УДК 681.3

С.В. Герасимов

Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків

РОЗРОБКА ОПТИМАЛЬНОЇ МЕТОДИКИ КОНТРОЛЮ ПАРАМЕТРІВ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ ЗА КРИТЕРІЄМ ТОЧНОСТІ

Обґрунтовано, що вирішення проблеми розробки методики контролю параметрів технічних систем з метою визначення їх фактичного стану та часу наступного контролю залежить від розв'язання задачі розрахунку кількісних оцінок оптимальної методики контролю. Показано, що для отримання кількісних оцінок оптимальної методики контролю необхідно розрахувати параметри вихідного вимірювального сигналу системи за критерієм точності. Сформульована проблема розробки оптимальної методики контролю параметрів об'єкта при переведенні його на експлуатацію за технічним станом і запропоновані методи її вирішення.

Ключові слова: *методика контролю, контроль технічного стану, технічна система.*

Вступ

Постановка проблеми. При проведенні контролю з метою визначення стану технічної системи, особливо системи автоматичного керування, при її експлуатації за станом застосовують вхідні вимірювальні сигнали (тестові, стимулюючі) u(t), які перетворюються на виході системи, що контролюється, в вихідний сигнал (сигнал-відгук) y(t). В загальному випадку може бути кілька паралельних вхідних і вихідних сигналів, тому маємо вектори вхідних і вихідних сигналів. Висновок про технічний стан системи надається за результатами вимірювання параметрів вихідного сигналу системи z_i, $i = \overline{1, m}$, m – кількість параметрів контролю вихідного сигналу, при умові, що на виході об'єкта спостерігається реалізація y(t) – сигнал-відгук на вхідний вимірювальний сигнал u(t). Актуальною задачею є обгрунтування характеристик контролю технічної системи для забезпечення оптимальних (необхідних) значень кількісних характеристик контролю, наприклад, точності, інформативності, чутливості.

Аналіз літератури. Проведений аналіз робіт [1 – 5], які направлені на обгрунтування переведення технічних систем на експлуатацію за станом, показав, що вони не вирішують проблему розробки та обгрунтування методик і методів проведення контролю технічного стану систем з метою визначення їх фактичного стану.

Метою даної статті є розробка оптимальної методики контролю параметрів технічної системи за критерієм точності.

Основна частина

Точність контролю характеризується величиною середньоквадратичного відхилення параметрів z_i^*, отриманих в результаті вимірювання, від їх дійсних значень z_i. Середньоквадратичне відхилення залежить від ряду факторів. По-перше, від похибки генератора, що задає вимірювальний сигнал, похибки вимірювального приладу, рівня перешкод (шумів) в системі контролю. По-друге, на формат середньоквадратичного відхилення впливає методика обробки вихідного сигналу та прийнятий спосіб оцінки величин z_i. По-третє, величина цього відхилення залежить від величини й форми вхідного вимірювального сигналу. Вчетверте, середньоквадратична похибка є функцією від часу контролю.

Оптимальна, з точки зору точності, методика повинна забезпечувати такий спосіб обробки вихідного сигналу й такий вибір вхідного вимірювального сигналу системи, що контролюється, при яких досягається мінімум середньоквадратичної похибки при заданій точності генератора та засобу вимірювання, заданому рівні перешкод і часі контролю. Тобто, така методика забезпечує мінімальний час контролю при заданій точності, або при заданій точності контролю й заданому часі контролю дозволяє застосовувати менш точні (тобто менш дорогі) засоби вимірювання або провести контроль при наявності перешкоди великого рівня.

Як відомо, мінімум середньоквадратичної похибки досягається, якщо в якості оцінки z_i^* використовувати апостеріорне середнє величини z_i:

$$z_i^* = \int_{i=1}^{m} z_i \rho(Z/y)\,dz, \qquad (1)$$

де $p(Z/y)$ – умовна функція розподілу параметрів Z вихідного сигналу $y(t)$ системи, що контролюється.

Функцію $p(Z/y)$ розрахуємо так:

$$\rho(Z/y) = (2\pi)^{-m/2} \left|\det H\right|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\nu H^{-1} \nu\right)\right\}, \qquad (2)$$

де $v = \tilde{R}_y^{-1} + \tilde{R}_y^{-1} a B^T - H^{-1} B a^T \tilde{R}_y^{-1}$;

$$H^{-1} = E - Ba^T \tilde{R}_y^{-1} a B^T; \quad (3)$$

$\tilde{R}_y = a^T a + \sigma_\xi^2 E$ – матриця кореляції характеристик вихідного сигналу.

Для нормального закону середнє значення співпадає з центром розподілу Δz_i^o

$$z_i^* = \Delta Z^o = B\tilde{R}_y^{-1} a^T \Delta y, \quad (4)$$

де B – матриця з елементами b_{ji}: $b_j(\{u\}, q_0, t) = \left(\frac{\partial y(\{u\}, q, t)}{q_j} \right) \bigg|_{q_j = q_{j0}}$, яка визначає відхилення параметрів q_j, $j = \overline{1, n}$, n – кількість параметрів, системи, що контролюється, від номінальних значень q_{0j} $(\Delta q_j = q_j - q_{0j})$; a^T – трансформована матриця, яка визначає кореляційний зв'язок між параметрам контролю системи q_j; σ_ξ^2 – квадрат середньоквадратичного відхилення перешкоди ξ; E – одинична матриця; Δy – відхилення сигнал-відгуку від номінального.

Формула (4) дозволяє визначити оптимальний по точності алгоритм обробки вихідного вимірювального сигналу системи для розрахунку апостеріорного значення величин Δz_i^o.

Таким чином, оцінка (4) мінімізує середньоквадратичну похибку порівняно з усіма іншими можливими оцінками. При цьому, величина цієї мінімальної похибки буде дорівнювати

$$\varepsilon_{min} = \\ = \sum_{i=1}^{m} < \left(\Delta z_i - \Delta z_i^o \right)^2 > = \int_{i=1}^{m} < \left(\Delta z_i - \Delta z_i^o \right)^2 \rho(Z/y) dz. \quad (5)$$

Замість $\rho(Z/y)$ підставимо функцію розподілу з формули (2). Розрахунки в виразі (5) легко виконати при умові, що діагональні елементи матриці H є апостеріорними дисперсіями величин Δz_i, тобто

$$H_{ii} = < \left(\Delta z_i - \Delta z_i^o \right)^2 = \int_{i=1}^{m} < \left(\Delta z_i - \Delta z_i^o \right)^2 \rho(Z/y) dz,$$

тоді для величин ε_{min} отримаємо:

$$\varepsilon_{min} = \sum_{i=1}^{m} H_{ii} = SpH = \sigma_\xi^2 Sp\left(B\tilde{R}_y^{-1} B^T \right). \quad (6)$$

Знак Sp означає суму діагональних матричних елементів матриці. Кожен член суми (6) представляє собою апостеріорну похибку вимірювання величин

$$z_i: \ \varepsilon_{i\,min} = H_{ii} = \sigma_\xi^2 \sum_{j,s=1}^{m} b_{ij} b_{is} \left(\tilde{R}_y^{-1} \right)_{js}.$$

Оскільки в загальному випадку матриця $\tilde{R}_y$ недіагональна, то апостеріорна похибка кожного параметра залежить від функцій чутливості $a_i(t)$ всіх інших параметрів. В випадку, коли функції $a_i(t)$ і $a_j(t)$ при $i \neq j$ ортогональні, тобто $\int_0^T a_i(t) a_j(t) dt = 0$, матриця $\tilde{R}_y$ буде діагональною, обернена матриця $\tilde{R}_y^{-1}$ також буде діагональною та її діагональні елементи будуть дорівнювати $\left(\tilde{R}_y^{-1} \right)_{ij} = \left\{ \sigma_\xi^2 + \int_0^T a_i(t) dt \right\}^{-1}$, так що похибка кожного параметра буде визначатися тільки функцією чутливості, яка зв'язана з цим параметром. Цей випадок буде розглянутий в наступних роботах при розробці методики контролю за критерієм чутливості. Хоча допущення про ортогональність функцій $a_i(t)$ і $a_j(t)$ вносить суттєві спрощення, воно, на жаль, як правило, не виконується. Матричні елементи $\tilde{R}_y$ залежать від вхідного сигналу $u(t)$. Тому спроба перейти від початкової системи параметрів контролю до нової системи параметрів, для якої матриця діагональна, призводить до того, що ця нова система параметрів суттєво залежить від вхідного вимірювального сигналу. З іншого боку, можна показати, що залишивши незмінною систему параметрів, неможливо в загальному випадку добитися ортогональності функцій $a_i(t)$ і $a_j(t)$ вибором вхідного сигналу.

З'ясуємо геометричний смисл співвідношення (6) і докажемо його інваріантність. Оскільки оператор H, який дорівнює $\sigma_\xi^2 B\tilde{R}_y^{-1} B^T$, діє в підпросторі змінних z_i розмірності m, в той же час, як оператор $\tilde{R}_y^{-1}$ діє в просторі змінних q_j розмірності n $(m \le n)$, так що оператор H отримується проектуванням оператора $\tilde{R}_y^{-1}$ на простір q розмірності n в підпростір Z розмірності m. Різний вибір ортонормованих величин z_i геометрично означає поворот системи координат в підпросторі векторів Z.

Як відомо, при повороті системи координат Sp сума діагональних матричних елементів оператора не змінюється. Таким чином, доведена інваріантність величини ε_{min} відносно зміни величини z_i.

З іншого боку, оператор H інваріантний відносно вибору різних ортонормованих базисів в просторі векторів q, тобто відносно зміни початкового набору величин q. Дійсно, перехід до інших ортонормованих величин $q_j^{'}$ означає поворот в просторі векторів q. Такий поворот описується унітарним оператором $U: q = Uq^{'}$, при цьому $U^{-1} = U^T$, так що $U \cdot U^T = E$.

При такому повороті оператор $\tilde{R}_y^{-1}$ перейде в $\left(\tilde{R}_y^{-1}\right)' = U^T\tilde{R}_y^{-1}U$, а матриця B в $B' = BU$. При цьому оператор H перейде в H':

$$H' = B'\left(\tilde{R}_y^{-1}\right)'\left(B^T\right)' = BUU^T\tilde{R}_y^{-1}UU^TB^T = B\tilde{R}_y^{-1}B^T = H.$$

Це очевидне, бо повороти в просторі векторів q не впливають на підпростір векторів Z. Інваріантність оператора $\breve{H}$ відносно поворотів в просторі векторів q можна скористатися для того, щоб вибрати в цьому просторі зручний базис. Повернемо систему координат в просторі q так, щоб її m перших ортів співпали з ортами підпростору векторів Z, а інші n – m ортів направимо довільно, але ортогонально друг другу й до попередніх ортів. В цієї системі координат матриця B приймає вигляд:

$$B = \left.\begin{pmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & \ldots & \ldots & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 1 & 0\ldots & 0 \end{pmatrix}\right\} m, \quad \underbrace{}_{m}\ \underbrace{}_{n-m}.$$

Після підстановки цього виразу в формулу (2), яка визначає матрицю H, отримаємо:

$$H = \sigma_\xi^2 B\tilde{R}_y^{-1}B^{-1} = \sigma_\xi^2 \underbrace{\left.\begin{pmatrix} \tilde{R}_y^{-1} & \ldots & \tilde{R}_y^{-1} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \tilde{R}_y^{-1} & \ldots & \tilde{R}_y^{-1} \end{pmatrix}\right\}}_{m} m. \qquad (7)$$

Таким чином, матриця H представляє собою матрицю $\tilde{R}_y^{-1}$, яка спроектована з простору векторів q розмірності n в простір векторів Z розмірності m. Позначимо власне значення матриці $\tilde{R}_y^{-1}$ в підпросторі векторів Z через λ_i^{-1}, $i = \overline{1,m}$. Як відомо, Sp матриці дорівнює сумі її власних значень. Скориставши тепер співвідношенням (7), отримаємо для середньоквадратичної похибки з (6):

$$\varepsilon_{\min} = \sigma_\xi^2 \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\lambda_i}. \qquad (8)$$

Докажемо доведене вище геометрично (рисунок). На цьому рисунку наведений випадок $n = 3$ $\left(q = \{q_1,\ q_2,\ q_3\}\right)$ і $m = 2$ $\left(Z = \{z_1,\ z_2\}\right)$. Простір векторів q – трьохвимірний простір. Матриця $\tilde{R}_y^{-1}$ породжує в цьому просторі еліпсоїд, показаний на рисунку. Підпростір векторів Z є в цьому випадку поверхнею. Перетин еліпсоїда цією поверхнею дає еліпс, піввісь якого λ_1^{-1} і λ_2^{-1} дорівнюють власним значенням матриці H. Величина кожної півосі є інваріантом, тобто не залежить від вибору незалежних змінних q_i і z_i – ортом в просторі векторів q і підпросторі векторів Z. Тим самим інваріантом буде і середньоквадратична похибка $\varepsilon_{\min}$, яка визначається формулою (8).

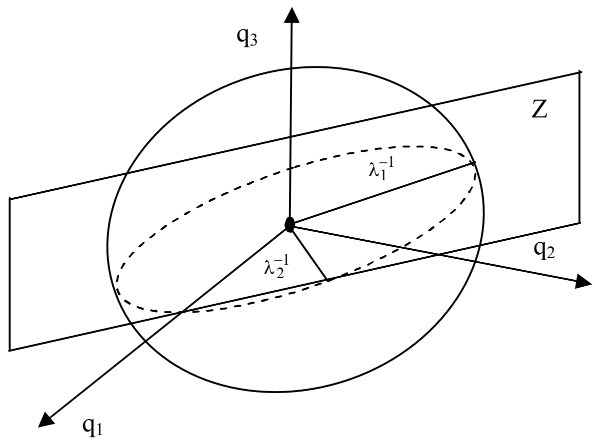

Рис. 1. Розподіл параметрів контролю системи

Нагадаємо, що величина $\varepsilon_{\min}$ представляє собою апостеріорну середньоквадратичну похибку, яка зведена до мінімуму за всіма можливим оцінкам z_i^* величин z_i. Після такої мінімізації значення $\varepsilon_{\min}$ залежить від величини дисперсії перешкоди або похибки вимірювання σ_ξ^2, від часу спостереження вихідного сигналу T або від числа відліків цього сигналу s, від величини і форми вхідного сигналу $u(t)$.

Величина σ_ξ^2 входить в співвідношення (8) для $\varepsilon_{\min}$ і для матриці $\tilde{R}_y^{-1}$. Час вимірювання T або число відліків s також входить в вираз для матриці $\tilde{R}_y$. Для безперервного спостереження вихідного сигналу протягом часу T матричні елементи матриці $\tilde{R}_y$ можна представити в наступному виді:

$$\left(\tilde{R}_y\right)_{ij} = \int_0^T a_i(t)a_j(t)dt + \sigma_\xi^2\delta_{ij}, \qquad (9)$$

а для випадку s дискретних відліків

$$\left(\tilde{R}_y\right)_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_i(t_k)a_j(t_k) + \sigma_\xi^2\delta_{ij}. \qquad (10)$$

Характеристики вимірювального сигналу входять у величини $a_i(t_k)$, тому ці величини є функціоналами від вхідного сигналу: $a_i(t) = a_i(t,\ \{u\})$. Ці величини також визначають і власні значення матриці $\tilde{R}_y^{-1}$, а тим самим і $\varepsilon_{\min}$. Відмітимо, що у неявній формі $\varepsilon_{\min}$ залежить від апріорних дисперсій і кореляцій початкових неортонормованих величин q_j', оскільки при перетворенні величин q_j' к ортонормованим величинам q_j коефіцієнти перетворення визначаються цими дисперсіями і кореляціями, а, з іншого боку, коефіцієнти перетворення входять і в формули, які розраховують величини $a_i(t)$.

При заданих дисперсії перешкоди σ_ξ^2 і часі спостереження T (або числі відліків s) величина ε_{min} допускає подальшу мінімізацію по всім можливим вхідним сигналам $u(t)$. Задача оптимізації методики контролю за точністю зводиться при цьому до знаходження такого вимірювального сигналу $u_{опт}(t)$, який забезпечує мінімум похибки контролю, тобто до знаходження $\underset{\{u\}}{Jnf}\,\varepsilon(\{u\})$ в класі можливих вхідних сигналів $u(t)$:

$$\varepsilon_{min}(\{u\}) = \underset{\{u\}}{Jnf}\,\varepsilon(\{u\}). \qquad (11)$$

Оскільки, як видно з (8) – (10), $\varepsilon(\{u\})$ є монотонно спадаючою функцією часу спостереження T або числа відліків s, то вирішення поставленої задачі визначає також вхідний сигнал $u_{опт}(t)$, який забезпечує мінімальний час контролю або число відліків s, при заданій точності контролю.

Висновки

В статті обґрунтовано, що проблема розробки методик контролю параметрів технічних систем з метою визначення їх фактичного стану та часу наступного контролю складається з декількох, не зв’язаних друг з другом, задач: задачі розрахунку кількісних оцінок оптимальної методики контролю та, після встановлення цих оцінок, задачі розрахунку характеристик вхідних вимірювальних сигналів для контролю технічної системи, які забезпечували би для даної системи максимальне значення цієї кількісної оцінки.

Обґрунтована постановка проблеми розробки методики контролю параметрів систем при переведенні їх на експлуатацію за технічним станом, яка математично описана співвідношеннями (1) – (6), і задачі розрахунку характеристик оптимальної методики контролю за критерієм точності (11).

В наступних публікаціях будуть розглянуті методи розв’язання проблеми розрахунку кількісних оцінок оптимальних методик контролю параметрів технічних систем при експлуатації за станом. При цьому буде з’ясований зв'язок між різними кількісними оцінками (чутливість і точність контролю, кількість інформації, закони розподілу параметрів контролю) оптимальних методик контролю параметрів технічних систем.

Список літератури

1. *Мелещенко Ю.С. Техніка й закономірності її розвитку / Ю.С. Мелещенко. – К.: Наука, 2005. – 176 с.*
2. *Данилов А.А. Метрологическое обеспечение измерительных систем / А.А. Данилов. – Пенза: Профессионал, 2008. – 63 с.*
3. *Авиация: Большая Российская Энциклопедия / под ред. Г.П. Свищев. – М.: Энциклопедия, 1994. – 736 с.*
4. *Смирнов Н.Н. Обслуживание и ремонт авиационной техники по состоянию / Н.Н. Смирнов, А.А. Ицкевич. – М.: Транспорт, 1987. – 272 с.*
5. *Техническая эксплуатация летательных аппаратов: учеб. для ВУЗов / Н.Н. Смирнов, Н.И. Владимиров, Ж.С. Черненко и др.; под ред. Н.Н. Смирнова. – М.: Транспорт, 1990. – 423 с.*

Надійшла до редколегії 10.10.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Б. Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

РАЗРАБОТКА ОПТИМАЛЬНОЙ МЕТОДИКИ КОНТРОЛЯ ПАРАМЕТРОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ЗА КРИТЕРИЕМ ТОЧНОСТИ

С.В. Герасимов

Обоснованно, что решение проблемы разработки методики контроля параметров технических систем с целью определения их фактического состояния и времени следующего контроля зависит от решения задачи расчета количественных оценок оптимальной методики контроля. Показано, что для получения количественных оценок оптимальной методики контроля необходимо рассчитать параметры исходного измерительного сигнала системы за критерием точности. Сформулирована проблема разработки оптимальной методики контроля параметров объекта при переводе его на эксплуатацию по техническому состоянию и предложены методы ее решения.

Ключевые слова: *методика контроля, контроль технического состояния, техническая система.*

DEVELOPMENT OF OPTIMUM METHOD OF CONTROL OF PARAMETERS TECHNICAL SYSTEMS AFTER THE CRITERION OF EXACTNESS

S.V. Gerasimov

Grounded, that the decision of problem of development of method of control of parameters of the technical systems with the purpose of determination of their actual state and time of next control depends on the decision of task of calculation of quantitative estimations of optimum method of control. It is retuned that for the receipt of quantitative estimations of optimum method of control it is necessary to expect the parameters of initial measuring signal of the system after the criterion of exactness. The problem of development of optimum method of control of parameters of object is formulated during the translation of him on exploitation on the technical state and the methods of its decision are offered.

Keywords: *control method, control of the technical state, technical system.*