомі.

Стаття організована у вигляді послідовного вирішення наступних завдань: аналітичний запис алгоритму виявлення з використанням функції Кейпона, визначення відношення сигнал/перешкода і виразу для порогу виявлення, визначення закону розподілу вихідного сигналу, розрахунок умовної ймовірності вірного виявлення і побудова кривих виявлення спільно з кривими виявлення оптимального виявляча, оцінка втрат у відношенні сигнал/завада.

**Основні положення дослідження**

**Математичне обґрунтування завдання і аналіз результатів.**

Оптимальний алгоритм адаптивного виявляча і особливості його практичної реалізації. Алгоритм оптимального виявлення сигналу при багатоканаль-

ному прийомі у відповідності з [1] має вигляд:

$$z_0 = |\mathbf{K}_0^H \mathbf{Y}| \geq h_0, \quad (1)$$

де  $z_0$  – модульне значення вихідного сигналу ЦЛАР, що представляє собою результат зваженого об'єднання вихідних сигналів приймальних каналів ЦЛАР;  $h_0$  – поріг виявлення, обумовлений заданим значенням ймовірності хибної тривоги;  $\mathbf{K}_0$  –  $N$ -мірний вектор-стовпець вагових коефіцієнтів ( $N$  – число приймальних каналів ЦЛАР);  $\mathbf{Y}$  – вектор-стовпець вихідних сигналів приймальних каналів ЦЛАР;  $H$  – знак ермітового спряження.

Знак модуля в (1) означає, що при виявленні сигналу з випадковою початковою фазою з порогом порівнюється значення обвідної вихідного сигналу ЦЛАР.

Вектор вагових коефіцієнтів, що забезпечує максимізацію відношення сигнал/перешкода на виході ЦЛАР, визначається [2] співвідношенням:

$$\mathbf{K}_0 = \mathbf{R}_\Pi^{-1} \mathbf{v}_c, \quad (2)$$

де  $\mathbf{R}_\Pi$  – кореляційна матриця перешкодових сигналів на виходах приймальних каналів ЦЛАР;  $\mathbf{v}_c$  – вектор, що описує амплітудно-фазовий розподіл (АФР) для очікуваного напрямку приходу сигналу (корисного сигналу).

При виконанні умови (2), пристрій, що забезпечує обчислення функції під знаком модуля в (1), прийнято називати оптимальним просторовим фільтром.

Труднощі практичної реалізації алгоритму (1) полягає, насамперед, у тому, що на виходах приймальних каналів ЦЛАР має місце нероздільна суміш корисного сигналу і сигналу перешкоди, тому вирахувати  $\mathbf{R}_\Pi$  не представляється можливим. Використання ж  $\mathbf{K}_0$  для обчислення кореляційної матриці вихідних сигналів приймальних каналів ЦЛАР  $\mathbf{R}_0$ , що включає в себе як перешкоджаючі так і корисні сигнали, може призвести до істотного зниження

якості виявлення при багатоканальному адаптивно-му прийомі сигналів. У зв'язку з цим і виникла необхідність постановки сформульованої вище задачі. Алгоритм Кейпона, який згадується в літературі часто, як один з алгоритмів високого розрізнення [2, 8], при виявленні сигналу, напрямок приходу якого збігається з кутовим положенням максимуму антенного променя радіолокаційної станції (РЛС), передбачає обчислення функції вигляду:

$$z = \frac{1}{\mathbf{v}_c^H (\mathbf{R}_o^*)^{-1} \mathbf{v}_c}, \quad (3)$$

де  $\mathbf{R}_o^* = n_o^{-1} \sum_{i=1}^{n_o} \mathbf{Y}_i \mathbf{Y}_i^H$  – оцінка кореляційна матриця (КМ) розміру  $N \times N$ , сигналів на виходах приймальних каналів ЦЛАР;

$\mathbf{Y}_i$  –  $i$ -а дискретна вибірка  $N$ -мірного вектора-стовпця вихідних сигналів приймальних каналів ЦЛАР, узятя за теоремою Котельникова,  $i \in \overline{1, n_o}$ ;

$n_o > N$  – число дискретних вибірок вихідних сигналів приймальних каналів ЦЛАР, використовуваних для оцінки КМ сигналів на виходах приймальних каналів ЦЛАР.  $\mu$  –й елемент вектора для ЦЛАР з відстанню між прийомними елементами, що дорівнює половині довжини робочої хвилі РЛС, визначається як  $v_c^{(\mu)} = \exp(\mu - 1) \pi \sin \theta_{\mu}$ ,  $\mu \in \overline{1, N}$ ,  $\theta_{\mu} \in [\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ ;  $\theta_{\min}$ ,  $\theta_{\max}$  – межі зони огляду РЛС по азимуту або куту місця,  $\theta_{\mu}$  – кутова координата цілі (джерела корисного сигналу).

Алгоритм виявляча, що заснований на використанні функції Кейпона.

З урахуванням (3) алгоритм виявлення в виявлячі на основі алгоритму Кейпона представляється як

$$z = \frac{1}{\mathbf{v}_c^H (\mathbf{R}_o^*)^{-1} \mathbf{v}_c} \geq h_K. \quad (4)$$

Функцію, що визначається виразом (3), в подальшому, для скорочення обсягу записів будемо називати функцією Кейпона.

Для виявляча на основі алгоритму Кейпона можна ввести поняття відношення сигнал/перешкода, визначивши його таким чином:

$$q_K = z_{(c \neq 0)} / z_{(c=0)}, \quad (5)$$

де  $z_{(c \neq 0)}$  – значення функції Кейпона при наявності сигналу цілі на виходах приймальних каналів ЦЛАР;

$z_{(c=0)}$  – значення функції Кейпона при відсутності сигналу цілі на виходах приймальних каналів ЦЛАР. Оцінимо граничне значення (5), вважаючи, що часу оцінки КМ вихідних сигналів приймальних каналів достатньо для заміни оцінної КМ на статистичну [4]. Після найпростіших матричних перетворень [3] отримуємо:

$$z_{(c \neq 0)} = P_{c1} \cdot (1 + q_o^{-1}); \quad z_{(c=0)} = (\mathbf{v}_o^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{v}_o)^{-1}, \quad (6)$$

де  $P_{c1}$  – потужність сигналу цілі на виході приймального каналу ЦЛАР;

$q_o = P_{c1} \mathbf{v}_o^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{v}_o$  – відношення сигнал/перешкода (в класичному розумінні цього терміну) на виході оптимального просторового фільтра [9].

Враховуючи, що для випадків, що представляють практичний інтерес,  $q_o \gg 1$ , після підстановки (6) в (5), отримуємо:

$$q_K = q_o. \quad (7)$$

З (7) випливає, що граничне чисельне значення відношення сигнал/перешкода для алгоритму Кейпона, яке визначається співвідношенням (5), збігається з граничним значенням відношення сигнал/перешкода на виході оптимального просторового фільтра.

Представимо поріг виявлення в алгоритмі (4) у вигляді:

$$h_K = \frac{h}{\mathbf{v}_c^H \mathbf{R}_o^{-1} \mathbf{v}_c}, \quad (8)$$

де  $h$  – коефіцієнт, величина якого вибирається з умови забезпечення заданого значення ймовірності хибної тривоги при реалізації алгоритму (4). З урахуванням (8), алгоритм (4) можна замінити рівноцінним, з точки зору якості виявлення, алгоритмом:

$$z = \frac{\mathbf{v}_c^H \mathbf{R}_o^{-1} \mathbf{v}_c}{\mathbf{v}_c^H (\mathbf{R}_o^*)^{-1} \mathbf{v}_c} \geq h. \quad (9)$$

Щільність розподілу вихідного сигналу і розрахунок показників якості виявлення.

Вважаючи, що власні шуми приймальних каналів ЦЛАР і сигнали зовнішніх джерел є гаусовими, можна стверджувати [7], що ліва частина виразу (6) має  $\chi^2$  розподіл з  $m = n_o - N + 1$  ступенями свободи. При цьому, якщо середнє значення (усереднення по ансамблю реалізацій) елементів вектора  $\mathbf{Y}_i$  дорівнює нулю, то  $z$  підпорядковується центральному розподілу  $\chi^2$ , в іншому випадку  $z$  підпорядковується не центральному розподілу  $\chi^2$ .

У разі виявлення сигналів цілі має місце друга умова (середні значення елементів вектора  $\mathbf{Y}_i$  не дорівнюють нулю), тому для розглянутого в статті випадку, щільність розподілу ймовірностей  $z$  визначається співвідношенням [9]:

$$p(z) = \frac{z^{\frac{m}{2}-1} \exp[-(z+g)/2]}{2^{\frac{m}{2}} \sqrt{\pi}} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{g^r z^r \Gamma(1/2+r)}{\Gamma(2r+1) \Gamma(1/2m+r)}, \quad (10)$$

де  $g$  – параметр нецентральності;  $\Gamma(a)$  – гамма-функція.

З урахуванням результатів, отриманих в [5], параметр не центральності для розглянутого випадку дорівнює

$$g = m \cdot q_1,$$

де  $q_1$  – відношення сигнал/перешкода на виході оптимального просторового фільтра.

Вважаючи, що число вибірок, що використовуються для оцінки КМ, збігається з числом вибірок корисного сигналу, з урахуванням (10), отримуємо формулу для розрахунку ймовірності правильного виявлення квазідетермінованого сигналу при багатоканальному прийомі, коли використовується виявляч на основі алгоритму Кейпона:

$$P_{\text{виявК}} = \exp(-g/2) \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(g/2)^r \Gamma[h/2, (m/2+r)]}{r! \Gamma(m/2+r)}. \quad (11)$$

де  $\Gamma(z, b)$  – неповна гамма-функція.

Значення порогу виявлення, що входить в (9), визначається з виразу (9) для ймовірності хибної тривоги, яке може бути отримано з урахуванням (10), якщо покласти в ньому:  $g = 0$ .

$$P_{\text{хт}} = \frac{\Gamma(m/2, n_0/2 \cdot h)}{\Gamma(m/2)}, \quad (12)$$

Достовірність використання формули (11) підтверджена методом Монте-Карло. Результати статистичного моделювання виявляча на основі алгоритму Кейпона при великому числі незалежних випробувань (порядку 500) добре узгоджуються з результатами розрахунку по згаданій вище формулі.

#### Криві виявлення.

Ймовірність вірного виявлення для алгоритму виявлення (1) розраховувалася за формулою для інтегрального узагальненого закону Релея [5]:

$$P_{\text{вияв1}} = 1 - \exp(-n_0 q_0) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(n_0 q_0)^k}{(m!)^2} \frac{1}{m!} \Gamma\left(\frac{h^2}{2}, (m+1)\right), \quad (13)$$

де  $\Gamma(x, a)$  – неповна гамма-функція [6].

Результати розрахунку ймовірностей виявлення за формулами (11) і (13) представлені на рис. 1.

Залежності на рис. 1 відповідають таким вихідним даним: число приймальних каналів ЦЛАР –  $N=10$ ; число вибірок, що використовуються для оцінки КМ –  $n_0 = 50$ ; число незалежних випробувань при статистичному моделюванні –  $m_0 = 10^3$ . Відношення сигнал/перешкода на рис. 1 визначено як  $q = n_0 q_1$  (тут  $q_1$  – відношення сигнал/перешкода на виході приймального каналу ЦЛАР).

Крива 1 відповідає оптимальному алгоритму виявлення сигналу з випадковою початковою фазою при багатоканальному прийомі, а крива 2 відповідає виявлячу на основі алгоритму Кейпона.

Порівняння кривих виявлення на рис. 1 дозволяє зробити висновок, що при багатоканальному прийомі, заміна оптимального алгоритму об'єднання вихідних сигналів приймальних каналів ЦЛАР на алгоритм Кейпона, призводить до виникнення втрат у відношенні сигнал/перешкода.

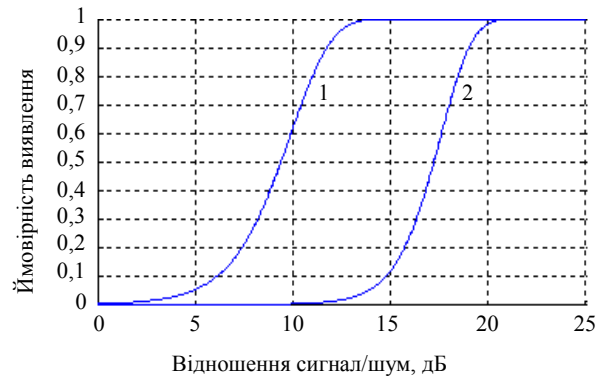


Рис. 1. Результати розрахунку ймовірностей

#### Оцінка втрат у відношенні сигнал/шум.

На рис. 2 представлений графік, який ілюструє залежність цих втрат від відношення  $n_0/N$  при ймовірності хибної тривоги  $P_{\text{хт}} = 10^{-4}$  і ймовірності вірного виявлення  $P_{\text{вияв}} = 0,8$ .

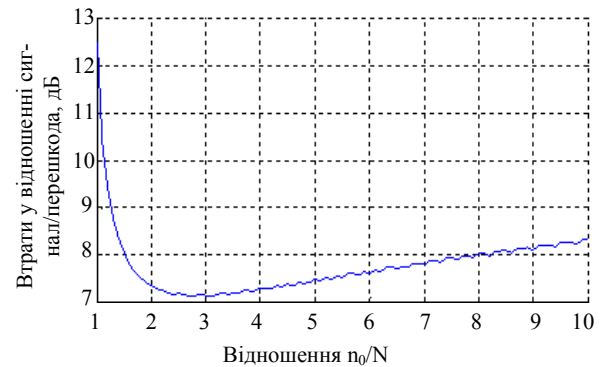


Рис. 2. Залежність втрат від відношення  $n_0/N$

Різке збільшення втрат у відношенні сигнал/перешкода при  $n_0 < 3N$  обумовлено, поганою обумовленістю оцінної КМ в (3). Про це наочно свідчить залежність числа обумовленості гіпотетичної оцінної КМ від відносного обсягу вибірки, що використовується для оцінки останньої, представлена на рис. 3.

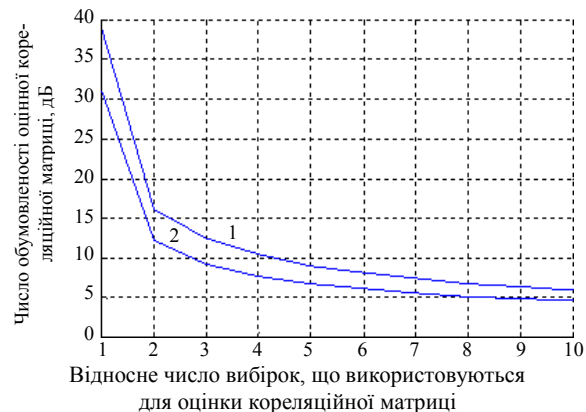


Рис. 3. Залежність числа обумовленості гіпотетичної оцінної КМ від відносного обсягу вибірки

Число обумовленості оціночної КМ  $\text{cond}(\mathbf{R}^*)$  на рис. 3 визначено як відношення

$$\text{cond}(\mathbf{R}^*) = \lambda_{\max} / \lambda_{\min},$$

де  $\lambda_{\max}$ ,  $\lambda_{\min}$  – максимальне і мінімальне власні числа КМ відповідно. Залежність, позначена цифрою 1, на рис. 3 відповідає відношенню сигнал/перешкода на виході приймального каналу ЦЛАР, рівному 20 дБ, а залежність 2, відношенню сигнал/перешкода, рівному 10 дБ.

На рис. 4. представлені залежності, що ілюструють величину втрат у відношенні сигнал/перешкода для ділянки графіка на рис. 2, що відповідає задовільній обумовленості оціночної КМ.

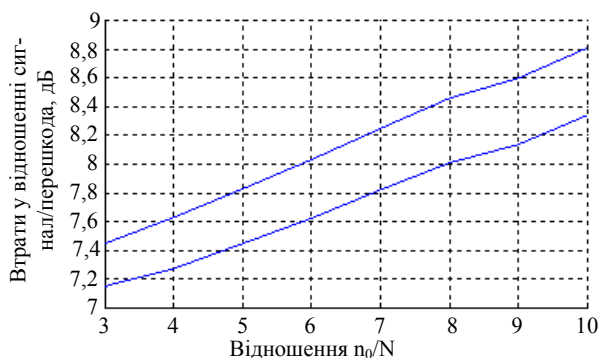


Рис. 4. Аналіз величини втрат у відношенні сигнал/перешкода

Залежність, яка позначена цифрою 1, відповідає  $P_{\text{вияв}} = 0,8$ , а цифрою 2 –  $P_{\text{вияв}} = 0,5$ .

### Висновок

1. При використанні алгоритму Кейпона для об'єднання вихідних сигналів приймальних каналів ЦЛАР відпадає необхідність у поділі КМ перешкод і сигналів цілі, однак, при цьому виникають втрати у відношенні сигнал/перешкода. Величина цих втрат залежить від заданого значення ймовірності вірного виявлення  $P_{\text{вияв}}$  і відношення  $p_0 / N$ .

2. Мінімальні втрати у відношенні сигнал/перешкода мають місце при  $p_0 = 3N$ . Причиною

різкого збільшення втрат при  $p_0 < 3$  є погіршення обумовленості оціночної КМ. При  $p_0 > 3$  втрати збільшуються за рахунок заміни когерентного накопичення вибірок корисного сигналу, яка має місце у випадку оптимального алгоритму об'єднання вихідних сигналів приймальних каналів ЦЛАР, на не когерентне, у разі використання алгоритму Кейпона.

3. Відношення амплітуди корисного сигналу до амплітуди заважаючого сигналу в виявлячі на основі алгоритму Кейпона збігається з гранично досяжним відношенням сигнал/перешкода на виході оптимального просторового фільтра, що означає, що виявляч Кейпона максимізує відношення значення функції Кейпона, обумовленого наявністю джерела сигналу на контрольованому напрямі до значення цієї ж функції при відсутності вищезгаданого джерела.

### Список літератури

1. Ширман Я.Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос. – М.: Радио и Связь, 1981. – 416 с.
2. Кейпон Дж. Пространственно-временной спектральный анализ с высоким разрешением / Дж. Кейпон // ТИИЭР. – 1978. – Т. 66, № 1. – С. 60-96.
3. Монзинго Р.А. Адаптивные антенные решетки / Р.А. Монзинго, Т.У. Миллер. – М.: Радио и связь, 1986. – 448 с.
4. Леховицкий Д.И. Статистический анализ сверхразрешающих методов пеленгации источников шумовых излучений в АР с конечным объёмом выборки / Д.И. Леховицкий, И.М. Фсексер, Д.В. Атаманский, И.Г. Кириллов // Антенны. – 2000. – № 2(45). – С. 23-39.
5. Янке Е. Специальные функции / Е. Янке, Ф. Энде, Ф. Лёш. – М.: Наука, 1964. – 344 с.
6. Бартон Д. Радиолокационные системы / Д. Бартон. – М.: МО СССР, 1967. – 480 с.
7. Заездный А.М. Основы расчётов по статистической радиотехнике / А.М. Заездный. – М.: Связь, 1969. – 447 с.
8. Хорн Р. Матричный анализ / Р. Хорн, Ч. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 655 с.
9. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применения / С.Р. Рао. – М.: Наука, 1968. – 548 с.

Надійшла до редколегії 11.10.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук доц. І.В. Шостак, Національний аерокосмічний університет ім. М.С. Жуковського «ХАІ», Харків.

### ОЦЕНКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ МНОГОКАНАЛЬНОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ НА ОСНОВЕ ОДНОГО ИЗ АЛГОРИТМОВ ВЫСОКОГО РАЗРЕШЕНИЯ

Р.Ю. Кольцов, Е.С. Ленков, В.Н. Лоза, К.М. Семибаламут

Рассматривается алгоритм построения обнаружителя с многоканальным приёмом на основе применения одного из известных алгоритмов высокого разрешения и оценивается его эффективность путём сравнения полученных в результате расчёта вероятностей обнаружения сигнала со случайной фазой с вероятностью обнаружения, обеспечиваемой при оптимальном алгоритме многоканального приёма.

**Ключевые слова:** цифровая линейная антенная решетка, алгоритм Кейпона, обнаружитель.

### ESTIMATION OF MULTICHANNEL FINDING EFFICIENCY STATISTICAL INDEXES OUT A SIGNAL ON BASIS OF ONE OF HIGH-RES ALGORITHMS

R.Yu. Kol'cov, E.S. Lenkov, V.N. Loza, K.M. Semibalamut

An algorithm for constructing a multi-channel detector technique based on the use of a known high-resolution algorithms and evaluated its effectiveness by comparing the calculation results in the probability of detecting a signal with random phase with a probability of detection, as set by an optimal algorithm of multi-channel reception.

**Keywords:** digital linear array antenna, the Keypon algorithm, detector.